

可控惯容器非线性建模分析与参数辨识测试*

刘昌宁, 陈 龙, 张孝良, 杨 艺

(江苏大学汽车工程研究院 镇江, 212013)

摘要 为研究可控惯容器的非线性,依据机电相似理论,进一步推广得到机电液相似理论,并基于该理论研制了流体式可控惯容器装置,建立其理想模型和非线性等效模型,利用台架试验对其部分参数进行辨识,仿真分析其力学输出特性。结果表明,非线性因素对所设计可控惯容器力学输出性能影响较大,一般情况下不可忽略。在液体的压缩性不可忽略时,低频振动下主要由惯容器所产生的惯性特性对振动起到抑制作用;高频激励下主要是液体弹性特性对振动起到抑制作用。研究结果进一步验证了机电液相似理论的正确性。

关键词 振动抑制;建模;非线性;机电相似性;可控惯容器

中图分类号 U463.33;TH137

引 言

近年来,惯容器作为一种有效抑制振动的新型机械元件,得到了国内外学者的关注与研究^[1-4]。目前,惯容器的主要实现形式有滚珠丝杠式惯容器^[5]、齿轮齿条式惯容器^[6]、液力惯容器^[7]及流体惯容器^[8-9],这些惯容器大多是作为被动元件而被应用于车辆工程^[10-12]、土木工程^[13-14]及航空工程^[15]等振动抑制领域。对于时变系统而言,惯容器固定的参数不能满足变化的车辆工况,因此提出了可控惯容器的概念。文献[16]提出一种主动惯容调谐悬架构型和地棚惯容控制策略,解决了被动惯容调谐悬架因非簧载振动能量的引入而导致减振性能下降的问题。文献[17]设计了一种含可控惯容器的悬架系统,采用线性二次高斯控制来提升悬架性能。惯容器作为一种机械元件,在一些对精度或者对力控制要求较高的机械系统中,其非线性因素不可忽略。文献[18-21]对不同形式的惯容器装置的非线性进行了分析。然而,这些文献均为基于被动惯容器装置的分析,对于精度及力控制要求更高的可控惯容器,其非线性对于惯容器力学输出性能的影响会更加显著。

笔者在机电相似理论的基础上,拓展出机电液相似理论,并基于机电液的相似性设计了流体式可控惯容器,建立非线性等效模型。通过台架试验对流体式可控惯容器的参数进行辨识,研究其非线性

因素作用机理,明确流体式可控惯容器的力学输出特性。研究结果进一步验证了机电相似性理论及所拓展的机电液相似性理论的正确性。

1 可控惯容器工作原理及参数设计

在机电相似性理论^[22-24]基础之上,进一步研究机电液网络相似性。机械网络元件与电学网络元件有很多相似之处,采用电学元件的电压来模拟机械元件的力,相比于直接研究机械元件的力的方法更直观。基于“力-电压”的相似性,机械网络中元件的连接方式能与电学网络中元件的连接方式严格对应。类似于机电网络的对应关系,液压网络也能够与机械网络和电学网络形成严格的对应。将原有的相似基准“力-电压”推广至液压网络,进一步形成“力-电压-液压”相似基准。机械网络、电学网络和液压网络的相似关系如表1所示。

基于机电液相似理论,利用液压网络中的刚体管元件实现机械网络中的惯容器的惯性特性。为实现惯容器参数的调节,改变惯容器的惯质系数,设计了一种基于流体惯容原理的可控惯容器,其原理如图1所示。其中:1,5为用于与车轮或车身相连接的吊耳;2为活塞杆;3为活塞;4为缸体;6为直管路;7为螺旋管路;8为二位五通电磁阀。直管路与螺旋管路通过电磁阀与缸体连接。基于上述结构,可控惯容器通过电磁阀切换管路的通断实现惯质系数的

* 国家自然科学基金青年基金资助项目(52202471);国家自然科学基金联合基金资助项目(U20A20331);江苏省卓越博士后计划资助项目(2022ZB659);国家自然科学基金面上资助项目(52072157,51875257)

