

负泊松比星型周期格栅结构的振动带隙特性*

王 杰^{1,2}, 陈国平^{2,3}, 何 欢^{2,3}, 潘 勇¹, 刘思禹¹

(1. 上海机电工程研究所 上海, 201109)

(2. 南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点实验室 南京, 210016)

(3. 南京航空航天大学振动工程研究所 南京, 210016)

摘要 基于声子晶体的能带结构理论, 结合弹性波动方程与 Bloch 定理建立结构单胞的动力学方程, 研究负泊松比星型周期格栅结构的内纵向振动与面外弯曲振动的带隙特性, 发现其存在丰富的禁带特性, 且在较低频率范围内存在稳定的宽大带隙。对比了 2 种振动模式的能带结构, 研究了内凹夹角、长细比等几何参数对结构等效弹性参数与带隙特性的影响, 并分析了带隙频率处单胞的振动模态。研究表明: 星型格栅中存在 2 种振动都被抑制的完全带隙; 内凹夹角和斜梁的几何参数是影响低阶带隙的关键; 旋转共振模态的出现导致最低带隙处简并态的打开。星型周期格栅结构的这些带隙特性使其在工程减振降噪中具有潜在的价值。

关键词 星型结构; 周期格栅; 负泊松比; 频率带隙

中图分类号 O326; TH113; O48

引 言

弹性波在周期介质中传播时会存在弹性波带隙, 这类存在弹性波带隙的周期性介质被称为声子晶体^[1-3]。周期格栅结构作为一种性能优越的周期性结构在航空航天、舰船机械等工程实践中存在广泛应用^[4], 同时周期格栅结构中弹性波的传播特性也受到国内外学者的关注与研究^[5-14]。Ruzzene 等^[5]利用有限元与 Bloch 定理研究了 2 维六边形晶格周期结构的波传播带隙特性和波传播的方向性, 并以宽带隙和定向性为目标优化了结构设计。Phani 等^[12]从单胞结构构型出发, 利用 Floquet-Bloch 原理研究了 4 种典型 2 维周期格栅结构(六边形格栅、Kagomé 格栅、三角形格栅以及正方形格栅)中平面波的传播特性。黄毓等^[13]研究了米字形、反六边形及钻石形等 7 种典型拓扑构形格栅材料的带隙性质与弹性波在其中的局部衰减特性, 分析了材料微结构几何参数对带隙性质的影响规律。

一般格栅结构难以产生带隙, 但在结构中引入手性共振单元可以获得具有较宽带隙的双负材料参数的超材料^[6, 15]。负泊松比材料相对一般材料具有拉胀、同向曲率及吸能效果好^[16-18]等优点, 其中星型周期结构作为一种负泊松比结构^[19-20], 其弹性波传

播特性引起了学者们的关注。负昊等^[20]采用有限元方法并结合 Bloch 定理来分析弹性波在星型节点周期结构蜂窝材料内部传播的带隙问题。Meng 等^[21]从星型蜂窝的等效力学性能和带隙特性两方面对星型蜂窝进行了分析, 发现当泊松比为负值时, 带隙频率较低且带隙宽度稳定。Tang 等^[22]研究了星型蜂窝状周期结构基体中不同填充材料及填充方式对波传播的影响, 发现外填充星型蜂窝具有最佳的自准直效果。Chen^[23-24]等利用星型超材料的带隙特性及双负折射率特性设计了一种能够实现水中声聚焦的超透镜。

笔者对负泊松比星型格栅结构振动传播时的频率带隙问题进行了研究, 同时分析了其面内振动与面外振动 2 种模式下的带隙特性。根据 Bloch 定理, 利用 COMSOL 有限元软件, 首先, 分析其面内纵向振动与面外弯曲振动的能带结构及振动传输特性, 发现其在较低频率范围内有着稳定的宽大带隙; 其次, 2 种振动模式的联合分析发现其存在纵向振动波与弯曲振动波都难以传播的完全带隙; 最后, 探讨此星型结构单胞的等效弹性模量与等效泊松比随结构几何参数的变化趋势, 同时研究纵向振动与弯曲振动各带隙边界随几何参数变化的规律。研究结果为星型格栅结构在工程中的实际应用提供指导。

* 国家自然科学基金资助项目(12202184)

收稿日期: 2020-09-08; 修回日期: 2021-03-09

1 星型结构建模与带隙分析

1.1 星型结构的动力学模型

图1为2维星型周期格栅结构及其单胞示意图,如图1(a)所示的单胞^[23]沿 (x,y) 方向周期延拓,并以正方晶格方式排列,得到整个周期结构图1(b)。在格栅单胞中,4条连接直梁的长度为 L_1 ,梁宽为 t_1 ;构成星型箭头的8条斜梁的长度为 L_2 ,宽为 t_2 ;直梁与斜梁间的夹角为 θ ,此时结构的晶格常数为 $a = 2[L_2 \sin(\theta - 45^\circ)/\sin(45^\circ) + L_1]$ 。设格栅单胞沿 z 轴方向的出平面厚度为 h ,同时为保证结构的合理性存在,几何尺寸间存在约束条件,即 $L_2 \cos \theta < L_1$ 。表1为2维星型格栅单胞的 Brillouin 区及其顶点坐标,其中阴影部分为不可约 Brillouin 区。

