

艏摇运动下船用转子系统的非线性动力学特性*

史阳旭, 李明, 杜晓蕾

(西安科技大学力学系 西安, 710054)

摘要 考虑艏摇运动, 基于短轴承油膜力理论建立了船用转子-轴承系统的动力学模型, 理论分析显示系统运动微分方程具有较强的几何非线性。受到艏摇运动影响, 转子会相对轴瓦产生偏转, 受到非线性油膜力矩等多种作用力。采用数值方法, 分析了艏摇运动影响下转子的非线性动力学特性及其相对轴瓦产生的偏转运动, 研究了艏摇幅值及频率比对转子运动的影响。结果表明: 当转速较低时, 转子相对轴瓦产生的偏转较大; 当转速较高时, 艏摇使得转子能够进入混沌运动状态。转子振幅及其相对轴瓦的偏转随着艏摇幅值的增大而增大。随着频率比的减小, 艏摇运动对转子影响逐渐减弱。

关键词 非线性动力学; 船用转子系统; 艏摇运动; 轴承油膜力; 稳态响应; 混沌
中图分类号 TH113.1; O322

1 问题的引出

船舶在航行过程中, 总是会受到各种未知航行因素的影响, 如风、浪等, 使得船体发生如图 1 所示的牵连运动, 具体包括艏摇、横摇、纵摇、横荡、纵荡及垂荡。艏摇作为一种对舰船稳定运行影响较大的牵连运动, 目前对其研究主要关注的是艏摇对船体结构动力学响应的影响。文献[1]研究了船舶在波浪漂移力作用下的艏摇运动, 采用数值模拟和实验相结合的方式, 验证了其数学模型能够准确模拟非线性效应和预测运动不稳定性。刘利琴等^[2]建立了规则波浪中船舶的横摇运动方程, 分析了不同甲板上浪对船舶横摇运动的影响。李冬琴等^[3]通过对船模纯横荡及纯首摇运动进行数值仿真研究, 对比了侧向力及转首力矩的仿真计算结果及实验结果。虽然舰船运动频率远低于转子系统, 但这种低频率、大位移的牵连运动会通过船

体将能量传递给转子系统, 从而对转子系统动力学特性产生重要影响。因此, 研究牵连运动下船用转子-轴承系统的动力学特性显得尤为必要。

对于牵连运动下转子-轴承系统动力学特性的相关研究目前多集中于航空领域。张鹏^[4]研究了机动转弯和螺旋前进机动这 2 种特定飞行动作对转子动力学特性的影响, 分析了转子响应随各机动参数的变化规律。文献[5-7]考虑正弦机动飞行和水平盘旋飞行 2 种运动, 以带有立方非线性弹性支承的转子系统作为研究对象, 进行了局部分岔及全局分岔的相关动力学特性研究。祝长生等^[8-9]研究了飞机任意机动飞行条件下具有多盘、多质量和多轴承的不平衡柔性转子系统的动力学特性。Han 等^[10-11]研究了在裂纹故障存在时转子-轴承系统的动力学特性, 以及在转动牵连运动下柔性转子系统所表现出来的参数不稳定性。Liu 等^[12]研究了无舵四旋翼无人机在滚转和偏航时旋翼的动力学特性, 并设计控制器实现对无人机滚转及偏航控制的解耦。在舰船牵连运动对转子-轴承系统动力学特性影响的相关研究中, Dakel 等^[13-14]采用轴和盘具有不对称性的转子模型, 研究了包括平移和旋转共 6 个自由度的摇荡运动对舰载转子系统动力学特性的影响。Zhang 等^[15-16]通过将基础运动与油膜力耦合, 建立了考虑船舶纵摇、横摇运动及非线性油膜力的转子-轴承系统的动力学模型, 研究了具有不平衡质量系统的动力学特性。

当艏摇运动存在时, 转子轴颈会相对轴瓦产生

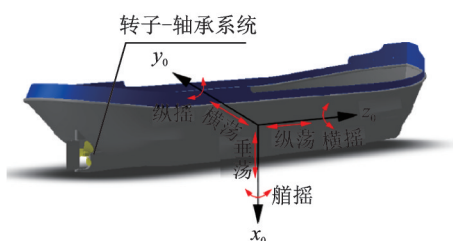


图 1 舰船牵连运动示意图

Fig.1 Schematic diagram of marine transport motion

* 国家自然科学基金资助项目(11972282);陕西省自然科学基金重点资助项目(2018JZ1001)

收稿日期:2020-06-13;修回日期:2020-09-13

倾斜,使转子受到油膜力矩影响,运动特性变得复杂。笔者基于短轴承理论,考虑油膜力矩,推导了艏摇运动下转子-轴承系统的运动微分方程,在分析转子系统稳态响应时,除轴心轨迹、时域响应、频谱响应及庞加莱截面外,还分析了转子轴颈轨迹,以充分说明艏摇运动对转子-轴承系统动力学特性的影响。

2 艏摇运动下转子-轴承系统的数学模型

2.1 运动方程

建立转子-轴承系统受船体牵连运动影响的力学模型如图 2 所示,转子-轴承系统剖面图如图 3 所示。其中: O_l 为 z 轴负方向轴颈几何中心; O_r 为 z 轴正方向轴颈几何中心。为方便问题讨论,特作如下假设:①系统转子为刚性轴段;②轴承为短轴承;③圆盘质量为 m ,偏心距为 e ,沿 y 轴、 z 轴的转动惯量分别为 J_1 和 J_2 。 $O_0-x_0y_0z_0$ 为固定在地面的惯性参考系, $O_1-x_1y_1z_1$ 为船体相对直角坐标系, $O-xyz$ 为转子直角坐标系。

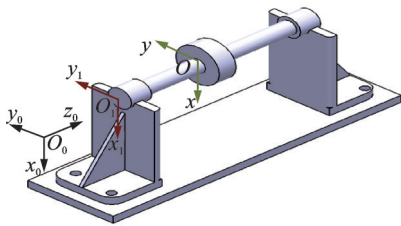


图 2 转子-轴承系统示意图

Fig.2 Schematic diagram of rotor-bearing system

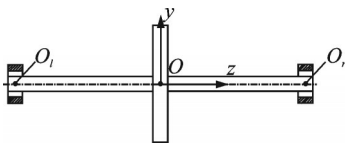


图 3 转子-轴承系统剖面图

Fig.3 Section of rotor-bearing system

设圆盘位移为 x, y ;圆盘角位移为 θ_x, θ_y ;载体角位移为 θ_0 。基于短轴承理论,考虑艏摇运动对转子-轴承系统的影响,求得在艏摇运动影响下系统动能为

$$T = \frac{1}{2} m \left[(\dot{x} + e\omega \cos \omega t)^2 + (\dot{y} + e\omega \cos \omega t)^2 \dot{\theta}_0^2 + (\dot{y} - e\omega \sin \omega t)^2 \right] + \frac{1}{2} J_1 \left[(\dot{\theta}_x + \dot{\theta}_0)^2 + \dot{\theta}_y^2 \right] + \frac{1}{2} J_2 \left[\omega^2 + 2\omega(\dot{\theta}_x + \dot{\theta}_0) \sin \theta_y \right] + \frac{1}{2} (J_1 + J_2) (\dot{\theta}_x + \dot{\theta}_0)^2 \sin^2 \theta_y \quad (1)$$

