

多自由度固面天线反射面展开动力学分析*

杨全欧¹, 秦远田¹, 陈金宝¹, 李波²

(1. 南京航空航天大学航天学院 南京, 210016)

(2. 上海宇航系统工程研究所 上海, 201109)

摘要 某大型 6 自由度固面天线反射面在展开过程中存在自由摆动的问题, 为减小主动控制的难度, 需合理设计各关节处的动力, 即扭簧的扭矩大小。针对该动力学问题, 采用 Lagrange 第 2 类方程进行动力学模型推导, 从 1 自由度递推至 n 自由度, 利用 Matlab 对模型进行数值求解, 研究 6 自由度情形下扭簧扭矩与展开过程的关系, 并使用 Adams 进行辅助验证。通过动力学模型的计算, 获得了一组合理的扭簧扭矩初值, 在没有外力约束下, 可以使得各个反射面能以相互协调的速度与规定的趋势进行展开。结果表明, 该研究方法可获得特定条件下扭簧扭矩的控制方案, 降低天线反射面展开过程中主动控制的难度。

关键词 天线反射面; Lagrange 方程; 动力学; 扭簧

中图分类号 TH113.2; V416.2

引言

随着空间技术的发展, 航天器所需信息传输能力不断增强, 大型可展开天线已成为一种新的发展趋势, 可展开空间天线按照反射面材料的不同可分为 3 类: 固体反射面、网状反射面和充气式反射面^[1]。其中, 大型固面天线具有反射面积大、结构简单及可靠性高等特点。

多自由度天线属于多体动力学模型, 多体系统动力学方程的建模基础多种多样, 如 Newton-Euler 方法、Lagrange 方程、D'Alembert 原理、Jourdain 原理、Gauss 最小约束原理、Kane 方程、Apell 方程和 Hamilton 方程等, 都有成功的应用^[2]。王英波等^[3]采用 Kane 方程对并联机器人建立了动力学模型, 并通过计算机建模对其模型进行了验证。孙宏丽等^[4]采用 Kane 方程对航天器可展开附件进行动力学模型推导。Guo 等^[5]利用 Jourdain 速度变化原理建立了地面太阳能电池阵列系统的动力学方程, 并通过 Adams 进行了验证。赵小英等^[6]采用 Newton-Euler 法对双臂教学机器人进行分析, 并实现了 Matlab 的求解。张清华等^[7]采用有限元法和 Lagrange 方程建立了平面 3-RRR 柔性并联机器人的刚-弹耦合非线性动力学模型。陈志勇等^[8]利用 Lagrange 方程, 建

立了柔性空间机械臂系统的动力学模型。Silver^[9]比较了所用的 Newton-Euler 方法和 Lagrange 方法, 并表明在适当的选择下, Lagrange 公式等价于 Newton-Euler 公式。

应用 Lagrange 第 2 类方程可以得到与系统自由度相同的运动微分方程数, Lagrange 第 2 类方程仅用 2~3 个标量(动能、势能或广义力)便可描述复杂质点系的运动^[10]。周洪波等^[11]采用 Lagrange 原理对天线系统进行了动力学建模, 按照分量方式对动能与势能进行求解, 简化了能量的求解过程。Nie 等^[12]利用 Lagrange 方程对网状天线反射面建立动力学模型, 推导出预先设计运动下的驱动力。谷勇霞等^[13]采用同步带联动机构对太阳能帆板的展开进行动力学分析, 其动力源于扭簧。在大型多自由度固面天线反射面展开中, 需要使得展开过程稳定可靠, 扭簧参数即显得十分重要, 因此笔者使用 Lagrange 方程建立动力学模型并进行分析。

1 固面天线反射面模型

在此分析的天线共有 7 块反射面、6 个铰链, 等效为平面 6 自由度模型, 以下将反射面简称为板。图 1 所示为天线反射面折叠至展开示意图, 最左侧的第 1 块板固定不动, 其余板均绕铰链处进行展开,

* 国家自然科学基金面上资助项目(12172168)

收稿日期: 2020-05-25; 修回日期: 2020-08-16

后1块板均相对前1块板展开180°后达到最终展开状态。

相邻板间铰链处装有的扭簧提供展开驱动力,当飞行器入轨以后,压紧机构释放,各块板在扭簧的作用下进行展开。为了简化模型建立的过程,将所有的板简化为相同直杆进行分析,惯性参数一致,展开角度依然保持180°。