收稿日期:2020-07-06;修回日期:2020-12-30

表1 机电液相似关系

Tab.1 The analogy of the mechanical, electrical and hydraulic

机械网络	电学网络	液压网络
力	电压	液压
速度	电流	流量
弹簧	电感器	弹性模量
阻尼	电阻器	流阻器
惯容器	电容器	刚体管

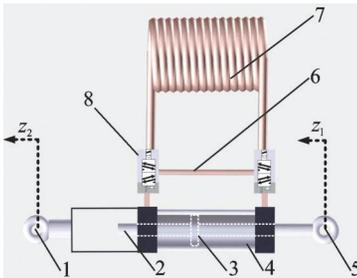


图1 可控惯容器原理图

Fig.1 The structure diagram of the controllable inerter

改变。其工作状态为:直管路断开,螺旋管路连通,拥有较大的惯质系数的on状态;直管路连通,螺旋管路断开,拥有较小惯质系数的off状态。惯性力 F_b 通过2个可自由移动的端点1和5输出。端点1的位移记为 z_2 ,端点5的位移记为 z_1 ,惯质系数为 b ,则惯性力 F_b 可表示为

$$F_b = b(\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1) \quad (1)$$

其中: \ddot{z}_2 为端点1的加速度; \ddot{z}_1 为端点5的加速度。

假设整个装置内液体总体积不变,液体流速为 v_t ,可得

$$(\dot{z}_2 - \dot{z}_1)(A_2 - A_1) = v_t A_3 \quad (2)$$

其中: \dot{z}_2 为端点1的速度; \dot{z}_1 为端点5的速度; A_1 为活塞杆的横截面积; A_2 为活塞的横截面积; A_3 为螺旋管路和直管路的横截面积。

从能量的角度求得管路中液体的动能 E 为

$$E = 1/2 \rho l A_3 v_t^2 = 1/2 b (\dot{z}_2 - \dot{z}_1)^2 \quad (3)$$

其中: ρ 为液体密度; l 为管路长度。

进一步求得惯质系数为

$$b = \rho l \frac{(A_2 - A_1)^2}{A_3} \quad (4)$$

为实现惯质系数的可调,输出可控的惯性力,笔者所设计的可控惯容器的参数如表2所示,其他设计参数可由表1中的参数间接计算得到。直管路内半径和螺旋管路内半径相同,活塞有效作用面积为 $A_2 - A_1 = \pi r_2^2 - \pi r_1^2$,管路横截面积为 $A_3 = \pi r_3^2$,螺旋管的总长度为 $l_h = n \sqrt{P_h^2 + (2\pi r_h)^2} + 2l_0$ 。

表2 可控惯容器设计参数

Tab.2 Parameters of the controllable inerter

参数名称	参数值
活塞杆半径 r_1 /m	0.01
缸筒内半径 r_2 /m	0.0315
螺旋管内半径 r_3 /m	0.004
螺旋管螺旋半径 r_h /m	0.08
螺旋管螺距 P_h /m	0.01
螺旋管螺旋圈数 n	4
液体密度 ρ /($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	830
连接管长度 l_0 /m	0.1
直管长度 l /m	0.2
液体黏度 δ /($\text{Pa}\cdot\text{s}$)	0.001

由式(4)可得,可控惯容器的惯质系数 b_{ctrl} 在on状态和off状态分别为

$$b_{\text{ctrl}} = \begin{cases} b_{\text{on}} = \frac{\rho \pi r_3^2 (n \sqrt{P_h^2 + (2\pi r_h)^2} + 2l_0)}{1 + (P_h/2\pi r_h)^2} \left(\frac{r_2^2 - r_1^2}{r_3^2} \right)^2 \\ b_{\text{off}} = \rho \pi r_3^2 l \left(\frac{r_2^2 - r_1^2}{r_3^2} \right)^2 \end{cases} \quad (5)$$

由表2及式(5)可得,可控惯容器在on状态的惯质系数为286.75 kg,在off状态的惯质系数为25.95 kg。

2 可控惯容器模型构建

2.1 可控惯容器等效非线性模型建立

基于流体惯容的可控惯容器装置在工作过程中涉及到诸多流体液压工作环节,非线性影响较大。若直接忽略非线性的影响,会导致惯容器实际输出力与理论输出力之间存在较大的误差。由于可控惯容器增加了控制阀装置和多个连接管路,所以其非线性还包含压力损失、混气状态等诸多非线性因素。

