

基于高分辨率 ECOMAC 的桥梁结构损伤识别*

聂振华^{1,2}, 蔡文¹, 夏子立⁴, 马宏伟^{1,2,3}

(1. 暨南大学力学与建筑工程学院 广州, 510632)

(2. 暨南大学重大工程灾害与控制教育部重点实验室 广州, 510632)

(3. 东莞理工学院环境与建筑工程学院 东莞, 523808)

(4. 港珠澳大桥管理局 珠海, 519060)

摘要 为了达到精确定位损伤的目的,提出了利用少量传感器信息进行桥梁高分辨率全模态振型识别,获得高分辨率的全桥协调模态置信因子(enhanced coordinate modal assurance criteria,简称 ECOMAC)这一动力指纹参数的方法。利用特征正交分解直接分析移动车辆荷载作用下桥梁上的少量传感器所测位移响应,获得主成分矩阵,将主成分矩阵通过低通滤波即可获得高分辨率的模态振型。利用高分辨率模态振型获得高分辨率的协调模态置信因子,并作为损伤指标进行损伤定位。为了验证该方法的有效性,对一梁桥进行数值仿真和实验。数值模拟和实验结果均表明,基于少量传感器下利用高分辨率的协调模态置信因子能够精确识别损伤。

关键词 少量传感器;高分辨率振型;特征正交分解;协调模态置信因子

中图分类号 TN911.6;TU312^{+.3}

引言

桥梁在运营过程中受到外部荷载的作用、桥梁自身结构的损害以及材料的老化等问题,对其安全带来影响,结构健康监测(structural health monitoring,简称 SHM)对桥梁在使用过程中至关重要^[1-2]。

目前,结构损伤识别方法主要有 4 大类:基于静力检测的损伤识别^[3-5]、基于模态的损伤识别^[6-7]、基于数据驱动的损伤识别^[8-9]以及基于人工智能的损伤识别^[10-11]。在基于模态的方法中,振动系统的特性用固有频率、振型和阻尼比等参数来描述。由于结构发生损伤会引起模态参数的改变,因此可通过结构模态参数来评估结构健康,该方法具有原理简单、结果直观和效率高的优点。模态置信准则(modal assurance criteria,简称 MAC)表征 2 个模态之间的相互关系^[12]。坐标模态置信准则(coordinate modal assurance criteria,简称 COMAC)^[13]和协调模态置信准则^[14]用来识别结构损伤位置。此外,还有曲率模态^[15]、柔度矩阵等^[16]。聂振华等^[17]利用可视化图像的形式,直观地展现出结构基于模态的动力指纹指标,验证了其可靠性。

以动力指纹类方法为代表的基于模态的损伤识别方法虽已经被证明其精确性与可靠性,但前提条件是需要高精度、高空间分辨率的结构振型。目前,模态识别方法只能给出稀疏的、低空间分辨率的振型结果,难以满足结构损伤定位需求。为了获得精准的模态信息,结构健康监测需要体系庞大、传感器繁多的传感系统,导致其投资大、运营成本和监测成本高。面向国家重大需求,以降低成本、利用少量传感器为前提,开发高空间分辨率的传统动力指纹方法的工程应用和推广具有重要意义。一些学者对高分辨率进行了研究。Yang 等^[18]提出了利用移动车辆的动力响应识别桥梁高分辨率振型的方法,但该方法须克服车辆自身响应的分离以及桥面粗糙度和噪音带来的影响。

笔者提出了利用安装在移动车辆荷载作用下的桥梁上少量传感器所测信号进行特征正交分解(proper orthogonal decomposition,简称 POD),识别高分辨率的桥梁振型,并利用协调模态置信因子作为损伤指标进行损伤定位。该方法突破了传统方法由于传感器个数的限制只能得到稀疏指标而导致损伤无法识别或精度不高的瓶颈。

* 广东省重点领域研发计划资助项目(2019B111106001);国家自然科学基金资助项目(52178289);广东省普通高校机器人与智能装备重点实验室资助项目(2017KSYS009);东莞理工学院机器人与智能装备创新中心资助项目(KCYCX-PT2017006)

收稿日期:2022-09-16;修回日期:2022-10-27

1 基本理论

1.1 移动荷载作用下的桥梁振动理论

图1为移动荷载作用下的简支梁模型。假设一个已知荷载匀速通过一根长度为 l 的均质简支梁,其动力微分方程为

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + c \frac{\partial u}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = f\delta(x-vt) \quad (1)$$