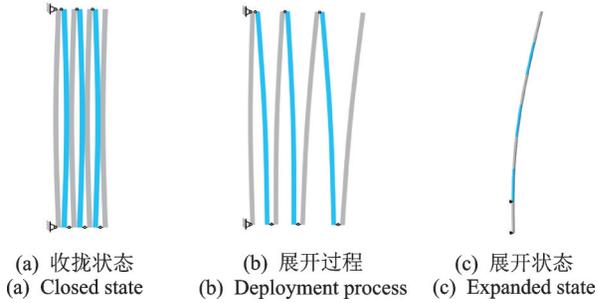


图1 天线反射面折叠至展开示意图

Fig.1 Antenna reflecting surface from folded to expanded

2 动力学模型建立

2.1 Lagrange 动力学方程

在该模型中,所有能量来源于扭簧的释放,约束力完整,主动力有势,可采用Lagrange第2类方程进行分析。

Lagrange第2类方程的有势力形式为

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} = 0 \quad (k = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

其中:拉氏函数 $L = T - V$, T 为系统的动能, V 为系统的势能; q_k 为广义坐标。

根据柯尼希定理:质点系的绝对运动的动能 T 等于系统跟随质心平移的动能与相对质心平移系的转动动能之和,即

$$T = \frac{1}{2} m v^2 + T_r \quad (2)$$

2.2 天线反射面动力学模型建立

根据天线反射面简化成的杆模型建立的6自由度简化模型如图2所示。质心在每块板的几何中心,

$$\begin{cases} x_n = l \sin \theta_1 + l \sin(\theta_2 - \theta_1) + \dots + l \sin(\theta_{n-1} - (\theta_{n-2} - \dots(\theta_2 - \theta_1) \dots)) + \\ \quad \frac{l}{2} \sin(\theta_n - (\theta_{n-1} - \dots(\theta_2 - \theta_1) \dots)) \\ y_n = (-1)^0 l \cos \theta_1 + (-1)^1 l \cos(\theta_2 - \theta_1) + \dots + (-1)^{n-2} l \cos(\theta_{n-1} - (\theta_{n-2} - \dots(\theta_2 - \theta_1) \dots)) + \\ \quad (-1)^{n-1} \frac{l}{2} \cos(\theta_n - (\theta_{n-1} - \dots(\theta_2 - \theta_1) \dots)) \end{cases} \quad (8)$$

每块板相对前1块板的转角依次为 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$, 则角速度为 $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dots, \dot{\theta}_n$ 。质心依次为 m_1, m_2, \dots, m_n , 并在此建立局部坐标系。每块板长均为 l 。扭簧刚度依次为 k_1, k_2, \dots, k_n , 初始状态预紧力为 $T_{10}, T_{20}, \dots, T_{n0}$, 此天线中各板质量均为 m 。

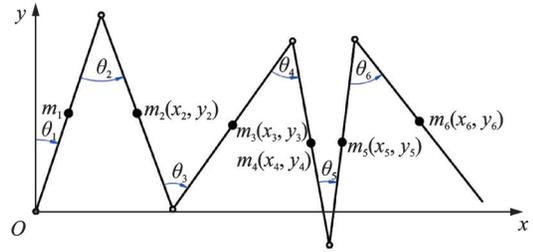


图2 6自由度简化模型

Fig.2 Simplified model with 6 degree of freedom

第1块板的质心速度为

$$v_1 = \frac{1}{2} l \dot{\theta}_1 \quad (3)$$

板相对于质心的转速为 $\dot{\theta}_1$, 则动能为

$$T_1 = \frac{1}{2} m \left(\frac{1}{2} l \dot{\theta}_1 \right)^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}_1^2 \quad (4)$$

其中: J 为板相对于其质心的转动惯量。

从第2块板开始,直接得到质心速度较为复杂,从 x, y 两个方向进行分析,分解的位移为

$$\begin{cases} x_2 = l \sin \theta_1 + \frac{l}{2} \sin(\theta_2 - \theta_1) \\ y_2 = l \cos \theta_1 - \frac{l}{2} \cos(\theta_2 - \theta_1) \end{cases} \quad (5)$$

