DOI:10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2023.02.010

# 基于互谱矩阵函数的多声源识别方法\*

王 月<sup>1,4</sup>, 杨 超<sup>1</sup>, 王岩松<sup>1</sup>, 胡定玉<sup>2</sup>, 顾汝彬<sup>3</sup> (1.上海工程技术大学机械与汽车工程学院 上海,201620) (2.上海工程技术大学城市轨道交通学院 上海,201620) (3.中国人民解放军 32128部队 济南,250000) (4.上海杨浦职业技术学校 上海,200093)

摘要 为解决多声源识别中的混叠问题,提出一种基于互谱矩阵函数的多声源识别方法。首先,对与各峰值源相关 的互谱矩阵进行特征值分解,并利用特征值和特征向量构造其函数;其次,在反卷积迭代过程中,将该函数用于计算 移除各峰值源后的互谱矩阵函数和输出功率;最后,将与各峰值源相关的干净波束和剩余功率谱叠加,获得多声源 的分布图像。仿真与实验结果表明,该算法的输出波束主瓣窄、旁瓣低,可有效提升传统反卷积算法的动态范围,实 现多声源的高分辨率识别。

关键词 声源识别;波束形成;特征值分解;反卷积 中图分类号 TH17;TB52

## 引 言

声源识别在振动噪声检测领域中发挥着重要作用,如汽车变速器噪声源识别<sup>[1]</sup>等。声源识别方法 可分为近场和远场两大类。近场声全息是近场声源 识别方法中的一种<sup>[23]</sup>。笔者主要研究远场声源识 别方法,在其发展中,以提升传统波束形成算法的动 态范围和空间分辨率为重点,其方向主要为反卷积 算法和改进波束形成算法。

反卷积算法通过求解声源强度分布与阵列点传 播函数(point spread function, 简称 PSF)的卷积方 程,可消除PSF对声源强度的影响。例如,声源图 像解卷积方法<sup>[4]</sup> (deconvolution approach for the mapping of acoustic sources, 简称 DAMAS)、非负最 小二乘方法<sup>[5]</sup>(nonnegative least-squares approach, 简称 NNLS) 以及线性规划方法<sup>[6]</sup>等。为了克服 DAMAS 和 NNLS 计算效率低的问题, 研究人员假 设阵列点传播函数具有空间转移不变性,提出了 DAMAS2<sup>[7]</sup>, DAMAS3<sup>[7]</sup>和基于快速傅里叶变换的 非负最小二乘反卷积方法<sup>[8]</sup>(fast Fourier transformbased nonnegative least-squares approach,简称 FFT-NNLS)。清晰化方法<sup>[9]</sup>(CLEAN)与相干源图像清 晰化方法<sup>[9]</sup> (CLEAN based on spatial source coherence,简称CLEAN-SC)通过衰减与峰值源相关的 旁瓣,清晰化传统波束形成的输出图像。为了提升 CLEAN-SC识别接近瑞利极限声源的能力,研究人 员提出了高分辨率CLEAN-SC<sup>[10]</sup>。各类反卷积算 法有效提升了声源识别图像的动态范围和空间分辨 率,但是算法运行复杂且计算时间较长。

近些年,几种比反卷积算法简单且计算效率高 的改进波束形成算法被提出。各类改进型波束形成 算法通过对互谱矩阵作数学运算处理,提升算法性 能,如鲁棒自适应波束形成<sup>[11]</sup>、正交波束形成<sup>[12]</sup>以及 函数波束形成<sup>[13]</sup>(functional beamforming,简称 FB)。上述算法中,FB的动态范围较高,但其空间 分辨率低于反卷积算法。