其中: u, ρ, c, E, I 分别为简支梁的竖向位移、单位质量、阻尼系数、弹性模量、惯性矩; f, v 分别为竖向移动荷载大小和速度。

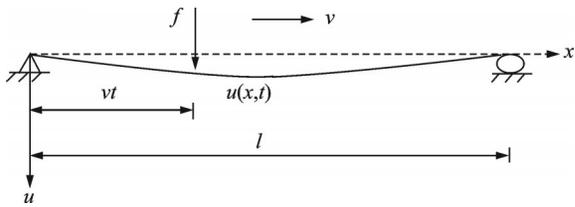


图1 移动荷载作用下的简支梁模型

Fig.1 Simple bridge model under a moving load

除简支梁竖向位移 u 以外,其他参数均为确定值。基于模态叠加理论,竖向位移 u 可分解为线性组合

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t) \varphi_n(x) \quad (2)$$

其中: $q_n(t)$ 为在 t 时刻第 n 阶广义坐标; $\varphi_n(x)$ 为在 x 位置第 n 阶振型值。

移动荷载作用下简支梁的竖向位移响应^[19]表

$$G = \mathbf{u} \mathbf{V} = \begin{bmatrix} A_1 \left[B_1 \sin \frac{\pi vt}{l} - \bar{C}_1 \cos \frac{\pi vt}{l} + e^{-\zeta_1 \omega_{d_1} t} (\bar{C}_1 \cos \omega_{d_1} t + E_1 \sin \omega_{d_1} t) \right] \\ \vdots \\ A_n \left[B_n \sin \frac{n\pi vt}{l} - \bar{C}_n \cos \frac{n\pi vt}{l} + e^{-\zeta_n \omega_{d_n} t} (\bar{C}_n \cos \omega_{d_n} t + E_n \sin \omega_{d_n} t) \right] \\ \vdots \\ A_m \left[B_m \sin \frac{m\pi vt}{l} - \bar{C}_m \cos \frac{m\pi vt}{l} + e^{-\zeta_m \omega_{d_m} t} (\bar{C}_m \cos \omega_{d_m} t + E_m \sin \omega_{d_m} t) \right] \end{bmatrix}^T \quad (t = t_1, t_2, \dots, t_k) \quad (6)$$

其中: $A_m = \frac{2f}{\omega_m^2 \rho l [(1 - S_m^2)^2 + (2\zeta_m S_m)^2]}$; $B_m =$

$(1 - S_m^2)$; $\bar{C}_m = 2\zeta_m S_m$; $S_m = \frac{\pi v}{l \omega_m}$; $\zeta_m = \frac{c}{2\rho \rho_m}$; $\omega_{d_m} =$

$\omega_m \sqrt{1 - \zeta_m^2}$; $E_m = \frac{S_m}{\sqrt{1 - \zeta_m^2}} (2\zeta_m^2 + S_m^2 - 1)$ 。

一般情况下,大多数桥梁为混凝土、钢或钢混组合结构,其阻尼系数较小,材料密度较大。因此,式(6)中参数 ζ_m 与其他参数相比为一个高阶小量,可忽略不计,得到无阻尼主成分公式为

示为

$$u(x, t) = \frac{2f}{\rho l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_n^2 [(1 - S_n^2)^2 + (2\zeta_n S_n)^2]} \cdot \left\{ (1 - S_n^2) \sin \Omega_n t - 2\zeta_n S_n \cos \Omega_n t + e^{-\zeta_n \omega_n t} \cdot \left[2\zeta_n S_n \cos \omega_{d_n} t + \frac{S_n}{\sqrt{1 - \zeta_n^2}} (2\zeta_n^2 + S_n^2 - 1) \sin \omega_{d_n} t \right] \right\} \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (3)$$

其中: ζ_m 为第 n 阶阻尼比; ω_n 为第 n 阶结构固有频率; $S_n = \pi v / l \omega_n$, S_n 为无量纲参数; Ω_n 为荷载通过时第 n 阶激励频率, $\Omega_n = n\pi v / l$; ω_{d_n} 为阻尼振动频率。

1.2 主成分物理意义与高分辨率全模态振型识别

假设 s 个传感器等距分布在简支梁上,传感器收集得到的位移信号矩阵可表示为

$$\mathbf{u}(x, t) = \begin{bmatrix} u(x_1, t_1) & \cdots & u(x_s, t_1) \\ \vdots & & \vdots \\ u(x_1, t_k) & \cdots & u(x_s, t_k) \end{bmatrix} \quad (t = t_1, t_2, \dots, t_k) \quad (4)$$

矩阵 \mathbf{u} 的协方差矩阵的特征向量为 \mathbf{V} 。将原始矩阵 \mathbf{u} 与特征向量 \mathbf{V} 结合,即可得到主成分

$$\mathbf{G}^{(m)} = \mathbf{u} \mathbf{V}^{(m)} \quad (5)$$

其中: $\mathbf{G}^{(m)}$ 为原始信号投影形成的第 m 阶主成分; $\mathbf{V}^{(m)}$ 为特征向量矩阵中第 m 阶特征向量。

POD的主成分^[19]表示为

$$\mathbf{G} = \frac{2f}{\rho l} \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_1^2} \left(\sin \frac{\pi vt}{l} - \frac{\pi v}{l \omega_1} \sin \omega_1 t \right) \\ \frac{1}{\omega_2^2} \left(\sin \frac{2\pi vt}{l} - \frac{\pi v}{l \omega_2} \sin \omega_2 t \right) \\ \vdots \\ \frac{1}{\omega_m^2} \left(\sin \frac{m\pi vt}{l} - \frac{\pi v}{l \omega_m} \sin \omega_m t \right) \end{bmatrix}^T \quad (t = t_1, t_2, \dots, t_k) \quad (7)$$

式(7)表明POD分解得到的主成分具有明确的物理意义,即各阶主成分包含2部分参量: $\sin \frac{m\pi vt}{l}$

为第 m 阶模态振型, $\frac{\pi v}{l\omega_m} \sin \omega_m t$ 为第 m 阶动力分量信息。通过低通滤波器把高频动力分量信息过滤, 得到第 m 阶模态振型 φ_m 。

1.3 协调模态置信因子

协调模态置信因子由 Hunt^[14] 提出, 其定义为

$$ECOMAC = \frac{\sum_{i=1}^m |\varphi_i^u(j) - \varphi_i^d(j)|}{2m} \quad (8)$$

其中: $\varphi_i^u(j)$, $\varphi_i^d(j)$ 分别为结构损伤前、后第 i 阶模态第 j 个自由度的模态振型值; m 为模态阶数。

协调模态置信因子原理简单, 结果直观, 效率高。该方法需要较高分辨率的模态振型才能保证损伤位置识别结果的精度。为满足精度要求, 传统模态识别方法只能密集地安装传感器来增加测点, 增加了检测成本, 这在实际工程中难以实现和推广。