根据模型假设,圆盘和轴段均为刚性,因此系统势能仅包含重力势能,其表达式为

$$U = -mg(x + e \sin \omega t) \quad (2)$$

转子的广义坐标为 x, y, θ_x 和 θ_y ,各个坐标所对应广义力的表达式分别为: $Q_x = F_{x1} + F_{x2}$; $Q_y = F_{y1} + F_{y2}$; $Q_{\theta_x} = F_{y2}l - F_{y1}l$; $Q_{\theta_y} = F_{x1}l - F_{x2}l$ 。

根据 Lagrange 方程可得转子-轴承系统的运动方程为

$$\begin{cases} m\ddot{x} = mg + me\omega^2 \sin \omega t + F_{x1} + F_{x2} \\ m\ddot{y} = m\dot{\theta}_0^2 + m\dot{\theta}_0^2 e \cos \omega t + m\omega^2 e \cos \omega t + F_{y1} + F_{y2} \\ J_1 \ddot{\theta}_x = -2\theta_y \dot{\theta}_y (J_1 + J_2) (\dot{\theta}_x + \dot{\theta}_0) - J_2 \omega \dot{\theta}_y - J_1 \ddot{\theta}_0 + F_{y2}l - F_{y1}l \\ J_1 \ddot{\theta}_y = \theta_y (J_1 + J_2) (\dot{\theta}_x + \dot{\theta}_0)^2 + J_2 \omega \dot{\theta}_x + J_2 \omega \dot{\theta}_0 + F_{x1}l - F_{x2}l \end{cases} \quad (3)$$

其中: ω 为转子转速; F_{x1}, F_{x2} 分别为 2 个轴承在 x 方向的油膜力; F_{y1}, F_{y2} 分别为 2 个轴承在 y 方向的油膜力。

理论分析显示,系统除受到非线性油膜力作用外,还受到陀螺力矩、艏摇惯性力矩及油膜力矩的影响,表明系统具有几何非线性特性。

2.2 无量纲化运动方程

为简化问题及增加研究问题的适用范围,用表 1 所示的无量纲量对式(3)中的各物理量进行无量纲化。其中: R 为轴承半径; σ 为 Sommerfeld 数; B 为轴承长度。

基于现有研究^[15],假定船体摆动规律表达式为

表 1 无量纲参数表达式

Tab.1 The expression of dimensionless parameter

参数描述	表达式
无量纲时间 τ	$\tau = \omega t$
无量纲偏心率 α	$\alpha = e/c$
无量纲转速 Ω_0	$\Omega_0 = \omega \sqrt{c/g}$
无量纲油膜力 f_{xi}	$f_{xi} = F_{xi}/mg, i=1, 2$
长径比 λ	$\lambda = B/2R$
无量纲重力矩 M	$M = mgl/J_1\Omega_0^2$
转子无量纲位移 X	$X = x/c$
转子无量纲位移 Y	$Y = y/c$
无量纲 Sommerfeld 数 σ	$\sigma = \bar{\sigma}/m \sqrt{gc}$
无量纲油膜力 f_{yi}	$f_{yi} = F_{yi}/mg, i=1, 2$
无量纲转动惯量 J	$J = J_2/J_1$
无量纲频率比 η	$\eta = \omega/\omega_0$

$\theta_0=A_0\sin(\omega_0 t)$,其中 A_0 为船摇运动振幅,一般用弧度表示,无量纲,故 θ_0 也是无量纲的量。记: $\dot{x}=dx/dt, \dot{y}=dy/dt, X'=dX/d\tau, Y'=dY/d\tau$, 则无量纲化运动方程为

$$\begin{cases} X'' = \frac{1}{\Omega_0^2} + \alpha \sin \tau + \frac{f_{x1}}{\Omega_0^2} + \frac{f_{x2}}{\Omega_0^2} \\ Y'' = Y\theta_0'^2 + \alpha \cos \tau + \frac{f_{y1}}{\Omega_0^2} + \frac{f_{y2}}{\Omega_0^2} \\ \theta_x'' = -\theta_x'' - J\theta_y' - 2(1+J)\theta_y\theta_x'(\theta_x' + \theta_0') + \\ \quad Mf_{y2} - Mf_{y1} \\ \theta_y'' = J\theta_x' + J\theta_0' + (1+J)\theta_y(\theta_x' + \theta_0')^2 + \\ \quad Mf_{x1} - Mf_{x2} \end{cases} \quad (4)$$

其中: f_{x1}, f_{x2} 分别为 2 个轴承在 x 方向的无量纲油膜力; f_{y1}, f_{y2} 分别为 2 个轴承在 y 方向的无量纲油膜力。

本研究采用的油膜力模型^[17]为

$$\begin{cases} f_r = \frac{\sigma\lambda^2\Omega_0[(1-2\varphi')G_1 + 2e'G_2]}{3} \\ f_r = \frac{\sigma\lambda^2\Omega_0[(1-2\varphi')G_3 + 2e'G_4]}{3} \end{cases} \quad (5)$$

其中: $G_1 = \frac{2\epsilon^2}{(1-\epsilon^2)^2}; G_2 = \frac{\pi(1+2\epsilon^2)}{2(1-\epsilon^2)^{5/2}}; G_3 = \frac{\pi\epsilon}{2(1-\epsilon^2)^{3/2}}; G_4 = \frac{2\epsilon}{(1-\epsilon^2)^2}; \epsilon$ 为轴颈偏心率。

将式(5)进行坐标变换后可得

$$\begin{cases} f_x = -f_r \cos \varphi - f_t \sin \varphi \\ f_y = -f_r \sin \varphi - f_t \cos \varphi \end{cases} \quad (6)$$

其中: $\cos \varphi = \frac{x}{e}; \sin \varphi = \frac{y}{e}; e = \sqrt{x^2 + y^2}; \frac{d\varphi}{dt} = \frac{yx - \dot{x}y}{e^2}; \frac{de}{dt} = \frac{x\dot{x} - y\dot{y}}{e}$ 。