反卷积算法高分辨率的优势基于以下假设:被 识别声源的间距大于瑞利极限距离。当声源的间距 小于瑞利极限时,反卷积算法的声源识别结果将会 出现高旁瓣干扰和伪声源现象,即混叠。为进一步 提升传统反卷积算法的动态范围与空间分辨率,笔 者提出一种基于互谱矩阵函数的多声源识别方法, 即CLEAN-v。CLEAN-v将函数波束形成的矩阵函 数作为更新互谱矩阵函数的初始值,并将与峰值源 相关的互谱矩阵进行特征值分解,构造其矩阵函数。 第*i*次迭代更新的互谱矩阵函数等于第(*i*-1)次互 谱矩阵函数减去第*i*次与峰值源相关的互谱矩阵函 数。更新的互谱矩阵函数用于计算移除峰值源后的 输出功率。相比于CLEAN与FB,CLEAN-v算法 动态范围更高,空间分辨率更好,声源识别结果更 可靠。

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目(51675324,52172371);上海高校青年教师培养计划资助项目(ZZGCD18019) 收稿日期;2020-09-21;修回日期;2020-11-18

## 1 CLEAN-v算法原理

传声器阵列采集的声压信号<sup>[14]</sup>经快速傅里叶变 换后可以表示为

$$\boldsymbol{p}(f) = \begin{pmatrix} p_1(f) & p_2(f) & \cdots & p_N(f) \end{pmatrix}^{\mathrm{T}} \quad (1)$$

其中:N为传声器数量;f为声源频率;T表示转置。

利用阵列信号计算互谱矩阵为

$$C = pp^{\mathrm{H}} \tag{2}$$

将互谱矩阵进行特征值分解为

$$C = U \Sigma U^{\mathrm{H}} \tag{3}$$

其中:U为一个酉矩阵, $U = (u_1, u_2, \dots, u_N), u_1, u_2,$ …, $u_N$ 为C的特征向量; $\Sigma$ 为一个对角矩阵, $\Sigma =$ dig $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N), \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$ 为C的特征值;H表 示共轭转置。

对于一个平稳声源,方向向量可以表示为

$$\boldsymbol{g}_{j} = \exp\left(-jk \|\boldsymbol{r}_{j} - \boldsymbol{r}_{n}\|\right) / \|\boldsymbol{r}_{j} - \boldsymbol{r}_{n}\| \qquad (4)$$

其中: $\|\bullet\|$ 为欧氏范数; $\|\mathbf{r}_{j} - \mathbf{r}_{n}\|$ 为网格点 $\xi_{j}$ 到第n个传声器 $X_{n}$ 的距离;k为波数, $k = 2\pi f/c, c$ 为声速, $c = 340 \text{ m/s}_{\circ}$ 

利用互谱矩阵函数计算输出功率的表达式为

$$A(\boldsymbol{\xi}_{j}) = \left[\boldsymbol{w}_{j}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C}^{\mathrm{l}/\mathrm{\nu}} \boldsymbol{w}_{j}\right]^{\mathrm{\nu}} = \left[\boldsymbol{w}_{j}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{U} \boldsymbol{\Sigma}^{\mathrm{l}/\mathrm{\nu}} \boldsymbol{U}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_{j}\right]^{\mathrm{\nu}} \quad (5)$$

其中: $w_j$ 为加权向量, $w_j = \frac{g_j}{g_j^{\mathsf{T}} g_j} = \frac{g_j}{\|g_j\|^2}$ ;v为指数。

CLEAN- $\nu$ 将 $C^{\nu}$ 和 $A(\xi_j)$ 作为互谱矩阵函数和 输出功率的初始值,即

$$D^{(0)} = C^{1/\nu} \tag{6}$$

$$A_j^{(0)} = A\left(\xi_j\right) \tag{7}$$

从 $A^{(i-1)}$ 中搜寻峰值源的位置 $\xi_{\max}^{(i)}$ ,如在网格点  $\xi_m$ 处搜寻到最大值 $A_{\max}^{(i-1)}$ ,计算与 $\xi_{\max}^{(i)}$ 有关的方向向 量 $g_{\max}^{(i)}$ 及加权向量 $w_{\max}^{(i)}$ 。