速度为

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = l \cos \theta_1 \dot{\theta}_1 + \frac{l}{2} \cos(\theta_2 - \theta_1) (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) \\ \dot{y}_2 = -l \sin \theta_1 \dot{\theta}_1 + \frac{l}{2} \sin(\theta_2 - \theta_1) (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) \end{cases} \quad (6)$$

第2板的动能为

$$T_2 = \frac{1}{2} m (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + \frac{1}{2} J (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1)^2 \quad (7)$$

以此类推,第 n 块板 2 个方向位置和速度分别如式(8)和式(9)所示

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{x}_n &= l \cos \theta_1 \dot{\theta}_1 + l \cos(\theta_2 - \theta_1)(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) + \dots + \\ & l \cos(\theta_{n-1} - (\theta_{n-2} - \dots(\theta_2 - \theta_1)\dots))(\dot{\theta}_{n-1} - (\dot{\theta}_{n-2} - \dots(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1)\dots)) + \\ & \frac{l}{2} \cos(\theta_n - (\theta_{n-1} - \dots(\theta_2 - \theta_1)\dots))(\dot{\theta}_n - (\dot{\theta}_{n-1} - \dots(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1)\dots)) \\ \dot{y}_n &= (-1)^1 l \sin \theta_1 \dot{\theta}_1 + (-1)^2 l \sin(\theta_2 - \theta_1)(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) + \dots + \\ & (-1)^{n-1} l \sin(\theta_{n-1} - (\theta_{n-2} - \dots(\theta_2 - \theta_1)\dots))(\dot{\theta}_{n-1} - (\dot{\theta}_{n-2} - \dots(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1)\dots)) + \\ & (-1)^n \frac{l}{2} \sin(\theta_n - (\theta_{n-1} - \dots(\theta_2 - \theta_1)\dots))(\dot{\theta}_n - (\dot{\theta}_{n-1} - \dots(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1)\dots)) \end{aligned} \right. \quad (9)$$

第 n 块板的动能为

$$T_n = \frac{1}{2} m (\dot{x}_n^2 + \dot{y}_n^2) + \frac{1}{2} J ((-1)^{n-1} \dot{\theta}_n + \dots + (-1)^1 \dot{\theta}_2 + (-1)^0 \dot{\theta}_1)^2 \quad (10)$$

合计得到 n 块板的总动能为

$$T = \sum_{i=1}^n T_i \quad (11)$$

该多自由度系统处于无重力运动环境,其势能即为扭簧的弹性势能,预紧力为 T_{i0} ,初始角度为 θ_{i0} ,则第 i 个扭簧对应的势能为

$$V_i = \frac{1}{2} k_i (\theta_{i0} - \theta_i)^2 \quad (12)$$

其中: $\theta_{i0} = T_{i0}/k_i$; k_i 为第 i 个扭簧的刚度。

该系统的总势能为

$$V = \sum_{i=1}^n V_i \quad (13)$$

根据式(1)、式(11)和式(13),6 自由度天线的动力学方程为

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, 6) \quad (14)$$

$$L = \sum_{i=1}^6 T_i - \sum_{i=1}^6 V_i \quad (15)$$

每块板根据式(14)求解偏微分和导数后,含有 $\theta_i, \dot{\theta}_i, \ddot{\theta}_i$ 待求项。将所有板对应的等式进行联立求解, $\ddot{\theta}_i$ 用 θ_i 和 $\dot{\theta}_i$ 表示出来,根据数值积分方法,下一时刻的角度与角速度,可以使用前些时刻的角度、角速度及角加速度求解得到,经过不断迭代,可得到一段时间内角度、角速度随时间变化的规律。

3 数值求解

3.1 Matlab 程序实现

根据式(14),采用 Matlab 编程对该 6 自由度系统进行数值求解。首先,用拉氏函数 L 对 $\dot{\theta}$ 求偏导,得到 1 阶偏导函数,并结合 subs 函数对部分变量进行替换后,再对时间 t 求导;其次,在获得不含有偏微分的 Lagrange 第 2 类方程简化形式后,联立各个