笔者提出的方法只需少量几个传感器就能得到高分辨率振型, 使得协调模态置信因子同样为高分辨率向量。POD 前两阶含有较多的原始数据信息, 因此笔者提取过滤后的 POD 前两阶高分辨率振型, 获得协调模态置信因子进行损伤定位。

2 数值模拟

2.1 仿真模型及损伤工况

有限元模型使用 ANSYS 中的 plane42 单元建立简支梁模型。采用矩形截面钢材, 其尺寸为 $0.1 \text{ m} \times 0.2 \text{ m}$, 密度为 7850 kg/m^3 , 弹性模量为 210 GPa , 泊松比为 0.3 , 全梁长 $l = 10 \text{ m}$, 将简支梁模型沿长度方向上划分 400 个单元, 高度方向划分 10 个单元。一个质量为 500 kg 的移动质量块从简支梁的一端移动到另外一端, 速度分别设置为 0.5 m/s , 1 m/s 。在简支梁上均匀布置 7 个传感器采集位移信号, 采样频率设为 200 Hz 。简支梁模型如图 2 所示。

在梁的 $0.4l$ 位置处设立一个损伤位置, 通过沿梁高方向从桥底到中性面依次删除单元格, 设置不

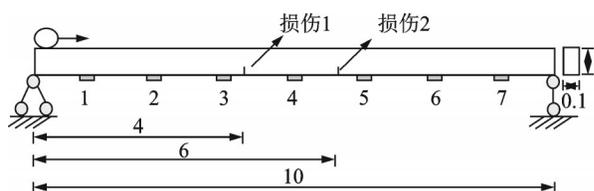


图 2 简支梁模型(单位:m)

Fig.2 Simple bridge model (unit: m)

同程度的损伤, 截面损失率分别为 10% , 20% 和 30% , 在梁的 $0.4l$ 位置处设立一处损伤, 然后在梁的 $0.6l$ 位置处再设立一处损伤, 工况设置如表 1 所示。为了验证本研究方法的有效性, 考虑了不同传感器组合, 如表 2 所示。图 3 为移动质量块速度为 0.5 m/s 时简支梁位移响应, 其中的相对位置为无量纲单位。

表 1 工况设置

Tab.1 Scenarios setting

工况	损伤位置	损伤程度($\times 0.2 \text{ m}$)
1	无损	0
2	$0.4l$	1/10
3	$0.4l$	2/10
4	$0.4l$	3/10
5	$0.4l, 0.6l$	1/10, 1/10
6	$0.4l, 0.6l$	2/10, 2/10
7	$0.4l, 0.6l$	3/10, 3/10

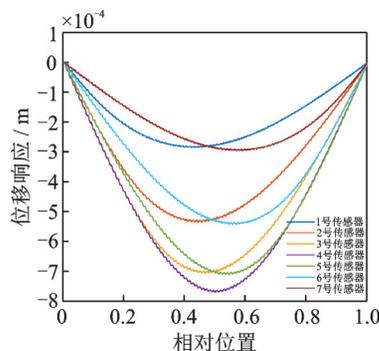


图 3 0.5 m/s 时简支梁位移响应

Fig.3 Simple bridge displacement responses of 0.5 m/s

表 2 传感器组合

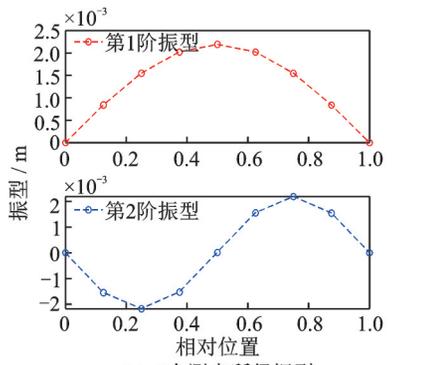
Tab.2 Sensor combinations

传感器组合	所用传感器序号
I	1~7
II	1, 4, 7

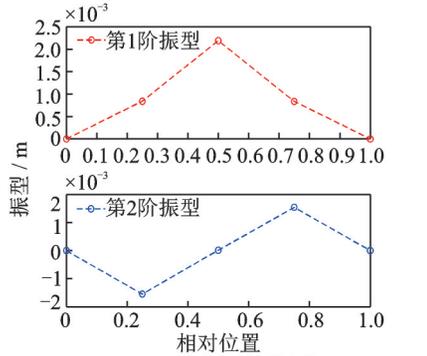
2.2 数值模拟结果

根据传感器组合, 利用 ANSYS 软件提取的模态振型如图 4 所示, 其损伤识别结果如图 5 所示。结果表明, 除 7 个测点在 10% 损伤情况下在损伤位置有峰值外, 均无法识别损伤, 说明采用传统模态识别得到的 ECOMAC 在测点不足的情况下失效, 无法应用于大跨度桥梁。

采用笔者所提方法, 传感器组合 I 振型如图 6 所示。车辆速度为 0.5 m/s 时, 振型向量元素个数为 4 000, 车辆速度为 1 m/s 时, 振型向量元素个数为



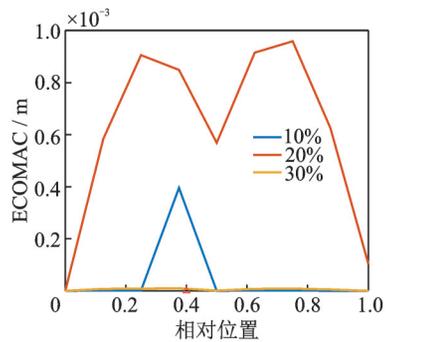
(a) 7个测点所得振型



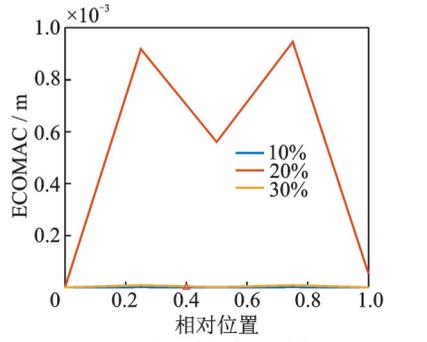
(a) Mode shapes obtained by 3 measuring points