由峰值源 $\varepsilon_{\max}^{(i)}$ 引起的互谱矩阵 $G^{(i)}$ 为

$$\boldsymbol{G}^{(i)} = \boldsymbol{A}_{\max}^{(i-1)} \boldsymbol{g}_{\max}^{(i)} \boldsymbol{g}_{\max}^{(i)T} \tag{8}$$

将 G<sup>(i)</sup>特征值分解,并利用 G<sup>(i)</sup>的特征向量和特征值构造谱函数

$$\boldsymbol{G}^{(i)\frac{1}{\nu}} = \boldsymbol{U}_{\max}^{(i)} \left[ \boldsymbol{\Sigma}_{\max}^{(i)} \right]^{\frac{1}{\nu}} \boldsymbol{U}_{\max}^{(i)\,\mathrm{T}} \tag{9}$$

更新互谱矩阵函数

$$D^{(i)} = D^{(i-1)} - G^{(i)\frac{1}{\nu}}$$
(10)

其中:**D**<sup>(i)</sup>为第i次移除峰值源后的互谱矩阵函数。

更新输出功率,移除峰值源对输出功率的影响,得

$$A_{j}^{(i)} = \left[ \boldsymbol{w}_{j}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D}^{(i)} \boldsymbol{w}_{j} \right]^{\nu}$$
(11)

移除的峰值源由一个干净波束替换,即

$$Q_{i}^{(i)} = A_{\max}^{(i-1)-\lambda \| \boldsymbol{\xi}_{j} - \boldsymbol{\xi}_{\max}^{(i)} \|^{2}}$$
(12)

其中: $\lambda$ 为带宽参数, $\lambda = 1.2/b^2$ ,b为主瓣宽度。

当符合 $\|D^{(I+1)}\| \ge \|D^{(I)}\|$ 时,迭代终止。最终, CLEAN- $\nu$ 的功率谱等于前I次干净波束和第I次输 出功率的叠加,即

$$A_{j} = \sum_{i=1}^{l} Q_{j}^{(i)} + A_{j}^{(l)}$$
(13)

假设声源个数为K,声源强度为 $s_k$ , $k=1,2,\cdots$ , K。第i次迭代后, $D^{(i)}$ 中还包含(K-i)个声源信息。在网格点 $\xi_j$ 处,各声源强度乘以阵列点扩散函数 PSF<sub>k</sub>的 $\nu$ 次方的叠加,可以近似表示为

$$A_{j}^{(i)} = \left[ \boldsymbol{w}_{j}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D}^{(i)} \boldsymbol{w}_{j} \right]^{\nu} = \left[ \boldsymbol{w}_{j}^{\mathrm{T}} \sum_{k=1}^{K-i} s_{k}^{\frac{1}{\nu}} \boldsymbol{g}_{k} \boldsymbol{g}_{k}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_{j} \right]^{\nu} = \left[ \boldsymbol{w}_{j}^{\mathrm{T}} s_{k}^{\frac{1}{\nu}} \boldsymbol{g}_{1} \boldsymbol{g}_{1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_{j} \right]^{\nu} + \dots + \left[ \boldsymbol{w}_{j}^{\mathrm{T}} s_{K-i}^{\frac{1}{\nu}} \boldsymbol{g}_{K-i} \boldsymbol{g}_{K-i} \boldsymbol{g}_{K-i}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_{j} \right]^{\nu} = s_{1} \left[ \frac{\left\| \boldsymbol{g}_{j}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{g}_{1} \right\|^{2}}{\left\| \boldsymbol{g}_{j} \right\|^{4}} \right]^{\nu} + \dots + s_{K-i} \left[ \frac{\left\| \boldsymbol{g}_{j}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{g}_{K-i} \right\|^{2}}{\left\| \boldsymbol{g}_{j} \right\|^{4}} \right]^{\nu}$$
(14)

$$\mathrm{PSF}_{k} = \left[ \left\| \mathbf{g}_{j}^{\mathrm{T}} \mathbf{g}_{k} \right\|^{2} / \left\| \mathbf{g}_{j} \right\|^{4} \right]$$
(15)