方程采用 vpasolve 函数进行求解,得到加速度的数值解;最后,将这些值返回到 ode45 函数当中对角度与角速度进行求解。

3.2 初值条件及计算结果

3.2.1 扭簧相同初始扭矩

表 1 为仿真条件。对于该系统的 6 自由度模型,取每个扭簧的初始扭矩大小相等,刚度一致,不记扭簧及铰链质量,并根据表中的参数进行动力学计算。

表 1 仿真条件

Tab.1 Simulation conditions

参数	数值
单块板质量/kg	15
单块板长度/mm	1 500
扭簧刚度/(N·mm·(°) ⁻¹)	10
扭簧初始扭矩/(N·mm)	3 000

计算时间取 2 s,相同扭矩下 Matlab 计算的展开角度和角速度分别如图 3,4 所示。由图可见,各转角存在较大的差别,且出现了负角度,与扭矩方向相反,实际过程表现为碰撞形式,所以初始扭矩相同时的效果不好。

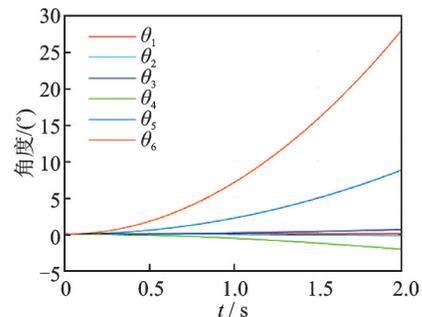


图 3 相同扭矩下 Matlab 计算的展开角度

Fig.3 Angle results calculated by Matlab under the same torque

为了验证动力学模型推导的准确性,采用 Adams 动力学仿真软件进行对比分析。根据图 2 建立 6 根细长杆模型,设置旋转副,添加扭簧,参数同表 1,各板质量相同,无重力环境,仿真时长为 2 s,相

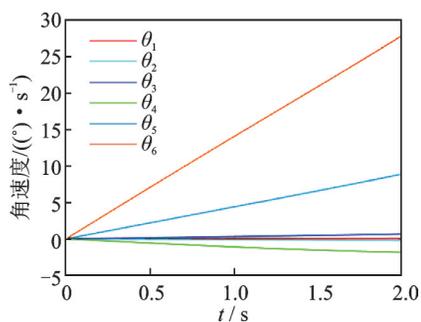


图 4 相同扭矩下 Matlab 计算的展开角速度

Fig.4 Angular velocity results calculated by Matlab under the same torque

同扭矩下 Adams 计算的展开角度和角速度分别如图 5,6 所示。Matlab 数值计算和 Adams 仿真计算的角度、角速度在 2 s 时的取值对比如表 2 所示。

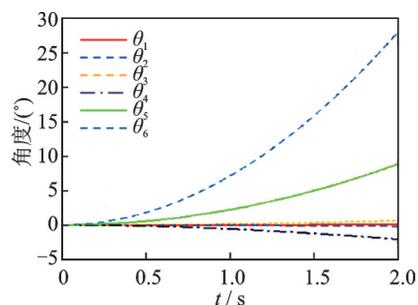


图 5 相同扭矩下 Adams 计算的展开角度

Fig.5 Angle results calculated by Adams under the same torque

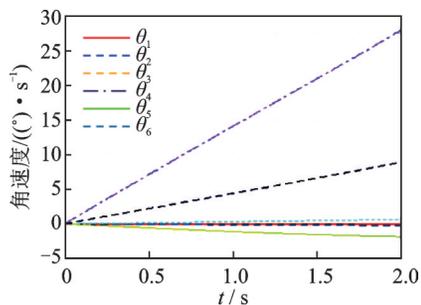


图 6 相同扭矩下 Adams 计算的展开角速度

Fig.6 Angular velocity results calculated by Adams under the same torque

表 2 在 2 s 时的取值对比

Tab.2 Comparison of values at 2 seconds

角度位置	数值计算的角度/(°)	仿真计算的角速度/(°)	数值计算的角速度/(°·s ⁻¹)	仿真计算的角速度/(°·s ⁻¹)
θ_1	0.06	0.06	0.07	0.07
θ_2	-0.20	-0.20	-0.22	-0.22
θ_3	0.64	0.64	0.66	0.66
θ_4	-2.08	-2.08	-1.82	-1.82
θ_5	8.80	8.80	8.88	8.89
θ_6	27.95	27.94	27.87	27.86

通过图 3 与图 5、图 4 与图 6 的对比以及表 2 的数据对比,可以发现 Matlab 数值计算结果与 Adams 仿真计算结果基本一致。

3.2.2 扭簧初始扭矩优化

天线反射面的展开过程中,除了要考虑各板的展开速度,还要控制展开整体趋势。如图 7 箭头指示的运动包络,该展开趋势会使板与部件 A 发生碰撞,即为不合理的展开趋势;而图 8 箭头指示的运动包络,则不会对部件 A 造成碰撞,即为合理的展开趋势。