图4 模态振型

Fig.4 Mode shapes



(a) Damage identification results of 7 measuring points



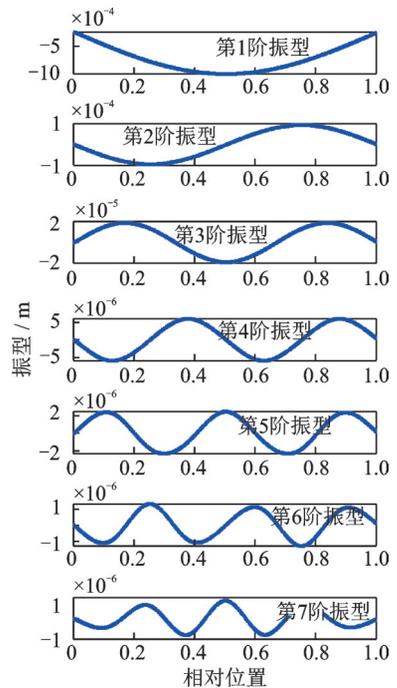
(b) Damage identification results of 3 measuring points

图5 损伤识别结果

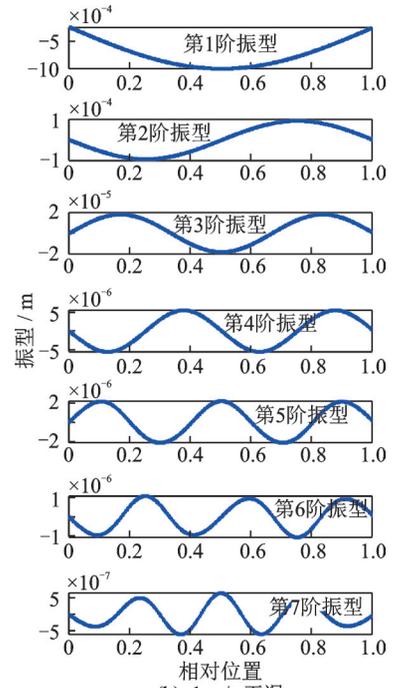
Fig.5 Damage identification results

2 000,得到的桥梁振型具有较高的空间分辨率。

提取 ECOMAC 指标,得到传感器组合 I 损伤识



(a) 0.5 m/s 工况
(a) Scenario of 0.5 m/s



(b) 1 m/s 工况
(b) Scenario of 1 m/s

图6 传感器组合 I 振型

Fig.6 Mode shapes using sensor combination I

别结果如图 7 所示。图中红色标记点表示损伤位置,从图 7(a),(b)可以看出,当发生一处损伤的时候,在梁的 0.4l 位置处,ECOMAC 指标处于峰值,完好地对应所设置的损伤位置。对比图 7(a),(b)可知,随着移动质量块速度提高,利用 ECOMAC 指标也能识别损伤。从图 7(c),(d)可以看出,当发生 2 处不同位置损伤时,在梁的 0.4l 和 0.6l 位置处出现

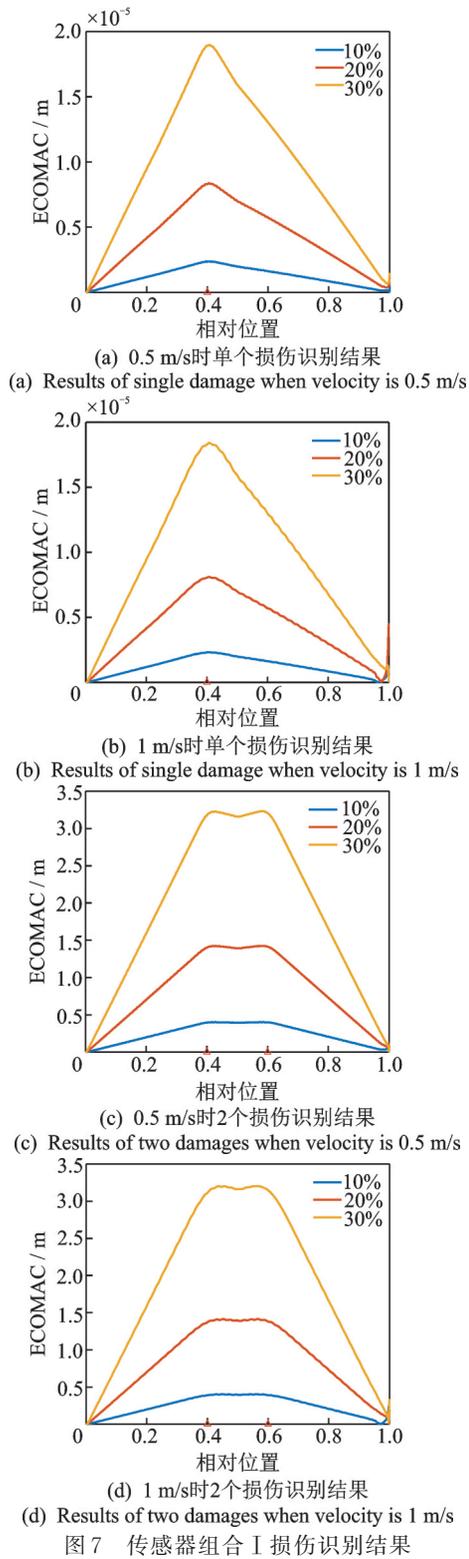


Fig.7 Damage identification results of sensor combination I
了高峰,完好地对应所设置的损伤位置。同时,随着移动质量块速度高,利用 ECOMAC 指标也能识别出 2 个损伤位置。