在惯容器工作过程中,由于液体的黏性,液体在螺旋管路和直管路中流动时会受到寄生阻尼的影响。在液体流进、流出管路时,也会产生压力损失。根据文献[7-8],液压式惯容器、流体惯容器等基于液体传动的惯容器形式下,其阻尼力具有较强的非线性。在活塞工作过程中,活塞外壁与缸体内壁会产生摩擦,形成一个大小恒定、方向始终与相对运动方向相反的摩擦力。此外,在可控惯容器研制加工及可控惯容器电磁阀工作的过程中,容易混入空气,油液在混入空气以后会造成液体刚度的急剧下降。本研究侧重于对惯容器本体部分的理论分析和试验验证,且在可控流体惯容器工作过程中,非线性主要产生于狭长的流体管路,故在研究中忽略电磁阀部分的非线性影响。

为全面分析所设计的可控惯容器非线性因素,笔者建立了理想状况下的可控惯容器模型 M_1 、考虑寄生阻尼因素与摩擦因素的非线性可控惯容器模型 M_2 以及考虑油气混合因素、寄生阻尼因素和摩擦因素的非线性可控惯容器模型 M_3 , 并对其进行研究对比。上述 3 种不同可控惯容器模型如图 2 所示。其中: b 为可控惯容器; C_1 为等效阻尼; C_2 为等效非线性阻尼; k_f 为液体等效刚度; f 为装置的摩擦力。

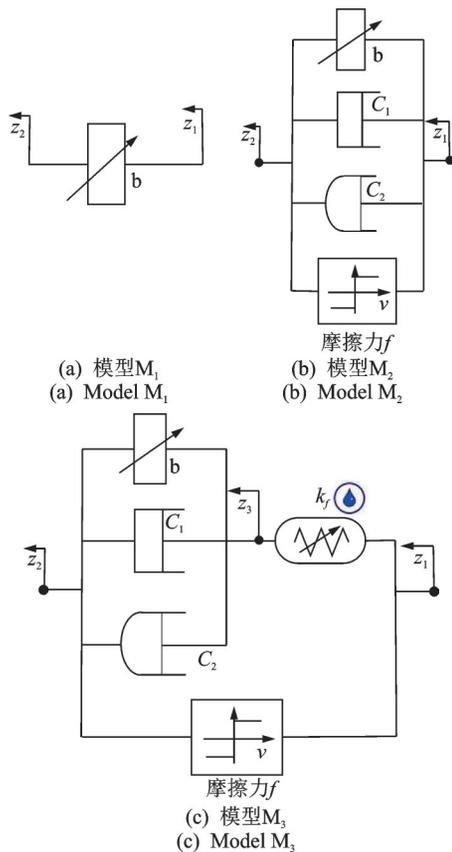


图 2 可控惯容器模型

Fig.2 Model of controllable inerter

2.2 可控惯容器等效非线性模型参数确定

在模型 M_1 中,仅包含 1 个理想的可控惯容器,其两端点的力由所设置的惯质系数以及两端点的相对加速度决定。其两端点的力学输出表达式为

$$F_b = b_{ctrl}(\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1) \quad (6)$$

在模型 M_2 中,摩擦力 f 可以表示为

$$f = f_0 \operatorname{sgn}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \quad (7)$$

其中: f_0 为摩擦力的幅值。

根据哈根-泊肃叶方程,液体在流经管路时,其压力损失计算式为

$$\Delta p_1 = 8\delta l Q / \pi r_3^4 \quad (8)$$

其中: δ 为液体黏度; Q 为流量。

当液体从液压缸流进管路和从管路流入液压缸时,均会产生一定的压力损失。通常情况下,液体流入管路的压力损失系数取 0.5,流出管路的压力损失系数取 1^[25],管路进出口损失的压力计算式为

$$\Delta p_2 = \frac{0.5\rho v^2}{2} + \frac{\rho v^2}{2} = \frac{3\rho v^2}{4} \quad (9)$$

其中: v 为液体流速, $v = \frac{A_2 - A_1}{A_3}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) = (\frac{r_2^2 - r_1^2}{r_3^2})(\dot{z}_2 - \dot{z}_1)$ 。

压力损失所产生的阻尼力 F_{C_1} 和 F_{C_2} 为

$$F_{C_1} = \Delta p_1(A_2 - A_1) = \frac{8\pi\delta l(r_2^2 - r_1^2)^2}{r_3^4}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) = C_1(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \quad (10)$$

$$F_{C_2} = \Delta p_2(A_2 - A_1) = \frac{3\pi\rho(r_2^2 - r_1^2)^3}{4r_3^4}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1)^2 \operatorname{sgn}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) = C_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1)^2 \operatorname{sgn}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \quad (11)$$