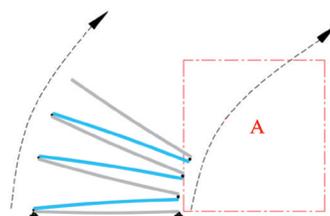


图 7 不合理的展开趋势

Fig.7 Unreasonable deployment trend

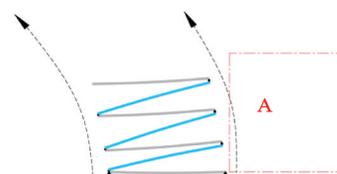


图 8 合理的展开趋势

Fig.8 Reasonable deployment trend

为了使展开速度与展开趋势更优,采取了图 9 所示的扭簧初始扭矩优化流程,其余参数不变,进行动力学方程数值运算。

在图 9 中,各扭簧的初始扭矩均为 3 000 N·mm。在对第 i 个扭簧的扭矩调整时,均要检查前面 $i-1$

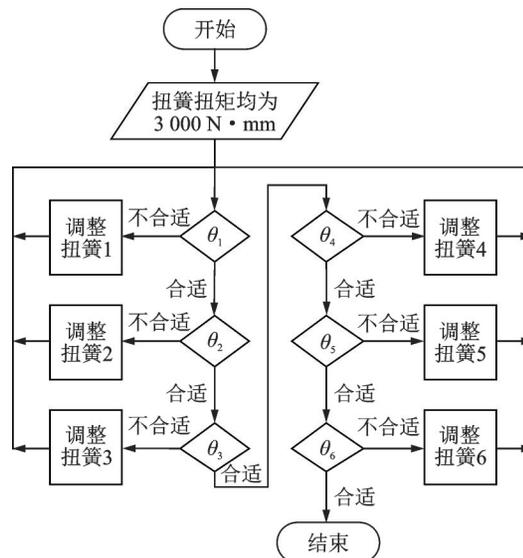


图 9 扭簧初始扭矩优化流程

Fig.9 The optimization process of the initial torque of torsion springs

个关节处的角速度与角度变化情况,若角速度过大,则需要降低此处的初始扭矩,反之则需增大,直至合适的状态,再对下一个扭簧进行调整。

经过多次的调整,得到了如表 3 所示的 1 组初始扭矩,既保证各板之间的展开速度均衡,又使得整体趋势如图 8 所示一样合理进行。

表 3 各扭簧处的初始扭矩

Tab.3 The initial torque of each torsion spring

位置	扭矩初值/(N·mm)
扭簧 1	7 800
扭簧 2	6 000
扭簧 3	6 500
扭簧 4	4 800
扭簧 5	4 000
扭簧 6	2 100

表 3 的数据在 Matlab 中计算的展开角度和角速度分别如图 10,11 所示。通过 Adams 仿真得到的角度和角速度分别如图 12,13 所示。

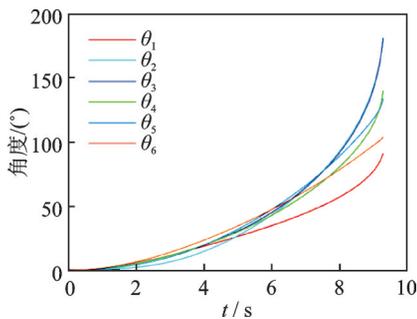


图 10 优化后 Matlab 计算的展开角度
Fig.10 Angle results calculated by Matlab after optimization

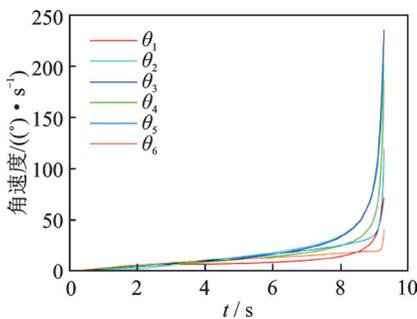


图 11 优化后 Matlab 的展开角速度
Fig.11 Angular velocity results calculated by Matlab after optimization

图 10~13 结果显示,在优化初始扭矩的情况下,各板间的展开速度更加接近,展开过程更有规律,更符合要求。每块板展开 180°后,对接锁就会对相连板进行锁定,该位置不再继续展开,在 Matlab 的计算过程中,第 1 个展开到 180°的是 θ_3 ,此时的时间为 9.3 s,若继续计算,则 θ_3 会超过 180°,后面的计