传感器组合 II 振型如图 8 所示。提取 ECOMAC 指标,得到传感器组合 II 损伤识别结果如图 9 所示。图 9(a),(b)与图 7(a),(b)比较发现,利用传

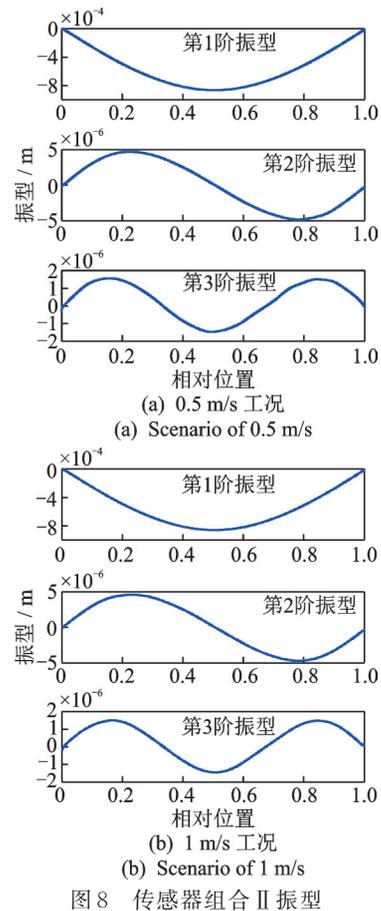
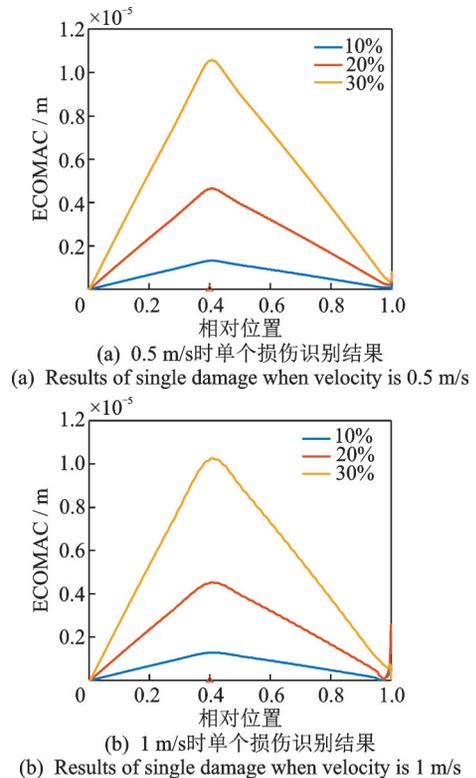


Fig.8 Mode shapes of sensor combination II

感器组合 II 同样能精确识别出一处损伤位置。图 9(c),(d)与图 7(c),(d)进行比较,利用传感器组合 II 也能精确识别出 2 处损伤位置。



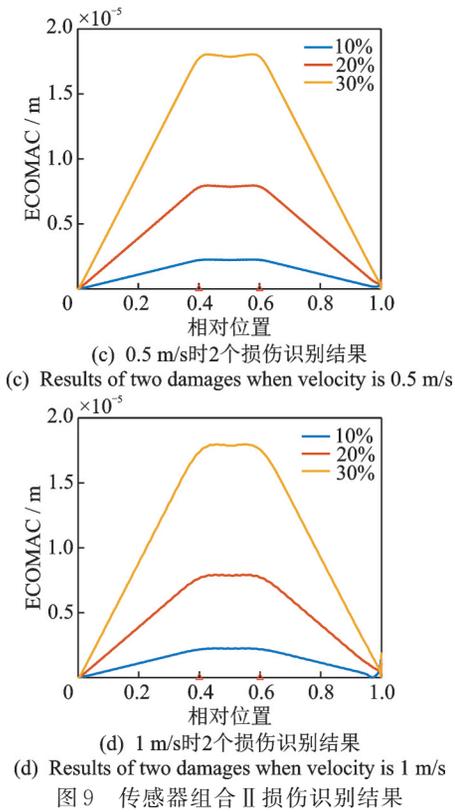


Fig.9 Damage identification results of sensor combination II

2.3 噪声的鲁棒性

数值模拟与实际工程有一定的差别,需要考虑噪声对结果的影响。为验证本研究方法具有一定的抗噪性,在原始位移响应信号中加入高斯白噪声,通过信噪比衡量噪声水平。信噪比表达式为

$$R_{SN} = 10 \lg \left| \frac{\sum x^2(n)}{\sum y^2(n)} \right| = 20 \lg \frac{A_s}{A_N} \quad (9)$$

其中: $x(n)$ 为原始信号; $y(n)$ 为噪声; A_s 为信号 $x(n)$ 的均方根; A_N 为信号 $y(n)$ 的均方根。

以移动荷载速度为0.5 m/s为例,在不同损伤信号下采集的位移响应中添加40 dB和60 dB噪声。图10为添加噪声后的传感器组合 II 损伤识别结果。

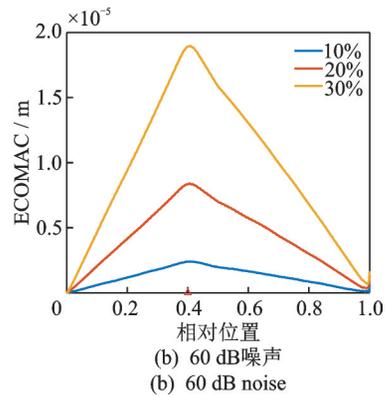
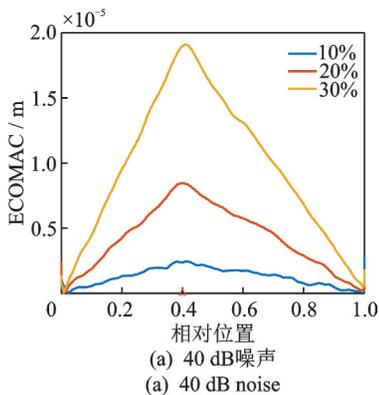