F_{C_2} 的方向始终与可控惯容器两端点的相对运动速度相反。在模型 M_3 中,除了摩擦力和压力损失因素外,还考虑了在空气混入液体的情况下液体的可压缩性。

液体的体积模量是表示物体的体应变与平均应力(某点 3 个主应力的平均值)之间的关系,即

$$B = -V dp/dV \quad (12)$$

其中: B 为液体的弹性模量; p 为液体压力; V 为液体体积。

液体受压缩后产生的体积变化量为

$$\Delta V = -V \Delta p / B \quad (13)$$

假设气液混合物的总体积为 V_s ,其中液体体积为 V_l ,气体体积为 V_g ,且满足 $V_s = V_l + V_g$ 。

可控惯容器中气液混合物在工作过程中可以看作是一个绝热过程,满足 $pV_g^\eta = C$,其中: C 为常数; η 为绝热系数; p 为液体压力。

可以推算出气体的弹性模量计算公式为

$$B_g = \frac{-V_g dp}{dV_g} = \eta p \quad (14)$$

当可控惯容器内部压力变化了 Δp 时,气体与液体变化的体积分别为 ΔV_g 和 ΔV_l ,且

$$\Delta V_g = -V_g \Delta p / \eta p \quad (15)$$

$$\Delta V_l = -V_l \Delta p / B \quad (16)$$

总体积变化为

$$\Delta V_s = \Delta V_l + \Delta V_g = -(V_l/B + V_g/(\eta p))\Delta p \quad (17)$$

气液混合状态下的等效弹性模量 B_s 为

$$B_s = B\eta\rho V_s / (\eta\rho V_f + BV_g) \quad (18)$$

液压缸、活塞等材质为金属的元件,其弹性模量在 $180\sim 220\text{ GN/m}^2$,相对于液体及气液混合物来说,可以看作是**不可压缩的刚体**。在液压系统中,液体常被视为一个可压缩的弹性元件,因此设缸筒内的液体等效刚度为 k_f ,被活塞分割的左右两部分液室内液体等效刚度分别表示为 k_{f1} 和 k_{f2} ,且等效刚度满足

$$k_f = k_{f1} + k_{f2} \quad (19)$$

$$k_f = \rho(A_2 - A_1)/\Delta l \quad (20)$$

其中: Δl 为液体被压缩的长度。

由式(12),(13)和(20)可得

$$\rho = B_s \Delta V / V = B_s \Delta l / l \quad (21)$$

其中: l 为刚体内液体的长度。

左右两部分液室内液体等效刚度分别为

$$k_{f1} = \frac{B_s(A_2 - A_1)}{l/2 + \Delta l} \quad (22)$$

$$k_{f2} = \frac{B_s(A_2 - A_1)}{l/2 - \Delta l} \quad (23)$$

缸筒内左右两腔的油液长度随着活塞的移动而不断变化,其等效刚度也不断变化。

基于以上分析,可以得到模型 M_1 , M_2 和 M_3 两端点的力输出表达式分别为

$$F_{M_1} = F_b \quad (24)$$

$$F_{M_2} = f + F_b + F_{C_1} + F_{C_2} \quad (25)$$

$$\begin{cases} F_{M_3} = f + F_b \\ F_b + F_{C_1} + F_{C_2} = F_B \end{cases} \quad (26)$$

其中: F_{M_1} , F_{M_2} 和 F_{M_3} 分别为模型 M_1 , M_2 和 M_3 两端点的输出力; F_B 为液体的等效刚度所产生的刚度力。

3 可控惯容器设计与非线性因素影响分析

3.1 可控惯容器样机设计与摩擦力辨识

基于上述原理及参数,设计了可控惯容器样机,如图3所示,可控惯容器的活塞杆和缸筒外夹具分别为第1、第2端点,直管路和螺旋管路安装于盒子内以保持其形状固定。为了对可控惯容器的摩擦力大小进行辨识,将可控惯容器安装于台架上,对其输入频率为 0.1 Hz 、振幅为 10 mm 的三角波信号。由于频率较小,除了换向瞬间有瞬时加速度,其余位移处的加速度均为0。在该工作过程中,惯性力可以忽略。在此频率下,阻尼力也足够小,故可以近似认为在该工况下可控惯容器两端点的合力即为摩擦力,2种状态下三角波输出响应如图4,5所示。