3 非线性动力学特性分析

由于式(4)具有强非线性特性,所以笔者采用数值分析方法进行求解。对比分析有无船摇运动下转子-轴承系统的非线性动力学特性,并通过转子轴颈轨迹分析了船摇对转子偏转的影响。

3.1 无船摇运动下转子-轴承系统的动力学特性

图 4 为无量纲转速 $\Omega_0=0.1\sim 3.6$ 时,转子-轴承系统在不受船摇运动影响下的分岔图及最大 Lyapunov 指数,系统参数为: $\sigma=3; \alpha=0.05; \lambda=0.2$ 。系统此时主要受不平衡力和非线性油膜力作用。由图可见:在低转速即 $\Omega_0=0.1\sim 2.24$ 时,系统稳态

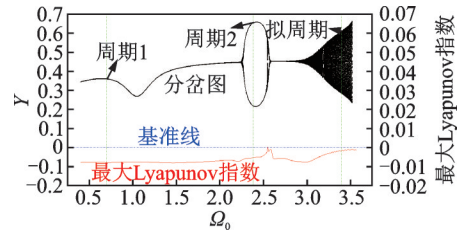


图 4 无船摇运动下转子-轴承系统的分岔图及最大 Lyapunov 指数

Fig.4 The bifurcation diagram of the rotor-bearing system and it's largest Lyapunov exponents without yawing motion

响应主要是受到转子不平衡惯性力的影响,此时转子位移幅值较小,但是在 $\Omega_0=1.1$ 附近有明显的先减小后增大的趋势,在此转速变化区间内转子动力学特性表现为周期 1; 当 $\Omega_0=2.25\sim 2.6$ 时,转子稳态响应幅值急剧增大,出现倍周期分岔,由周期 1 变为周期 2 运动; 随着转速的提高,当 $\Omega_0=2.61\sim 2.85$ 时,系统由周期 2 运动过渡为周期 1,且转子在 y 方向上的位移趋于稳定,振幅较小,系统整体趋于稳定状态; 当 $\Omega_0=2.86\sim 3.6$ 时,系统振幅逐渐变大,由周期 1 逐渐变为拟周期。因此,无船摇运动时转子-轴承系统的动力学行为是周期 1→周期 2→周期 1→拟周期。可以看出,在不平衡力和非线性油膜力作用下,系统表现出较为丰富的动力学特性。

3.2 船摇运动下转子-轴承系统的动力学特性

图 5 为无量纲转速 $\Omega_0=0.1\sim 3.6$ 时,转子-轴承系统在船摇运动影响下的分岔图及最大 Lyapunov 指数,系统参数为: $\sigma=3; \alpha=0.05; \lambda=0.2; A_0=0.26$ 。此时系统受到船摇运动、不平衡质量和非线性油膜力共同作用。由图可见:在较低转速即 $\Omega_0=0.1\sim 2.24$ 时,转子系统在 y 方向的位移不大,对比图 4,与无船摇运动影响下转子的位移无较大差别,但位移幅值较大,且在此段时间内系统最大

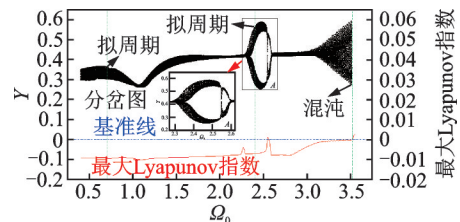


图 5 船摇运动下转子-轴承系统的分岔图及最大 Lyapunov 指数

Fig.5 The bifurcation diagram of the rotor-bearing system and it's largest Lyapunov exponents under yawing motion

Lyapunov 指数始终小于 0, 可以判断系统表现为拟周期运动; 随着转速的提高, 当 $\Omega_0=2.25\sim 2.6$ 时, 转子系统位移变化较为剧烈, 对比无艏摇运动影响下的分岔图可以看出, 不同于无艏摇时的周期 2 运动, 在艏摇运动影响下, 系统此时表现为拟周期特性; 随着转子转速的进一步提高, 当 $\Omega_0=2.61\sim 3.53$ 时, 系统此时依然表现为拟周期, 但位移幅值有逐渐变大的趋势, 系统的最大 Lyapunov 指数依然小于 0; 当 $\Omega_0=3.54\sim 3.6$ 时, 在艏摇运动、不平衡质量及非线性油膜力共同作用下, 系统最大 Lyapunov 指数大于 0, 在此高转速下系统进入混沌状态, 而无艏摇运动影响时, 系统此时表现为拟周期运动。可以看出, 在艏摇运动影响下, 系统表现出更加丰富的动力学特性。

图 6 为在艏摇运动影响下, 当系统参数 $\sigma=3$, $\alpha=0.05$, $\lambda=0.2$, $A_0=0.26$, $\eta=138.9$ 和 $\Omega_0=0.7$ 时

转子系统的稳态响应。可以看出: 轴心轨迹是由一系列椭圆叠加而成, 而左右两侧的轴颈轨迹则以 U 形或倒 U 形在 y 方向上做轨迹为椭圆的振荡运动, 对比 O_l 与 O_r 轨迹可知, 此时转子产生较大偏转, 将使转子受到油膜力矩作用, 转子运动十分复杂; 在时域响应图中, 系统在 y 方向振幅较小且变化范围不大, 但随着 τ 变化, 位移变化较大, 这说明此转速下艏摇运动会对转子系统位移产生较大影响; 在频谱图中, 艏摇引起的频率 f_0 占主要成分, 此时艏摇对转子的动力学特性影响起主导作用, 不可忽略的还有转子系统的工频 f 及其倍频 $2f$ 和 $3f$, 此外组合频率 $(f_0+f)/2$, $3(f_0+f)/2$ 的出现说明转子此时的运动已经较为复杂, 存在油膜半频涡动现象, 并且这种现象是由艏摇运动引起的; 此时庞加莱截面为封闭曲线, 系统最大 Lyapunov 指数为 -0.0097 , 可以认为系统此时为拟周期运动。