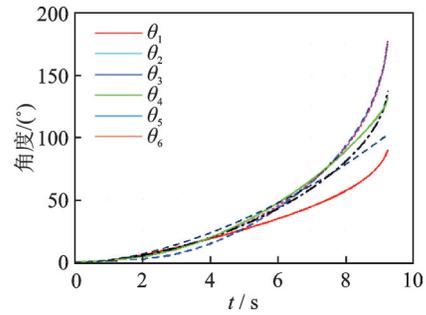


图 12 优化后 Adams 计算的展开角度
Fig.12 Angle results calculated by Adams after optimization

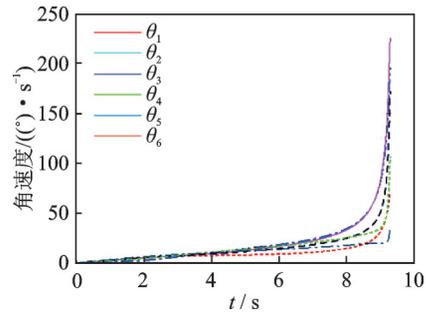


图 13 优化后 Adams 的展开角速度
Fig.13 Angular velocity results calculated by Adams after optimization

算结果将不是天线展开所需要的,因此取值到 9.3 s 即可。图 14 为优化后 Adams 中的可视化展开过程,按照此趋势下去,每个铰链转动到 180°均进行锁定,最终可得到正确且完整的展开状态。

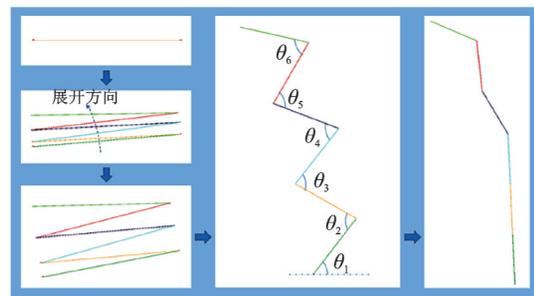


图 14 优化后 Adams 中的可视化展开过程
Fig.14 Visualized deployment process in Adams after optimization

表 4 为 Matlab 数值计算和 Adams 仿真计算的角度、角速度在 9.3 s 时的取值对比。由表可见,采用数值计算得到的角度、角速度结果与 Adams 仿真计算得到的结果出现了一定差异,比 2 s 时的误差要大,主要表现在小数点后的数字上。造成此情况的主要原因如下:

- 1) 动力学模型采用的数值计算,存在迭代误差,时间越长,则误差越大;
- 2) Adams 中使用的模型并不是理想的细长杆,杆存在一定的厚度,而且端部为圆弧形,其转动惯量与 Matlab 中计算的值存在微小误差。

表4 在9.3 s时取值对比

Tab.4 Comparison of values at 9.3 seconds

角度位置	数值计算 角度/(°)	仿真计算 角度/(°)	数值计算 角速度/ ((°)·s ⁻¹)	仿真计算 角速度/ ((°)·s ⁻¹)
θ_1	90.67	90.50	71.76	71.67
θ_2	179.20	179.20	201.20	200.90
θ_3	180.60	179.85	234.90	234.60
θ_4	139.50	139.53	186.60	186.37
θ_5	133.20	133.22	119.60	119.53
θ_6	103.60	103.54	41.36	41.39

4 结 论

1) 将多自由度固面天线反射面简化为杆结构,采用 Lagrange 第2类动力学方程进行推导,得到了 n 自由度天线的动力学模型。采用 Matlab 进行数值求解,获得6自由度固面天线反射面模型每个关节处的展开角度与角速度。

2) 在扭簧作为动力源的天线反射面展开过程中,不含其他的展开约束,相同的初始扭矩会导致反射面的运动规律混乱,除了产生板间碰撞,还容易与周围其他部件发生干涉,存在安全隐患。

3) 根据 Lagrange 动力学模型,采用循环调整法,优化得到合理的扭簧扭矩初值,使得天线各反射面能够以合理的速度展开,且在合适的运动包络内进行,不会自身碰撞或与周围部件碰撞。该方法不仅可以降低天线展开过程中主动控制的难度,而且对于空间太阳能电池板的展开也具有一定参考价值。