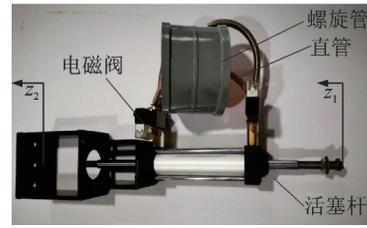


图3 可控惯容器样机

Fig.3 Prototype of controllable inerter

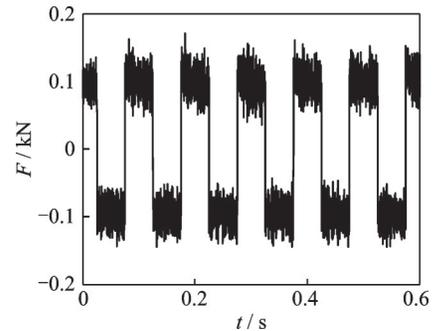


图4 三角波输出响应(off状态)

Fig.4 Force output with triangle wave(off condition)

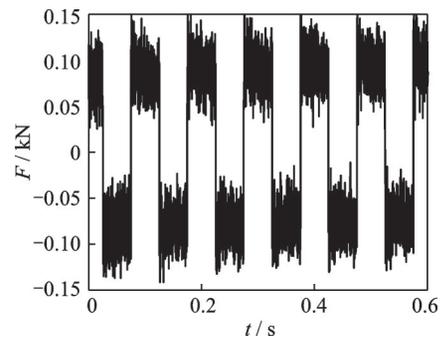


图5 三角波输出响应(on状态)

Fig.5 Force output with triangle wave(on condition)

由图可见,摩擦力出现一些小幅值的波动,这是因为在低速运动下,惯容器刚体出现了常见的爬行现象,但是总体上其输出力的幅值是稳定在一定区域内的。根据图4,5以及三阶多项式拟合的方法,可以得到可控惯容器在 on 状态下的摩擦力近似为 90.3 N ,在 off 状态下的摩擦力近似为 92.4 N 。

由于在低频下其两端的惯性力与阻尼力都较小,中高频段的惯性力和阻尼力逐渐增大,在试验中难以通过辨识的方法将二者解耦,所以用数值分析的结果作为模型的参数。

3.2 可控惯容器模型特性分析

对所建立的可控惯容器的理想模型 M_1 与非线性等效模型 M_2 和 M_3 进行力学输出性能分析,分别以 0.1 , 1.3 和 5 Hz 的正弦波为输入信号,得出如图6,7所示的2种状态下的力学输出结果。其中,在油液压

力为 3×10^6 Pa、混气率为 5% 的条件下的力学性能输出模型记为 M_3 , 在油液压力为 3×10^5 Pa、混气率为 5% 的条件下的力学性能输出模型记为 M_3' 。根据 2.2 节分析, 可以求出在这 2 种状态下液体的等效弹性模量 B_s 。

图 6(a) 中, 理想可控惯容器模型 M_1 只考虑了可控惯容器的惯性力, 由于在 0.1 Hz 正弦波下, 振动频率很低, 两端点之间的相对加速度很小。由式(1)可知, M_1 的两端点输出的惯性力很小, 几乎为 0, 与图 6(a) 相符。模型 M_2, M_3 和 M_3' 主要受摩擦力的影响, 且两端点的力学输出性能基本一致, 因此 M_3 和 M_3' 在正弦激励下都有一定的颤振, 这是因为这 2 个