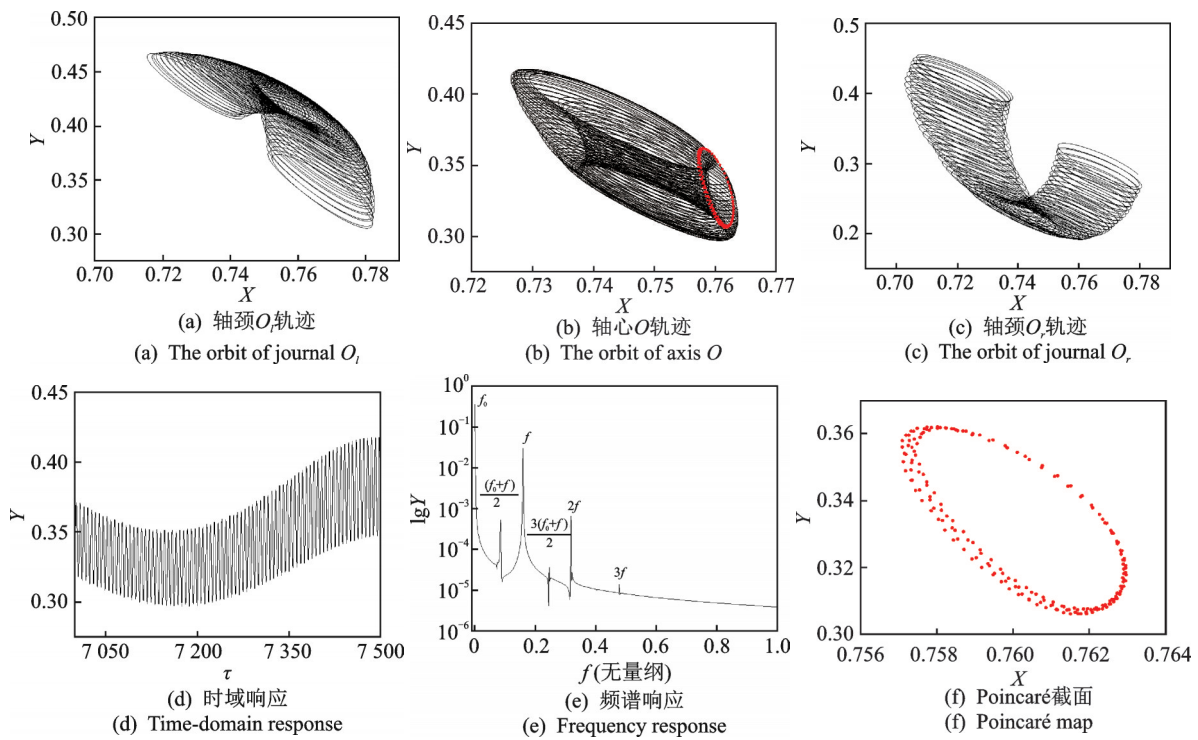


图 6 $A_0=0.26, \eta=138.9, \Omega_0=0.7$ 时转子系统的稳态响应

Fig.6 The steady state response of the rotor system when $A_0=0.26, \eta=138.9, \Omega_0=0.7$

图 7 为在艏摇运动影响下, 当系统参数 $\sigma=3$, $\alpha=0.05$, $\lambda=0.2$, $A_0=0.26$, $\eta=384.6$ 和 $\Omega_0=1.9$ 时转子系统的稳态响应。可以看出: 此时 O_l, O_r 轨迹与轴心轨迹呈现出一定的相似性, 都为椭圆沿着 y 方向的叠加, 但两侧轴颈的轨迹叠加范围均大于轴心, 这说明在艏摇运动下, 转子相对轴瓦产生偏转, 但此时偏转相对图 6 较小, 可以判断随着转速提高, 转子相对轴瓦产生偏转减小; 在时域响应图中,

转子在 y 方向位移虽有随 τ 缓慢变化的趋势, 但是也逐渐趋于稳定, 振幅变化不大; 在频谱图中, $2f$ 倍频的继续出现说明此时系统具有同步运动特性, 对比图 6 (e), 组合频率 $(f_0+f)/2$ 的幅值降低说明系统此时油膜半频涡动减弱, 转子运动逐渐趋于稳定状态; 庞加莱截面表现为一条较短的线, 此时最大 Lyapunov 指数为 -0.00868 , 可以判断此时系统为拟周期运动。

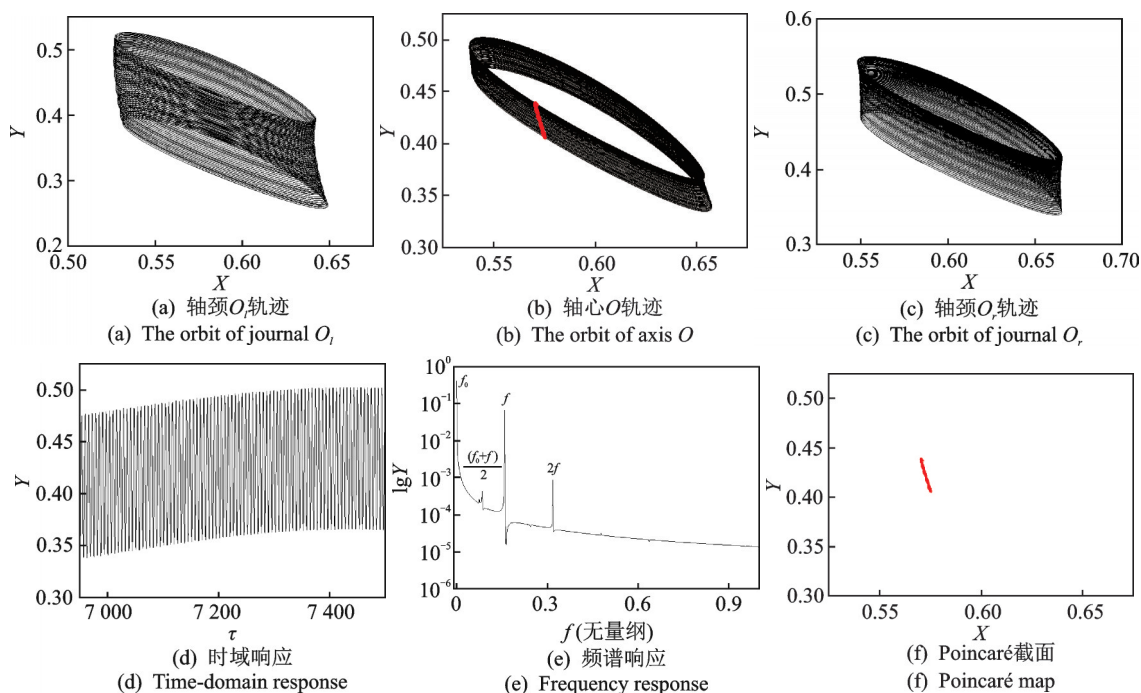


图 7 $A_0=0.26, \eta=384.6, \Omega_0=1.9$ 时转子系统的稳态响应

Fig.7 The steady state response of the rotor system when $A_0=0.26, \eta=384.6, \Omega_0=1.9$

图 8 为在船摇运动影响下,当系统参数 $\sigma=3, \alpha=0.05, \lambda=0.2, A_0=0.26, \eta=714.3$ 和 $\Omega_0=3.55$ 时转子系统的稳态响应。可以看出:此时转子 O_j, O 轨迹及轴心运动轨迹都变得十分混乱,无规则可循,在一些位置曲率变化极大;时域响应变化剧烈,没有规律;频谱图中虽然还能看出组合频及倍频的存在,但是由于大量谐波分量的出现,频谱已经处于