图10 添加噪声后的传感器组合 II 损伤识别结果

Fig.10 Damage identification results of sensor combination II by adding noise

从图10可以看出,损伤位置处出现较大的峰值,利用传感器组合 II 同样能精确识别出损伤位置。可见,此方法具有一定的抗噪性。

3 实验

为了进一步验证所提出方法的可靠性,搭建了简支空心钢梁桥实验模型。模型的长、宽、高分别为6 m,0.2 m和0.1 m。图11为实验装置简图。

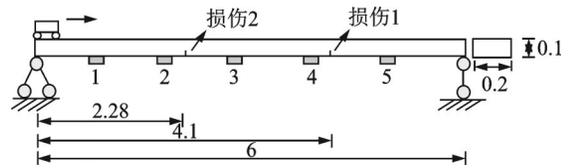


图11 实验装置简图(单位:m)

Fig.11 Simple model of experimental device (unit: m)

桥底下等距放置5个位移传感器,沿梁长方向等分成6份,从桥左端到右端依次标记传感器序号为1~5。为模拟真实移动车辆,采用一个四轮小车模型,图12为实验装置图。

实验中小车速度设置为0.5 m/s和0.75 m/s,



图12 实验装置图

Fig.12 Experimental device

用于模拟不同的车辆速度。小车质量为 10.55 kg, 本实验利用 DH5922N 动态数据采集系统进行信号采集, 采样频率为 500 Hz。在梁 0.68*l* 位置处设立一处损伤, 利用切割机对钢箱梁底部制造损伤, 损伤深度分别为 3 mm 和 7 mm。在梁 0.38*l* 位置处再设置一处损伤, 损伤深度分别为 4 mm 和 7 mm, 实验工况如表 3 所示。实验传感器组合如表 4 所示。

表 3 实验工况

Tab.3 Experimental scenarios

工况	损伤位置	损伤深度/mm	小车速度/ (m·s ⁻¹)	小车质量/kg
1	无损	0	0.5, 0.75	10.55
2	0.68 <i>l</i>	7	0.5, 0.75	10.55
3	0.68 <i>l</i>	3	0.5, 0.75	10.55
4	0.38 <i>l</i> , 0.68 <i>l</i>	4, 7	0.5, 0.75	10.55
5	0.38 <i>l</i> , 0.68 <i>l</i>	7, 7	0.5, 0.75	10.55

表 4 实验传感器组合

Tab.4 Sensor combinations of experimental

实验传感器组合	所用传感器序号
i	1~5号
ii	1, 3, 5号

以速度为 0.5 m/s、质量为 10.55 kg 小车, 工况 1 的位移响应如图 13 所示。

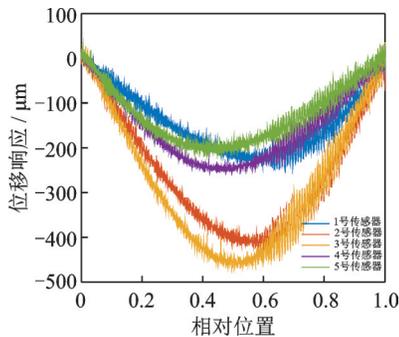


图 13 0.5 m/s 时位移响应

Fig.13 Displacement responses at 0.5 m/s

用实验传感器组合 i 采集到不同速度下工况 1~5 梁位移信号并进行 POD 分析, 得到实验传感器组合 i 的振型如图 14 所示。提取 ECOMAC 指标, 得到实验传感器组合 i 的损伤识别结果如图 15 所示。图中红色标记点表示损伤位置。从图 15(a), (b) 可以看出, 当发生一处损伤时, 在梁的 0.68*l* 位置处, ECOMAC 指标处于峰值, 完好地对应损伤位置。从图 15(c), (d) 可以看出, 当发生 2 处不

同位置损伤时, 在梁的 0.38*l* 和 0.68*l* 位置处出现了峰值, 也完好地对应损伤位置。

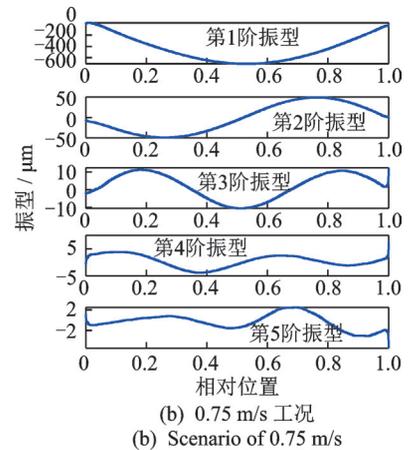
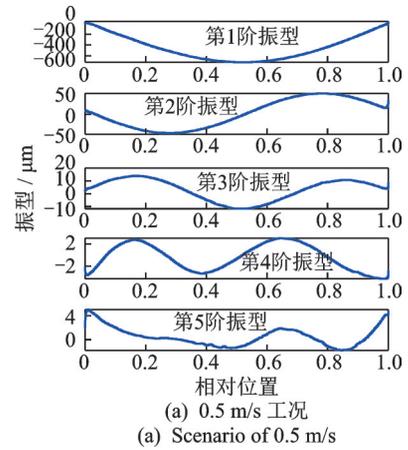
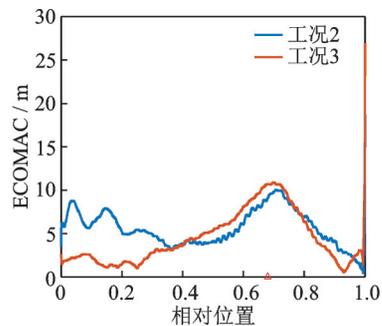
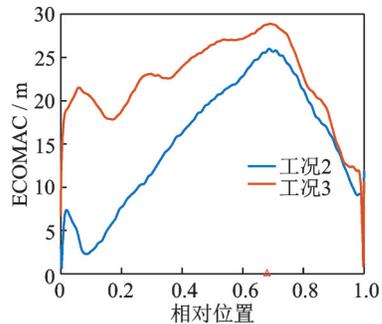