PSF<sub>k</sub>只有在扫描网格点与峰值源网格点重合 ( $g_j = g_k$ )时伪声源处等于1,其他网格点处均小于 1。当PSF<sub>k</sub><1时,对PSF<sub>k</sub>进行 $\nu$ 次方,则旁瓣的 PSF<sub>k</sub>值将会进一步缩小。经过大量仿真数据分析, CLEAN- $\nu$ 的指数取值范围为3~11。CLEAN- $\nu$ 的 算法流程如图1所示( $i \ge 1$ )。



## 2 仿真研究

通过非相干多声源仿真,对比CLEAN,

CLEAN-SC,FB及 CLEAN- $\nu$ 的算法性能。仿真采 用 2种声源:双声源和 SUES复杂声源,声压级均为 100 dB。仿真1为小于瑞利极限的双声源,阵列1为 具有 36个传感器的同心圆面阵列,其有效直径分别 为  $d_1 = 0.14 \text{ m}, d_2 = 0.36 \text{ m}, d_3 = 0.50 \text{ m}$ 。仿真 2 为 SUES复杂声源,由于仿真 2 中声源个数大于阵列1 传声器个数,为了避免求解源强时出现欠定问题,阵 列 2 采用 72 个传声器,其有效直径及尺寸与阵列1 相同。FB指数值为16<sup>[14]</sup>,带宽系数 $\lambda = 480$ 。

#### 2.1 不相干双声源

双声源频率均为4 kHz,其在声源面的坐标分别为(-0.07 m,0 m)和(0.07 m,0 m)。采用阵列1,每个传声器加入信噪比为10 dB的白噪声。阵列1与声源面扫描网格的间距z=1 m。声源面扫描网格的尺寸为2 m×2 m,扫描点间距为0.01 m。瑞利极限 $R=1.22zc/d_{3}f\approx0.21$  m。双声源间距为0.14 m,小于瑞利极限。4种算法的不相干双声源识别结果及动态范围如图2,3所示,其中"\*"表示真实声源。





在空间分辨率方面,CLEAN识别出3个声源, 如图2(a)所示。CLEAN定位双声源的坐标分别为 (-0.11 m,0 m)和(0.11 m,0 m),x方向定位误差为 0.04 m,y方向定位误差为0 m。由于瑞利极限的限 制,CLEAN 声像图在(0 m,0 m)处出现伪声源。 CLEAN-SC识别出2个声源,其中伪声源坐标为 (0 m,0 m),如图2(b)所示。CLEAN-SC仅识别出 1个声源,坐标为(0.12 m,0 m),x方向定位误差为 0.05 m,y方向定位误差为0 m。FB及CLEAN-v能 够准确识别声源位置,如图2(c,d)所示。但由于 FB缩窄主瓣宽度的能力有限,两声源主瓣在低于峰 值5 dB处发生融合,而CLEAN-v无主瓣融合现象。 相比于前3种算法,CLEAN-v识别低于瑞利极限的 不相干双声源时更准确。

由图 3 可知,相比于 CLEAN 与 FB 算法, CLEAN-ν的动态范围更高。当ν=11时,CLEANν的动态范围超过了 CLEAN 和 FB,分别约为 120 dB和11 dB。虽然 CLEAN-ν的动态范围未能超 过CLEAN-SC,但其空间分辨率优于CLEAN-SC。

#### 2.2 SUES 复杂声源

组成SUES的声源频率均为6kHz,声源数量为 44个,相邻声源间隔为0.2m,字母间隔为0.4m。 采用阵列2,每个传声器加入信噪比为10dB的白噪 声。阵列2与声源面扫描网格的间距为1m。声源 面扫描网格的尺寸为4m×2m,扫描点间距为 0.05m。CLEAN,CLEAN-SC,FB及CLEAN-ν识 别复杂声源的结果如图4所示。