连续状态,此时船摇运动影响下的非线性油膜力对转子动力学特性起到了主导作用;庞加莱截面为分布在椭圆区域内的点集,最大 Lyapunov 指数为 0.002 16,可以判断此时系统处于混沌运动状态。

3.3 船摇幅值对系统动力学特性的影响

图 9 所示为当系统参数 $\sigma=3, \alpha=0.05, \lambda=0.2,$

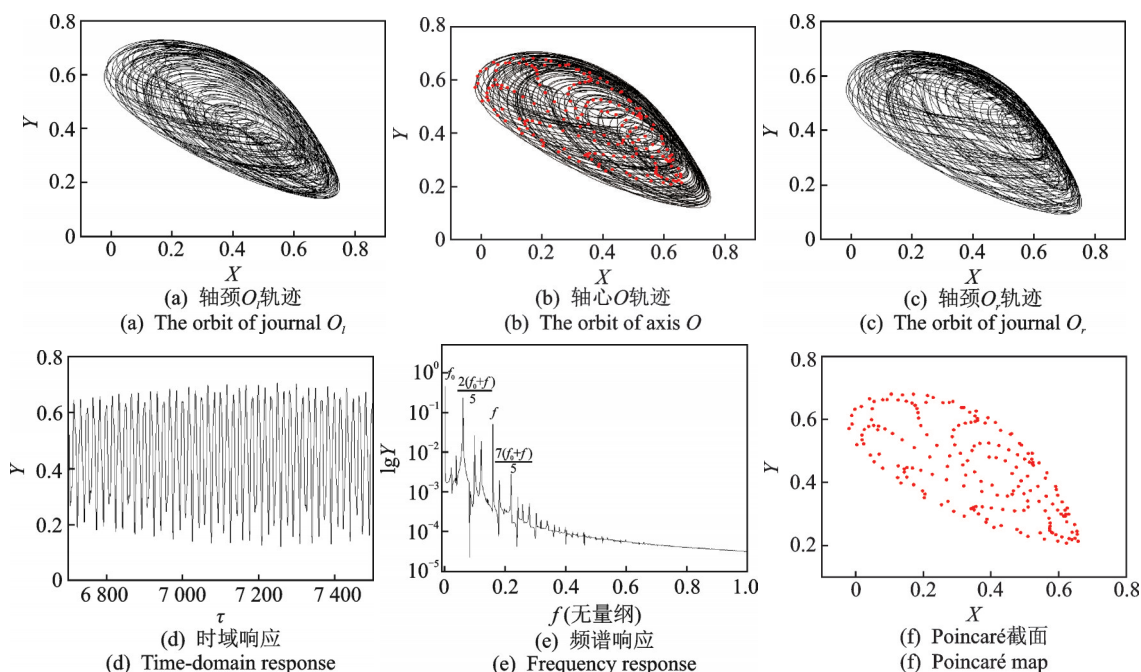


图 8 $A_0=0.26, \eta=714.3, \Omega_0=3.55$ 时转子系统的稳态响应

Fig.8 The steady state response of the rotor system when $A_0=0.26, \eta=714.3, \Omega_0=3.55$

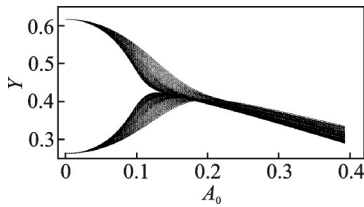


图9 艏摇幅值变化时转子-轴承系统的分岔图

Fig.9 The bifurcation diagram of the rotor-bearing system with yaw amplitude

$\Omega_0=2.29$ 和 $\eta=454.5$ 时,求得的艏摇幅值 A_0 在 $0\sim 0.4$ 时转子-轴承系统的分岔图。在艏摇幅值 A_0 的变化区间内分岔图表现为“鱼尾”形的分岔特征。当艏摇幅值较小即在 0 附近时,转子位移较大,此时艏摇对转子影响较小,系统动力学特性表现为周期 2;随着 A_0 的增大,艏摇牵连惯性力的不断增大使得分岔图中的上下 2 支在 $A_0=0.14$ 附近发生重合,系统动力学特性表现为拟周期;当 A_0 在 $0.2\sim 0.4$ 时,系统位

移呈现出下降趋势,但其在 y 方向上的振荡范围却随着 A_0 的增大而增大,转子系统最终依然表现为拟周期运动状态。

图 10 所示为当 $\sigma=3, \alpha=0.05, \lambda=0.2, \Omega_0=2.29, \eta=454.5$ 和 $A_0=0.12$ 时转子系统的稳态响应。在此系统参数下,轴颈 O_j, O_r 轨迹及轴心轨迹表现为一系列的椭圆在 y 方向上的简单叠加,具有较为明显的规律,虽然此时艏摇幅值相对较小,但艏摇运动的存在依然使得转子发生偏转,两侧轴颈振幅比轴心更大;其时域响应图的突出特点是其位移有微弱减小趋势,但其振幅随 τ 的变化有明显变大变小现象;在其频谱响应中艏摇引起的频率分量 f_0 占据主要成分,但是组合频率 $(f_0+f)/2$ 占据成分也较大,此时非线性油膜力对转子影响不可忽略;庞加莱截面表现为 2 条弯曲线段,虽然此时对应艏摇幅值不大,但依然使得系统表现为拟周期运动。