图 14 实验传感器组合 i 的振型

Fig.14 Mode shapes of experimental sensor combination i



(a) Results of single damage when velocity is 0.5 m/s



(b) Results of single damage when velocity is 0.75 m/s

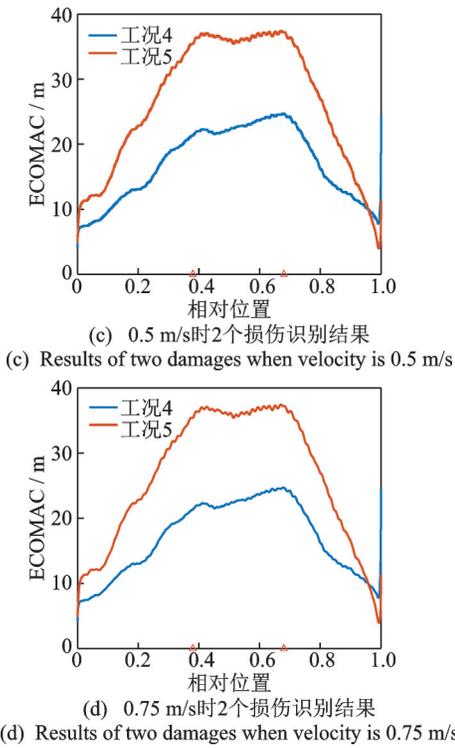


图 15 实验传感器组合 i 的损伤识别结果

Fig.15 Damage identification results of experimental sensor combination i

利用 3 个传感器获得实验传感器组合 ii 的振型如图 16 所示。根据提取的 ECOMAC 指标,得到实

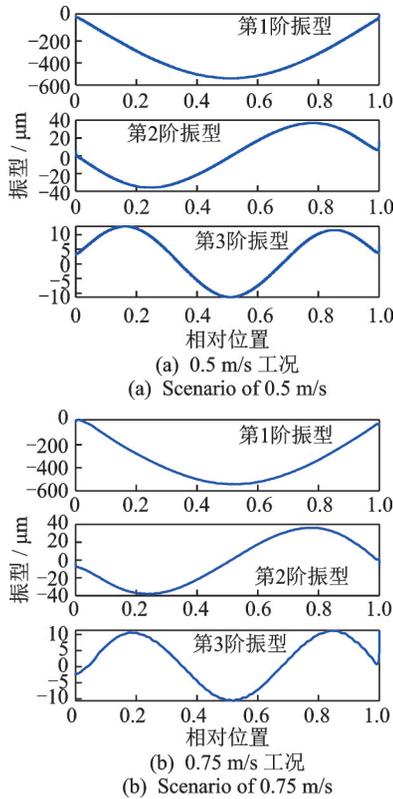


图 16 实验传感器组合 ii 的振型

Fig.16 Mode shapes of experimental sensor combination ii

验传感器组合 ii 的损伤识别结果如图 17 所示。图 15(a),(b)与图 17(a),(b)比较发现,利用实验传感器组合 ii 同样能精确识别出一处损伤位置。图 15(c),(d)与图 17(c),(d)比较发现,利用实验传感器组合 ii 同样能精确识别出 2 处损伤位置。