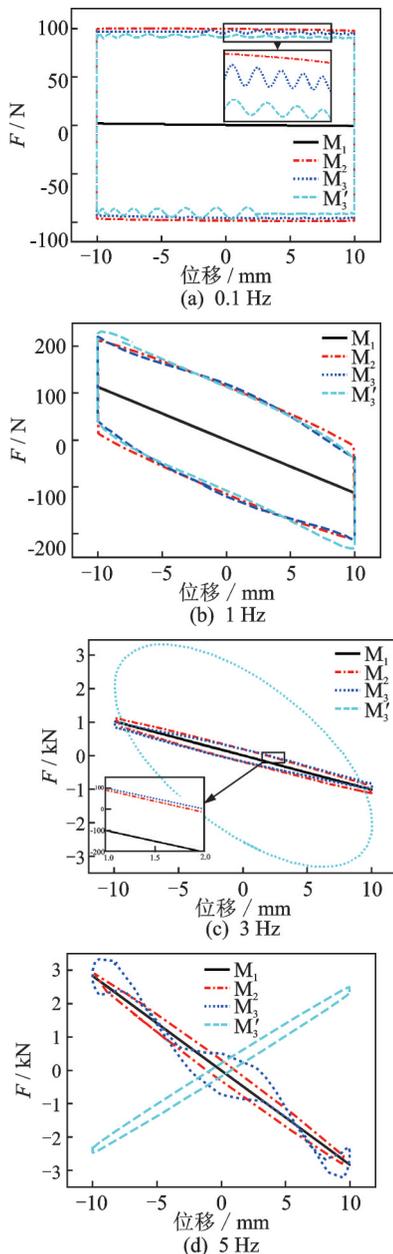


图 6 力学输出结果(on 状态)

Fig.6 Force output results(on condition)

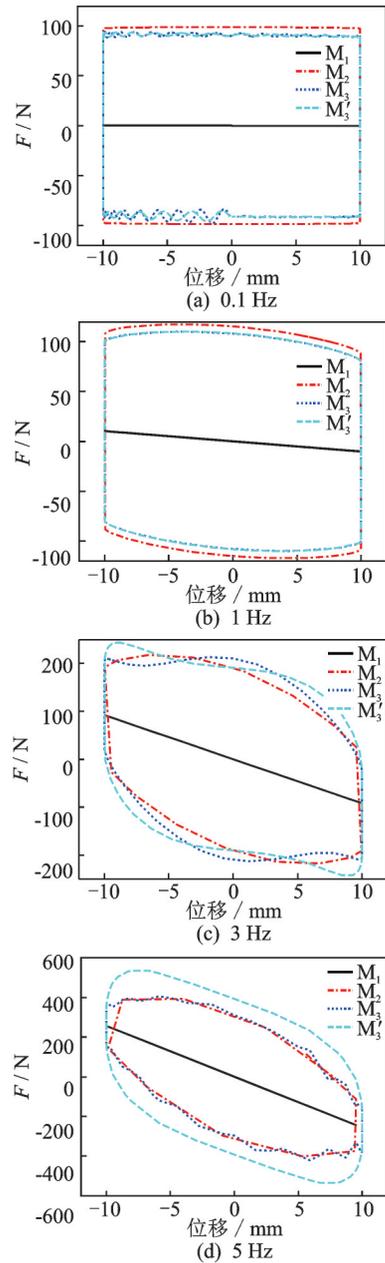


图 7 力学输出结果(off 状态)

Fig.7 Force output results(off condition)

模型都含有与惯性特性、阻尼特性串联的等效刚度特性。图 6(b) 中, 在 1 Hz 下, 模型 M_1, M_2, M_3 和 M_3' 由于加速度的增加, 两端点的惯性力相比于 0.1 Hz 时有了显著提升, 从力-位移曲线中可以明显看出惯性特性, 峰值力均出现在正弦波的最大位移行程处 (± 0.01 m)。图 6(c) 中, 在 3 Hz 频率下, 模型 M_1, M_2, M_3 与 0.1 和 1 Hz 下的力学特性基本相似, 因为两端加速度继续增加, 惯性力也进一步增加, 故合力中惯性力占主要成分, 模型 M_2 和 M_3 的峰值合力分别达到了 979 和 1 113 N。模型 M_3' 曲线则有了较大的差别, 其峰值合力增加到 3 318 N, 且峰值力出现在 ± 0.06 m 附近。可见, 相比于 0.1 和 1 Hz 频率

下力学输出特性,模型 M_3' 在3 Hz频率下力学输出表现出的惯性特性有所减弱,刚度特性有所增强。这是由于模型 M_3' 内部液体的等效弹性模量较小,在可控惯容器工作过程中,液体产生压缩形变,表现出一定的弹性特性。图6(d)中,在5 Hz频率下,模型 M_1 , M_2 和 M_3 的峰值合力进一步增加,而 M_3' 的刚度特性进一步增强,输出合力显示出较强的刚度特性。从可控惯容器在on状态的力学输出特性可知,所设计的流体式可控惯容器产生惯性力的刚体管与电学网络中的电容器具有相似的特性。可控惯容器在低频下(1~3 Hz),惯性特性起到了阻低频的作用,所以可控惯容器两端力主要表现为惯性力,这与电学网络中电容器通高频、阻低频的特性相一致;在较高的频率下(5 Hz以上),可控惯容器两端的力主要表现为刚度特性,起到了阻高频的作用,这与电学网络中电感器通低频、阻高频的特性相一致。仿真结果进一步验证了机电液相似性理论的正确性。此外,由图6可知,虽然模型 M_3' 与模型 M_3 的结构相同,但是由于其参数的不同,导致两者的力学输出性能也有较大的差异。