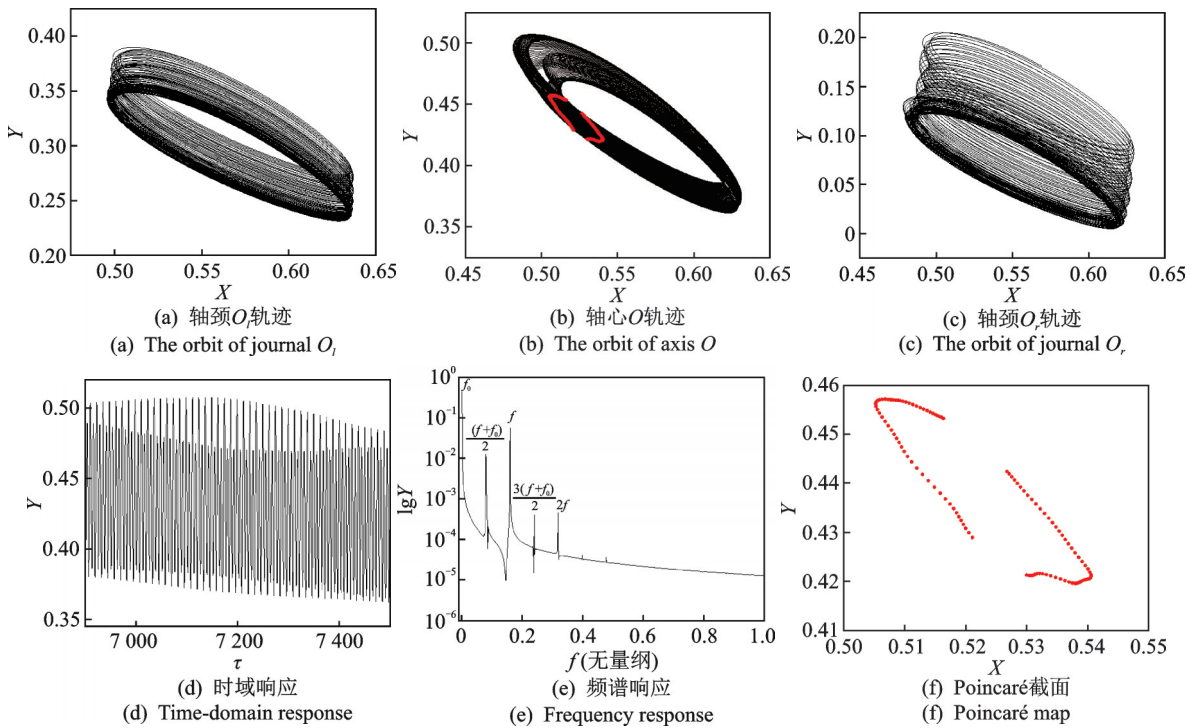


图 10 $\Omega_0=2.29, \eta=454.5, A_0=0.12$ 时转子系统的稳态响应

Fig.10 The steady state response of the rotor system when $\Omega_0=2.29, \eta=454.5, A_0=0.12$

图 11 所示为当 $\sigma=3, \alpha=0.05, \lambda=0.2, \Omega_0=2.29, \eta=454.5$ 和 $A_0=0.39$ 时转子系统的稳态响应。此参数下的轴心轨迹表现为在 y 方向上明显的振荡,与图 10 (b) 相比其振荡幅度有明显增大,此外 O_j 轨迹延伸到 y 轴负方向, O_r 轨迹则在 y 轴正方向密度更大,即随着艏摇幅值的增大,转子轴颈振幅变大,转子相对轴瓦产生的偏转也更大;在频谱响应图中组合频所占比重较图 10 (e) 有一定下降,但此参

数下各个波峰上明显存在谐波分量产生,这说明此时系统处于较为复杂的运动状态;庞加莱截面为 2 条交错曲线,综上判断系统此时动力学特性表现为拟周期。

3.4 频率比对系统动力学特性的影响

图 12 为当系统参数 $\sigma=3, \alpha=0.05, \lambda=0.2, \Omega_0=2.29$ 和 $A_0=0.26$ 时,采用数值方法求得的频率比 η

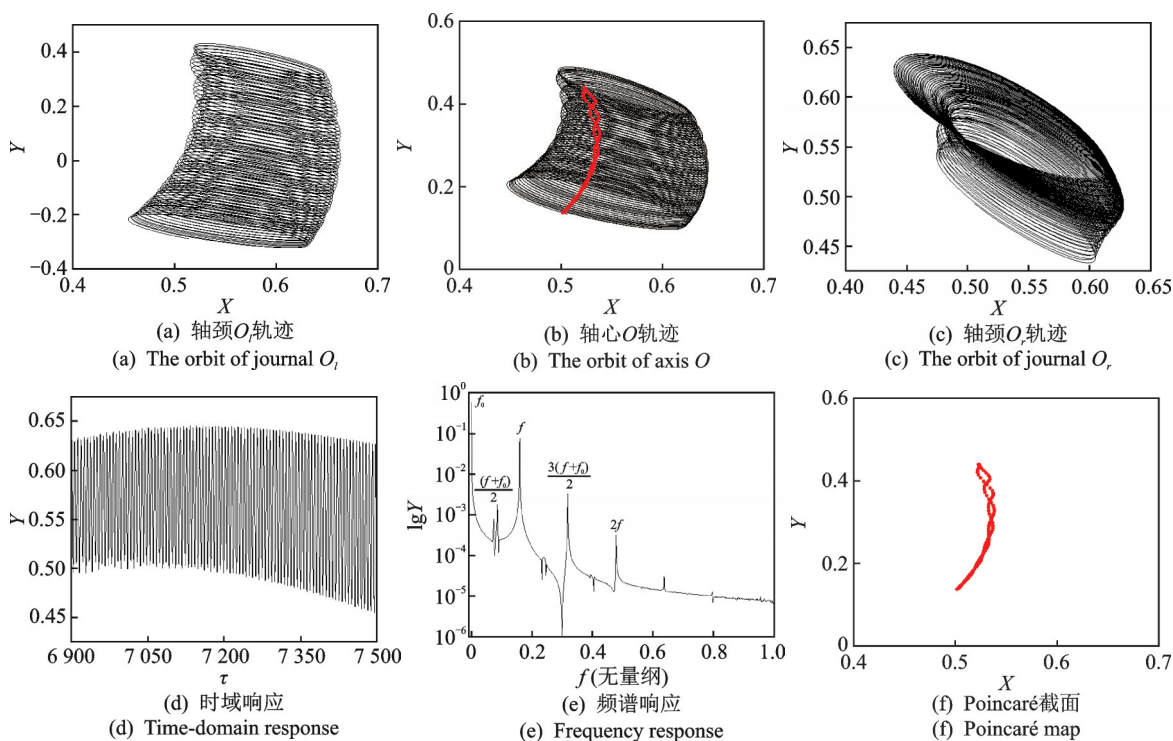


图 11 $\Omega_0=2.29, \eta=454.5, A_0=0.39$ 时转子系统的稳态响应

Fig.11 The steady state response of the rotor system when $\Omega_0=2.29, \eta=454.5, A_0=0.39$