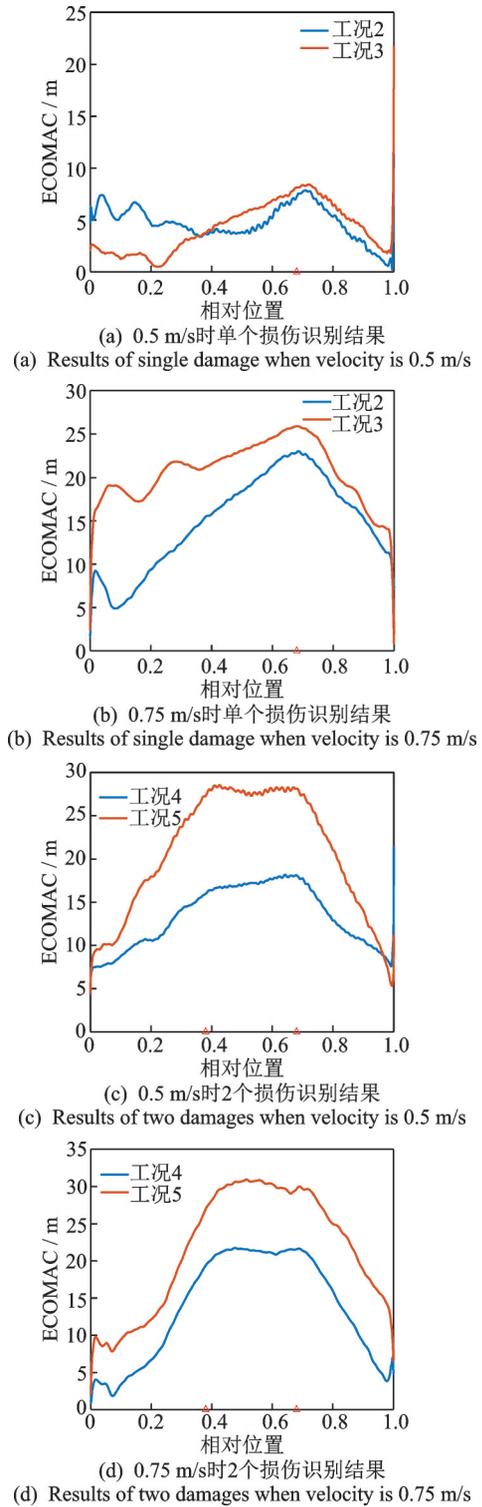


图 17 实验传感器组合 ii 的损伤识别结果

Fig.17 Damage identification results of experimental sensor combination ii

4 结 论

1) 本方法利用少量传感器能够精准识别损伤,解决了传统模态识别方法中存在的传感器消耗过多和识别模态振型稀疏造成损伤位置识别不精确的问题,具有一定的抗噪声能力,可以应用到实际工程中。

2) 笔者选用动力指纹方法中协调模态置信因子法,相比动力指纹其他方法,此方法计算简便,更加精确。

参 考 文 献

- [1] FARRAR C R, WORDEN K. An introduction to structural health monitoring [J]. *Mathematical, Physical, and Engineering Sciences*, 2007, 365(1851):303-315.
- [2] PHARES B M, WASHER G A, ROLANDER D D, et al. Routine highway bridge inspection condition documentation accuracy and reliability [J]. *Journal of Bridge Engineering*, 2004, 9(4): 403-413.
- [3] ABDO M A B. Parametric study of using only static response in structural damage detection [J]. *Engineering Structures*, 2012, 34:124-131.
- [4] LE N T, THAMBIRATNAM D P, NGUYEN A, et al. A new method for locating and quantifying damage in beams from static deflection changes [J]. *Engineering Structures*, 2019, 180: 779-792.
- [5] 杨书仁, 丁松. 基于应变比的桥梁损伤识别与评估方法 [J]. *公路交通科技*, 2021, 38(1): 87-96.
YANG Shuren, DING Song. Bridge damage identification and assessment method based on strain ratio [J]. *Journal of Highway and Transportation Research and Development*, 2021, 38(1): 87-96. (in Chinese)
- [6] WICKRAMASINGHE W R, THAMBIRATNAM D P, CHAN T H T, et al. Vibration characteristics and damage detection in a suspension bridge [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2016, 375: 254-274.
- [7] SHIH H W, THAMBIRATNAM D P, CHAN T H T. Damage detection in slab-on-girder bridges using vibration characteristics [J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2013, 20(10): 1271-1290.
- [8] MUJICA L E, RODELLAR J, FERNANDEZ A, et al. Q-statistic and T_2 -statistic PCA-based measures for damage assessment in structures [J]. *Structural Health Monitoring*, 2011, 10(5):539-553.
- [9] 秦超. 桥梁结构模态参数识别及模型修正的快速贝叶斯方法研究 [D]. 合肥:合肥工业大学, 2020.
- [10] AU F, CHENG Y S, THAM L G, et al. Structural damage detection based on a micro-genetic algorithm using incomplete and noisy modal test data [J]. *Journal of Sound & Vibration*, 2003, 259(5):1081-1094.
- [11] LIN Y, NIE Z, MA H. Structural damage detection with automatic feature-extraction through deep learning [J]. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2017, 32(12): 1025-1046.
- [12] VANDIVER J K. Detection of structural failure on fixed platforms by measurement of dynamic response [J]. *Journal of Petroleum Technology*, 1977, 29(3):305-310.
- [13] RUBIN S, COPPOLINO R N. Sensitivity of flexibility monitoring of offshore jacket platforms [J]. *Journal of Energy Resources Technology*, 1986, 108(1):72-76.
- [14] HUNT D L. Application of an enhanced coordinate modal assurance criteria [C]//10th International Modal Analysis Conference. San Diego: [s.n.], 1992: 66-71.
- [15] PANDEY A K, BISWAS M, SAMMAN M M. Damage detection from changes in curvature mode shapes [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1991, 145(2): 321-332.
- [16] PANDEY A K, BISWAS M. Experimental verification of flexibility difference method for locating damage in structures [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, 184(2):311-328.
- [17] 聂振华, 程良彦, 马宏伟. 基于结构动力特性的损伤检测可视化方法 [J]. *振动与冲击*, 2011, 30(12):7-13.
NIE Zhenhua, CHENG Liangyan, MA Hongwei. Visualization of vibration-based structural damage detection [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2011, 30(12): 7-13. (in Chinese)
- [18] YANG Y B, LI Y C, CHANG K C. Constructing the mode shapes of a bridge from a passing vehicle: a theoretical study [J]. *Smart Structures and Systems*, 2014, 13(5): 797-819.
- [19] NIE Z H, SHEN Z F, LI J, et al. Output-only complete mode shape identification of bridge using a limited number of sensors [J]. *Mechanical System and Signal Processing*, 2022, 178: 109246.



第一作者简介:聂振华,男,1982年7月生,博士、教授。主要研究方向为结构安全监测与损伤检测、人工智能方法。曾发表《Bridge condition monitoring under moving loads using two sensor measurements》(《Structural Health Monitoring》2020, Vol.19, No.3)等论文。
E-mail: niezh@jnu.edu.cn

通信作者简介:马宏伟,男,1966年4月生,博士、教授。主要研究方向为结构冲击动力学、结构安全与预警。
E-mail: mahongwei@dgut.edu.cn