图7(a)中,在0.1 Hz正弦波下,因为频率很低,加速度很小,与on状态的力学输出结果较为相似。图7(b)中,在1 Hz下,模型 M_1 , M_2 , M_3 和 M_3' 两端点的加速度增加,但由于惯质系数较小,所以仅表现出较小的惯性特性,但同样在最大行程处出现峰值力。图7(c)中,在3 Hz的频率下,模型 M_1 , M_2 , M_3 和 M_3' 因为两端点相对加速度继续增加,惯性力也进一步增加,从力-位移曲线中可以明显看出惯性特性。相比于on状态,在off状态下,并未出现模型 M_3' 与模型 M_1 , M_2 和 M_3 输出力相差较大的情况,说明在惯质系数较小的情况下,可控惯容器输出合力也较小,故液体压缩不明显,刚度特性没有表现出来。图7(d)中,在5 Hz频率激励下,所有模型的峰值合力进一步增加,惯性特性均较为明显,但在模型 M_3' 中,输出力峰值有所增加,表明模型 M_3' 随着频率的增加,刚度特性也对两端点的输出合力起到了影响作用。

图6,7中,可控流体惯容器在on和off状态下,当液体的弹性效应不可忽略时,由于液体不再是无损失的刚性传动,对于考虑液体压缩效应的模型 M_3 和 M_3' ,螺旋管路会产生流体传递滞后效应,此效应可由模型的等效弹性模量这一参数体现出来。

4 结论

1) 基于机电液相似性理论,设计了流体式可控

惯容器装置,并研制了可控惯容器的样机,对其参数进行了辨识。

2) 建立了可控惯容器的理想模型 M_1 、考虑寄生阻尼因素与摩擦因素的非线性可控惯容器模型 M_2 以及考虑气液混合因素、寄生阻尼因素和摩擦因素的非线性可控惯容器模型 M_3 ,对模型的力学输性能进行对比研究。结果表明,非线性因素对于可控惯容器的影响较大,模型 M_3 能够更全面地反应出惯容器在不同工作状态下的实际力学输出性能。

3) 研究了在不同液体刚度特性下可控惯容器的力学输出特性。当液体刚度特性不可忽略时,液压网络中的液体弹性模量和刚体管产生的惯性特性分别在高频和低频振动激励下起作用,这与电学中电感和电容的特性相同。研究结果进一步验证了机电液相似理论的正确性。

参 考 文 献

- [1] SMITH M C. Synthesis of mechanical network: the inerter[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 47(10):1648-1662.
- [2] PAPAGEORGIU C, SMITH M C. Positive real synthesis using matrix inequalities for mechanical networks: application to vehicle suspension[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2006, 14(3):423-435.
- [3] 沈钰杰, 陈龙, 杨晓峰, 等. 应用惯容器提升车辆侧向稳定性的研究[J]. 汽车工程, 2018(6):693-698. SHEN Yujie, CHEN Long, YANG Xiaofeng, et al. Research on the improvement of lateral stability for vehicle suspension employing inerter[J]. Automobile Engineering, 2018(6):693-698. (in Chinese)
- [4] 殷学吉. 基于惯容器的动力系统低频线谱隔振机理研究[D]. 武汉:华中科技大学, 2016.
- [5] 葛正, 王维锐. 行星飞轮式滚珠丝杠惯容器设计与特性分析[J]. 农业机械学报, 2017, 48(7):391-398. GE Zheng, WANG Weirui. Design and characteristics analysis of ball screw type inerter with planetary flywheel [J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Machinery, 2017, 48(7):391-398. (in Chinese)
- [6] PAPAGEORGIU C, HOUGHTON N E, SMITH M C. Experimental testing and analysis of inerter devices[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 2009, 131: 101-116.
- [7] WANG F C, HONG M F, LIN T C. Designing and testing a hydraulic inerter[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2011, 225: 66-72.