参 考 文 献

- [1] 张辰, 韦娟芳, 戚学良, 等. 径向肋可展开天线动力学特性试验研究[J]. 振动、测试与诊断, 2018, 38(4): 780-784. ZHANG Chen, WEI Juanfang, QI Xueliang, et al. Experimental study on dynamic characteristics of radial rib deployable antenna[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2018, 38(4):780-784. (in Chinese)
- [2] 刘艳梨, 朱永梅. 基于 Lagrange 方法的平面双摆机构多体动力学研究[J]. 机械设计与制造, 2009(5): 75-77. LIU Yanli, ZHU Yongmei. Research on multi-body dynamics for plane double pendulum based on Lagrange's method[J]. Machinery Design & Manufacture, 2009(5):75-77. (in Chinese)
- [3] 王英波, 黄其涛, 郑书涛, 等. Simulink 和 SimMechanics 环境下并联机器人动力学建模与分析[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2012, 33(1):100-105. WANG Yingbo, HUANG Qitao, ZHENG Shutao, et al. Dynamic modeling and analysis of a parallel manipulator using Simulink and SimMechanics[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2012, 33(1):100-105. (in Chinese)
- [4] 孙宏丽, 张少伟, 谭天乐. 航天器可展附件展开动力

学建模研究[J]. 上海航天, 2015, 32(1): 1-4, 35.

SUN Hongli, ZHANG Shaowei, TAN Tianle. Deployment dynamics modeling of spacecraft deployable accessories [J]. Aerospace Shanghai, 2015, 32(1):1-4, 35. (in Chinese)

- [5] GUO S J, LI H Q, CAI G P. Deployment dynamics of a large-scale flexible solar array system on the ground [J]. The Journal of the Astronautical Sciences, 2019, 66(3): 225-246.
- [6] 赵小英, 梅志千. 双臂教学机器人的运动分析及仿真[J]. 河海大学常州分校学报, 2006(1): 24-27. ZHAO Xiaoying, MEI Zhiqian. Kinematics analysis and simulation on two-arm teaching manipulator[J]. Journal of Hohai University Changzhou, 2006(1): 24-27. (in Chinese)
- [7] 张清华, 张宪民. 平面3-RRR柔性并联机器人动力学建模与分析[J]. 振动工程学报, 2013, 26(2): 239-245. ZHANG Qinghua, ZHANG Xianmin. Dynamic modeling and analysis of planar 3-RRR flexible parallel robots [J]. Journal of Vibration Engineering, 2013, 26(2): 239-245. (in Chinese)
- [8] 陈志勇, 陈力. 柔性空间机械臂振动抑制的模糊终端滑模控制[J]. 振动、测试与诊断, 2010, 30(5): 481-486. CHEN Zhiyong, CHEN Li. Fuzzy terminal sliding mode control of vibration suppression of flexible space manipulator[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(5):481-486. (in Chinese)
- [9] SILVER W M. On the equivalence of Lagrangian and Newton-Euler dynamics for manipulators [J]. International Journal of Robotics Research, 1982, 1(2):60-70.
- [10] 范钦珊, 陈建平. 理论力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2010: 367-380.
- [11] 周洪波, 贾艳霞. 基于拉格朗日原理天线系统动力学模型建立[J]. 河北省科学院学报, 2015, 32(2):6-8. ZHOU Hongbo, JIA Yanxia. Dynamics mode of the antenna based on Lagrange theory [J]. Journal of the Hebei Academy of Sciences, 2015, 32(2):6-8. (in Chinese)
- [12] NIE R, HE B Y, ZHANG L H. Deployment dynamics modeling and analysis for mesh reflector antennas considering the motion feasibility [J]. Nonlinear Dynamics, 2018, 91(1):549-564.
- [13] 谷勇霞, 杨天夫, 郭峰. 考虑多间隙的帆板式展开机构动力学分析[J]. 振动、测试与诊断, 2015(1): 36-41. GU Yongxia, YANG Tianfu, GUO Feng. Dynamic performance of a solar array deployable mechanism with multiple clearances [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2015(1):36-41. (in Chinese)



第一作者简介:杨全欧,男,1996年3月生,硕士生。主要研究方向为空间天线展开动力学及工业机器人惯性参数辨识等。
E-mail:yangquanou@foxmail.com