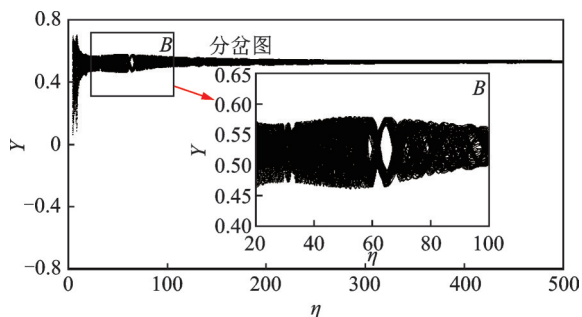


图 12 频率比变化时转子-轴承系统的分岔图

Fig.12 The bifurcation diagram of the rotor-bearing system with frequency ratio

在 10~500 时转子-轴承系统的分岔图。从图中可以看出:当频率比 η 较小时,即 η 在 10~20 时,受船摇频率影响,转子位移较大,随着 η 不断增大,船摇频率对转子影响有减弱趋势,位移幅值迅速减小;当 η 大于 20 时,受非线性油膜力影响,转子位移幅值又逐渐增大,并且从局部放大图可以看出,分岔图在 $\eta=66.4$ 时分为上下 2 支,系统此时受非线性油膜力影响较大,表现为半速耦合涡动;当 η 大于 70 时,随着转速比的不断增大,半速耦合涡动的情况消失,系统位移表现为缓慢减小的趋势并最终趋于稳定。可以认为:在图 12 的系统参数下,船摇运动在频率比 η 较小时会对转子-轴承系统的动力学特性产生更加显著的影响;当频率比 η 增大至 66.4 时,系统出现半

速耦合涡动,这种非同频的耦合涡动行为,将使转子系统振幅增大,造成系统运动失稳^[18];随着频率比 η 继续增大,转子运动逐渐趋于稳定。

图 13 为当 $\sigma=3, \alpha=0.05, \lambda=0.2, \Omega_0=2.29, A_0=0.26$ 和 $\eta=16$ 时转子系统的稳态响应。此时轴心轨迹及轴颈轨迹表现为一些大小不一的椭圆的无规律叠加,并且其曲率变化较快;时域响应变化较为剧烈,并无明显规律;频谱图中虽能看出船摇引起的频率分量 f_0 及不平衡力引起的工频分量 f 的存在,但出现的大量谐波分量使得频谱已基本处于连续状态;庞加莱截面为分布在一定区域内的不可数点集,系统此时处于混沌运动状态。

图 14 为当 $\sigma=3, \alpha=0.05, \lambda=0.2, \Omega_0=2.29, A_0=0.26$ 和 $\eta=66.4$ 时转子系统的稳态响应。此时系统轴心轨迹及轴颈轨迹均表现为大内 8 字型运动特征,这是一种典型的非同频涡动行为;由时域响应可以看出,转子虽受船摇影响在 y 方向上存在一定波动,但也表现出一定的规律性;频谱图中组合频率 $(f_0+f)/2$ 波峰明显,所占比重较大,此外还有船摇引起的频率分量 f_0 、不平衡力引起的工频分量 f 及其倍频分量 $2f$ 等;庞加莱截面为分布在 2 个区域内的点集,可以判断系统在此频率比下动力学特性主要受非线性油膜力主导,运动状态表现为拟周期。

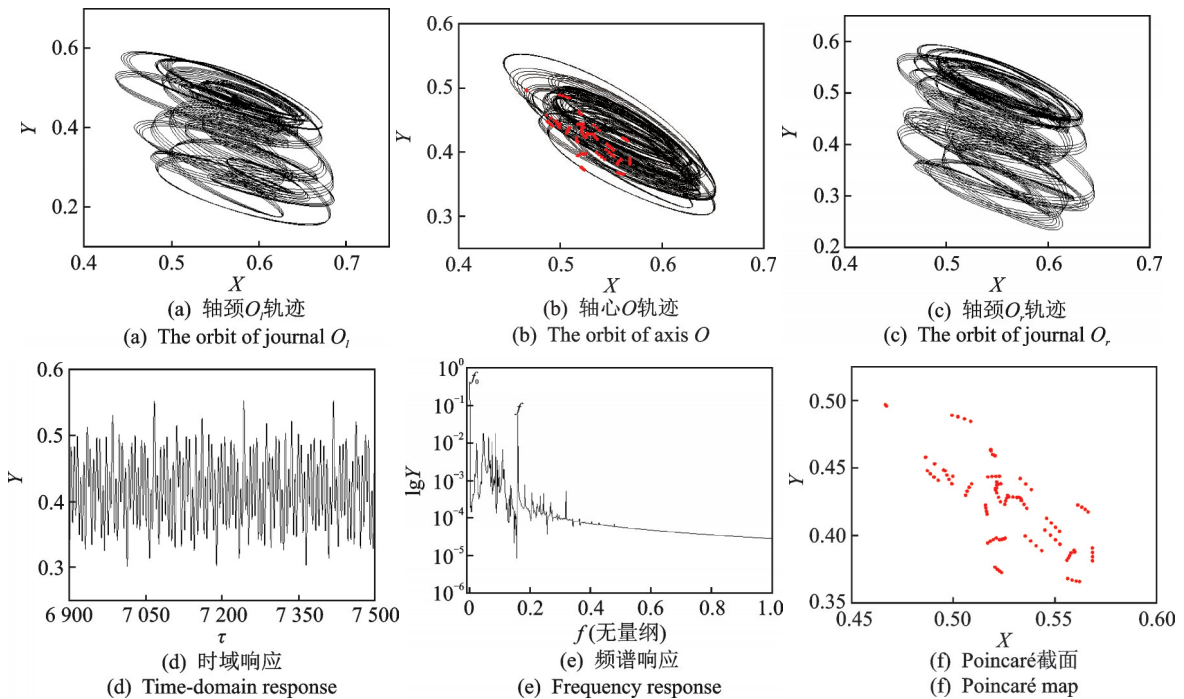


图 13 $\Omega_0=2.29, A_0=0.26, \eta=16$ 时转子系统的稳态响应

Fig.13 The steady state response of the rotor system when $\Omega_0=2.29, A_0=0.26, \eta=16$