- [8] SWIFT S J, SMITH M C, GLOVER A R. Design and modelling of a fluid inerter[J]. *International Journal of Control*, 2013, 86(11): 2035-2051.
- [9] 沈钰杰, 陈龙, 刘雁玲, 等. 基于量子遗传支持向量机的流体惯容预测模型[J]. *振动、测试与诊断*, 2018, 38(5):897-902.
SHEN Yujie, CHEN Long, LIU Yangling, et al. Predicting model of fluid inerter based on the quantum genetic support vector machine [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2018, 38(5): 897-902. (in Chinese)
- [10] KUZNETSOV A, MAMMADOV M, SULTAN I, et al. Optimization of improved suspension system with inerter device of the quarter-car model in vibration analysis [J]. *Archive of Applied Mechanics*, 2011, 81(10): 1427-1437.
- [11] WANG F C, CHAN H A. Vehicle suspensions with a mechatronic network strut [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2011, 49(5): 811-830.
- [12] HU Y, CHEN M Z Q. Low-complexity passive vehicle suspension design based on element-number-restricted networks and low-order admittance networks[J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 2018, 140(10):1-7.
- [13] MAKRIS N, MOGHIMI G. Displacements and forces in structures with inerters when subjected to earthquakes [J]. *Journal of Structural Engineering*, 2019, 145(2): 04018260.
- [14] DOMENICO D, DEASTRA P, RICCIARDI G, et al. Novel fluid inerter based tuned mass dampers for optimised structural control of base-isolated buildings [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2019, 356(14): 7626-7649.
- [15] LI Y, JIANG J Z, NEILD S A, et al. Optimal inerter-based shock-strut configurations for landing-gear touchdown performance[J]. *Journal of Aircraft*, 2017, 54(5): 1901-1909.
- [16] 葛正, 王维锐. 车辆主动惯容式动力吸振悬架系统研究[J]. *振动与冲击*, 2017, 36(1):167-174.
GE Zheng, WANG Weirui. Vehicle active ISD-DVA suspension system[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2017, 36(1):167-174. (in Chinese)
- [17] 刘昌宁, 陈龙, 张孝良, 等. 可控ISD悬架系统的建模与LQG最优控制[J]. *中国科技论文*, 2017(4): 403-407.
LIU Changning, CHEN Long, ZHANG Xiaoliang, et al. Controllable ISD suspension system modeling and LQG optimal controller design[J]. *China Sciencepaper*, 2017(4):403-407. (in Chinese)
- [18] 孙晓强, 陈龙, 汪少华, 等. 滚珠丝杠式惯容非线性建模与参数辨识[J]. *振动、测试与诊断*, 2016, 36(2): 329-334.
SUN Xiaoqiang, CHEN Long, WANG Shaohua, et al. Nonlinear modeling and parameters identification of ball-screw inerter[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2016, 36(2):329-334. (in Chinese)
- [19] 孙晓强, 陈龙, 汪少华, 等. 2级串联式ISD悬架非线性建模与参数优化[J]. *农业机械学报*, 2014, 45(6): 7-13.
SUN Xiaoqiang, CHEN Long, WANG Shaohua, et al. Nonlinear modeling and parameter optimization of two-stage series-connected ISD suspension[J]. *Transactions of the Chinese Society of Agricultural Machinery*, 2014, 45(6):7-13. (in Chinese)
- [20] MORAES F H, SILVEIRA M, GONÇALVES P J P. On the dynamics of a vibration isolator with geometrically nonlinear inerter[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2018, 93(3): 1325-1340.
- [21] WANG F C, SU W J. Impact of inerter nonlinearities on vehicle suspension control[J]. *Vehicle System Dynamics*, 2008, 46(7): 575-595.
- [22] KARNOPP D C, MARGOLIS D L, ROSENBERG R C. *System dynamics: modeling, simulation, and control of mechatronic systems*[M]. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2012:78-144..
- [23] 左鹤声. *机械阻抗方法与应用*[M]. 北京:机械工业出版社,1987:95-105.
- [24] LIU C, CHEN L, LEE H, et al. A review of the inerter and inerter-based vibration isolation: theory, devices, and applications [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2022, 359:7677-7707.
- [25] MASSEY B S. *Mechanics of fluids*[M]. 6th ed. London, UK:Chapman & Hall, 1997:159-190.



第一作者简介:刘昌宁,男,1992年6月生,博士生。主要研究方向为车辆动态性能模拟与控制。

E-mail:cn271828@163.com

通信作者简介:陈龙,男,1958年7月生,教授、博士生导师。主要研究方向为车辆动态性能模拟与控制。

E-mail:chenlong@uj.edu.cn