CLEAN准确识别出 24个声源,但其主瓣周围 存在大量的旁瓣干扰,如图 4(a)所示。相比于 CLEAN,CLEAN-SC 动态范围更高,抑制旁瓣效果 显著。CLEAN-SC 识别出 13个声源,但在目标声 源周围出现大量伪声源,如图 4(b)所示。通过调整 FB算法值,可使其空间分辨率优于 CLEAN-SC 算 法,动态范围优于 CLEAN算法。FB准确识别出 22 个声源,较清晰地分辨出声源"U"和"E"。但由于阵 列尺寸的限制,FB 识别 2个"S"声源时出现主瓣融 合的现象,如图 4(c)所示。主瓣融合的现象在 CLEAN-ν的声源识别结果中得到了改善。由于 CLEAN-ν的高动态范围和空间分辨率,2个"S"声 源基本被识别,如图 4(d)所示。

由于阵列尺寸的限制和多声源的相互影响,4 种算法识别复杂声源时均出现了定位误差、高旁瓣 和伪声源的问题。相比于其他3种算法,CLEAN-v



识别 SUES 复杂声源时算法性能更稳定,声源识别结果更可靠。

## 3 实验研究

通过识别 2个扬声器验证 CLEAN- $\nu$ 的算法性能。实验环境为半消声室(长×宽×高为 9.8 m× 8.6 m×3.5 m)。2个扬声器由 2个频率为 4 kHz 的不相干信号激励,其位置摆放在(-0.07 m,0 m)和(0.07 m,0 m)。麦克风阵列、声源面扫描网格以及 阵列与声源面的距离与第 2.2节仿真设置相同。实验中,带宽系数  $\lambda = 480$ ,FB 和 CLEAN- $\nu$ 的指数值  $\nu = 3$ 。图 5 为实验布置图。

4种算法识别双扬声器的结果如图6所示。由 图6(a)可知,CLEAN识别出3个声源,其中双扬声 器的定位坐标分别为(-0.12 m, -0.02 m)和 (0.10 m, 0.02 m), 伪声源的坐标为(-0.01 m, 0 m)。x方向定位误差分别为0.05 m和0.03 m,y方



图 5 实验布置图 Fig.5 Layout of experiment

向定位误差均为0.02 m。观察图6(a),CLEAN声 像图中存在旁瓣干扰。CLEAN-SC仅识别出1个 声源,其定位坐标为(-0.12 m,-0.02 m),声像图 中不存在旁瓣干扰,如图6(b)所示。FB和CLEAN -v均识别出2个声源,双扬声器定位坐标均为 (-0.09 m,-0.01m)和(0.08 m,0.01 m),如图6(c, d)所示。x方向定位误差分别为0.02 m和0.01 m,y 方向定位误差均为0.01 m。FB识别双扬声器的结 果出现主瓣融合现象。相比于FB,CLEAN-v的空 间分辨率较好,声像图更清晰。



4种算法的定位结果均含有误差,此误差包含 实验设置因素,如阵列面与声源面扫描网格不平行、 扬声器位置与目标位置不符等。由上述扬声器识别 结果可得,CLEAN->识别低于瑞利极限的声源时动 态范围更高,空间分辨率更好,结果更可靠。

## 4 结 论

 当识别低于瑞利极限的多声源时,反卷积算 法出现伪声源、旁瓣干扰,最终导致识别失败。针对 此问题,提出一种基于互谱矩阵函数的多声源识别 方法 CLEAN-v。给出了理论推导过程,模拟仿真了 低于瑞利极限的简单双声源和复杂声源的声成像结 果,并进行了实验验证。

2) 在空间分辨率方面,相比于 CLEAN, CLEAN-SC及FB,CLEAN-v的空间分辨率更高, 缩窄主瓣宽度的性能更好。无论对于低于瑞利极限 的简单双声源或者复杂声源,CLEAN-v均可以清晰 地定位声源位置。

3) 在动态范围方面, CLEAN-v有效地提升了 CLEAN的动态范围, 抑制旁瓣效果显著。

### 参考文献

[1] 相龙洋,左曙光,何吕昌,等.基于试验的汽车手动变 速器噪声源识别[J].振动、测试与诊断,2013,33(3): 426-431.