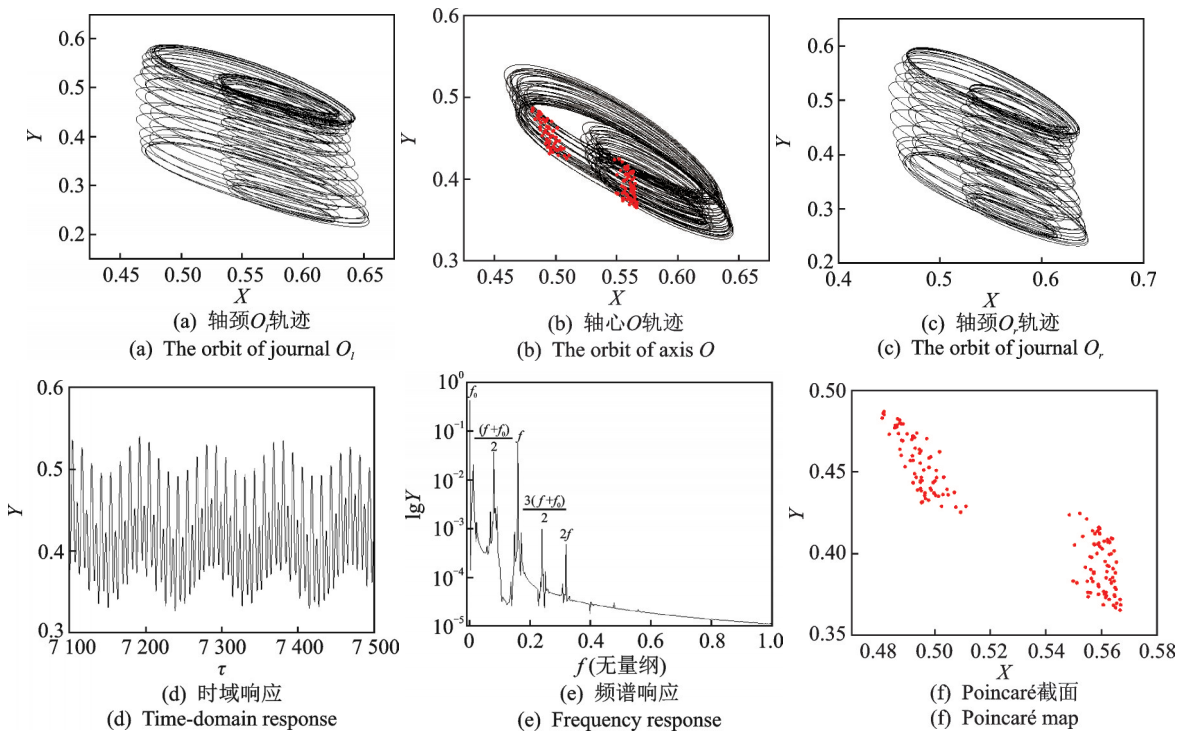


图 14 $\Omega_0=2.29, A_0=0.26, \eta=66.4$ 时转子系统的稳态响应

Fig.14 The steady state response of the rotor system when $\Omega_0=2.29, A_0=0.26, \eta=66.4$

4 结论

1) 艏摇运动会对转子-轴承系统动力学特性产生显著影响,使转子进入复杂逆周期运动的转速提前,在低转速时能够使转子相对轴瓦产生更大偏转,

随着转速的提高,偏转逐渐减弱但始终存在。

2) 在一定系统参数下,随着艏摇幅值的增大,转子由周期2过渡为拟周期,转子振幅变大,相对轴瓦产生的偏转也增大,转子运动受艏摇幅值影响逐渐变得剧烈。

3) 在一定系统参数下,频率比变化过程中,半速耦合涡动的出现使得分岔图出现波动,随着频率比的增大,转子振幅总体呈现出减小趋势,艏摇运动对转子系统运动影响逐渐减弱。

参 考 文 献

- [1] SANCHEZ - MONDRAGON J, VAZQUEZ - HERNANDEZ A O, CHO S K, et al. Yaw motion analysis of a FPSO turret mooring system under wave drift forces[J]. *Applied Ocean Research*, 2018, 74:170-187.
- [2] 刘利琴,王宾,沈文君. 甲板上浪船舶的横摇运动[J]. *振动、测试与诊断*, 2012, 32(S1): 14-20.
LIU Liqin, WANG Bin, SHEN Wenjun. Rolling motion of ship with water on deck[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2012, 32 (S1) : 14-20. (in Chinese)
- [3] 李冬琴,徐士友,刘存杰. 船舶低频纯横荡及纯首摇运动数值仿真与分析[J]. *舰船科学技术*, 2016, 38(17): 9-13.
LIDongqin, XU Shiyu, LIU Cunjie. Ship low-frequency pure sway and pure yaw motion numerical simulation and analysis[J]. *Ship Science and Technology*, 2016, 38(17): 9-13. (in Chinese)
- [4] 张鹏. 大机动飞行条件下转子系统动力特性及振动抑制研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2018.
- [5] 侯磊. 机动飞行环境下转子系统的非线性动力学行为研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2015.
- [6] HOU L, CHEN Y S, FU Y Q, et al. Nonlinear response and bifurcation analysis of a Duffing type rotor model under sine maneuver load[J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2016, 78:133-141.
- [7] HOU L, CHEN Y S. Analysis of 1/2 sub-harmonic resonance in a maneuvering rotor system [J]. *Science China Technological Sciences*, 2014, 57(1): 203-209.
- [8] 祝长生,陈拥军. 机动飞行时发动机转子系统动力学统一模型[J]. *航空动力学报*, 2009, 24(2): 371-377.
ZHU Changsheng, CHEN Yongjun. General dynamic model of aeroengine's rotor system during maneuvering flight[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2009, 24(2) : 371-377. (in Chinese)
- [9] 祝长生,陈拥军. 机动飞行时航空发动机转子系统的振动特性[J]. *航空学报*, 2006, 27(5): 835-841.
ZHU Changsheng, CHEN Yongjun. Vibration characteristics of aeroengine's rotor system during maneuvering flight[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2006, 27(5):835-841. (in Chinese)
- [10] HAN Q K, CHU F L. Dynamic response of cracked rotor-bearing system under time-dependent base movements[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, 332(25):6847-6870.
- [11] HAN Q K, CHU F L. Parametric instability of flexible rotor-bearing system under time-periodic base angular motions [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2015, 39(15):4511-4522.
- [12] LIU N J, CAI Z H, ZHAO J, et al. Predictor-based model reference adaptive roll and yaw control of a quad-tiltrotor UAV[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2020, 33(1):282-295.
- [13] DAKEL M, BAGUET S, DUFOUR R. Nonlinear dynamics of a support-excited flexible rotor with hydrodynamic journal bearings[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2014, 333(10):2774-2799.
- [14] DAKEL M, BAGUET S, DUFOUR R. Steady-state dynamic behavior of an on-board rotor under combined base motions[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2014, 20(15):2254-2287.
- [15] ZHANG G H, LIU S P, CAO Z X, et al. Analytical model of self-acting journal bearing subjected to base excitation for marine engine system [J]. *Journal of Engineering for the Maritime Environment*, 2013, 227(2) : 194-207.
- [16] ZHANG G H, LIU S P, MA R X, et al. Nonlinear dynamic characteristics of journal bearing-rotor system considering the pitching and rolling motion for marine turbo machinery[J]. *Journal of Engineering for the Maritime Environment*, 2015, 229(1):95-107.
- [17] 钟一谔,何衍宗,王正,等. 转子动力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1987:41-63.
- [18] 张占一. 轴承-转子系统耦合涡动行为特征识别及控制方法试验研究[D]. 沈阳: 东北大学, 2009.



第一作者简介:史阳旭,男,1995年7月生,硕士。主要研究方向为转子动力学。
E-mail:limxust@xust.edu.cn