XIANG Longyang, ZUO Shuguang, HE Lüchang, et al. Identification of noise sources of automobile manual transmission based on experiment [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013, 33(3): 426-431. (in Chinese)

- [2] 杜向华,朱海潮,毛荣富.提高近场声全息重建精度方法[J].振动、测试与诊断,2013,33(1):157-160.
  DU Xianghua,ZHU Haichao,MAO Rongfu. The method of improving the reconstruction accuracy of near-field acoustic holography[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis,2013,33(1):157-160.(in Chinese)
- [3] BI C X, LIU Y, ZHANG Y B, et al. Extension of sound field separation technique based on the equivalent source method in a sparsity framework [J]. Journal of Sound and Vibration, 2019, 442(3):125-137.
- [4] BROOKS T F, HUMPHREYS W M. A deconvolution approach for the mapping of acoustic sources (DAMAS) determined from phased microphone arrays [J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 294(4):856-879.
- [5] EHRENFRIED K, KOOP L. A comparison of iterative deconvolution algorithms for the mapping of acoustic Sources[J]. American of Institute Aeronautics and Astronautics, 2007, 45(7):1584-1595.
- [6] DOUGHERTY R P, RAMACHANDRAN R C,

RAMAN G. Deconvolution of sources in aeroacoustic images from phased microphone arrays using linear programming[J]. International Journal of Aeroacoustics, 2013, 12(8):699-718.

- [7] DOUGHERTY R P. Extensions of DAMAS and benefits and limitations of deconvolution in beamforming [C] //11th American of Institute Aeronautics and Astronautics Aeroacoustics Conference. California: American of Institute Aeronautics and Astronautics, 2005:1-13.
- [8] GADE S, HALD J. Noise source identification with blade tracking on a wind turbine [C] //Proceedings of the Internoise 2012. NewYork: Internoise, 2012:1-6.
- [9] PIETER S. CLEAN based on spatial source coherence [J]. International Journal of Aeroacoustics, 2007, 6(4): 357-374.
- [10] SIJTSMAP, MERINO-MARTINEZR,MALGOEZAR A M, et al. High-resolution CLEAN-SC: theory and experimental validation [J]. International Journal of Aeroacoustics, 2017, 16(4/5):274-298.
- [11] LUESUTTHIVIBOON S, MALGOEZAR A, SNE-LLEN M, et al. Improving source discrimination performance by using an optimized acoustic array and adaptive high-resolution CLEAN-SC beamforming [C]//Proceedings of the 7th Berlin Beamforming Conference. Berlin: Berlin Beamforming Conference, 2018:1-26.
- [12] SARRADJ E. A fast signal subspace approach for the determination of absolute levels from phased microphone array measurements[J]. Journal of Sound and Vibration, 2010, 329(9):1553-1569.
- [13] DOUGHERTY R P. Functional beamforming [C] // Proceedings on CD of the 5th Berlin Beamforming Conference. Berlin: Berlin Beamforming Conference, 2014:1-25.
- [14] 褚志刚,段云炀,沈林邦,等.函数波束形成声源识别性能分析及应用[J].机械工程学报,2017,53(4):67-76.
  CHU Zhigang, DUAN Yunyang, SHEN Linbang, et al. Performance analysis and application of functional beamforming sound source identification [J]. Journal of Mechanical Engineering,2017,53(4):67-76. (in Chinese)



第一作者简介:王月,女,1993年3月生, 硕士。主要研究方向为噪声源识别与 定位。

E-mail:yuewang\_1108@163.com

通信作者简介:杨超,男,1979年1月生, 博士、讲师。主要研究方向为噪声源识 别与定位、阵列信号处理。 E-mail:nfuyangchao@sina.com