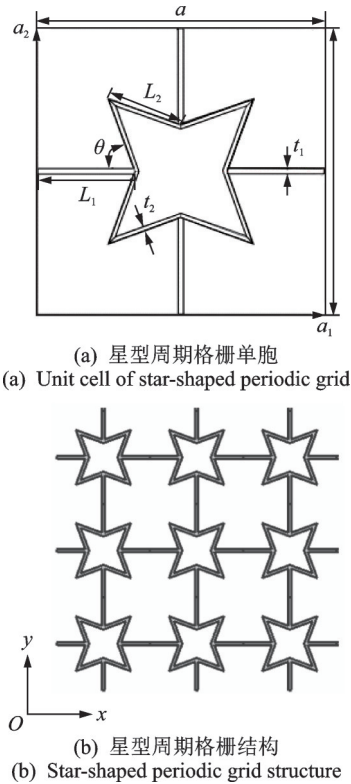


图1 2维星型周期格栅结构及其单胞示意图
Fig.1 Two-dimensional star-shaped periodic grid structure and its unit cell

表1 2维星型格栅单胞的 Brillouin 区及其顶点坐标
Tab.1 Brillouin zone and vertex coordinates of two-dimensional star-shaped grid's unit cell

简约 Brillouin 区	基矢与不可约 Brillouin 区顶点
	$b_1 = \frac{2\pi}{a}(1,0), b_2 = \frac{2\pi}{a}(0,1)$ $M = \frac{\pi}{a}(1,1), X = \frac{\pi}{a}(1,0)$

对于各向同性的线弹性固体,不计体力的情况下,其 Navier's 方程为

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} - [\mu \nabla^2 \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u})] = 0 \quad (1)$$

其中: λ, μ 为Lame常数, $\lambda = E\nu/(1+\nu)(1-2\nu)$, $\mu = E/2(1-\nu)$, E 为弹性模量, ν 为泊松比; ρ 为材料密度; ∇ 为Hamilton微分算符; \mathbf{u} 为位移场矢量。

本构方程为

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\epsilon} = \lambda(\nabla \cdot \mathbf{u})\mathbf{I} + 2\mu\boldsymbol{\epsilon} \quad (2)$$

其中: $\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\epsilon}$ 分别为应力和应变张量; \mathbf{I} 为单位张量; \mathbf{D} 为弹性张量。

结合 Floquet-Bloch 定理,在晶格周期性介质中传播的弹性波是按晶格周期调幅的平面波,即 Bloch 波。对于星型周期格栅结构,其位移场可以表示为

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}) = e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)} \mathbf{u}_k(\mathbf{r}) \quad (3)$$

其中: ω 为圆频率; \mathbf{r} 为位置坐标; \mathbf{k} 为限制在第一 Brillouin 区内的波矢。

由 Bloch 定理,2维无限周期结构中任一单胞内的任一点位移 \mathbf{u}_p 都可以用参考单胞内对应点的位移 \mathbf{u}_0 表示,即

$$\mathbf{u}_p = \mathbf{u}_0 e^{i\mathbf{r}_p \cdot \mathbf{g}} \quad (4)$$

其中: \mathbf{r}_p, \mathbf{g} 分别为此单胞相对参考单胞在格矢空间与倒格矢空间的位置。

研究无限周期结构各个自由度的振动,只需研究某个参考单胞内的位移即可,同时对于星型单胞,其上下、左右边界处还存在周期性边界条件,即

$$\mathbf{u}(\mathbf{r} + \mathbf{a}) = e^{i(\mathbf{k}\mathbf{a})} \mathbf{u}(\mathbf{r}) \quad (5)$$

其中: \mathbf{a} 为晶格常数的矢量。

$\mathbf{u}_k(\mathbf{r})$ 是与 \mathbf{r} 有关的周期函数,其周期与晶格参数的周期相同。将式(3)、式(5)代入式(1),再通过标准有限元离散,就可得到单胞的动力学控制方程,即

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \mathbf{u} = 0 \quad (6)$$

其中: \mathbf{K}, \mathbf{M} 分别为单胞整体的刚度矩阵和质量矩阵。

\mathbf{K}, \mathbf{M} 与波矢 \mathbf{k} 相关,因此给定单胞第一 Brillouin 区内的波矢 \mathbf{k} ,就可以求得不同波矢对应的特征频率,得到表述结构色散关系的能带结构图。笔者将基于有限元分析软件 COMSOL 中的结构力学物理场下的板模块,实现对结构特征频率与能带结构的计算。

1.2 面内纵向振动能带结构分析

图2为2维星型格栅结构的纵向振动能带结构

与传输特性曲线。在板模块中,建立 2 维星型格栅单胞结构,取 $L_1=L_2=2\text{ cm}$, $t_1=t_2=0.2\text{ cm}$, $\theta=70^\circ$, $h=0.02\text{ cm}$, 结构材料为铝,密度 $\rho_1=2730\text{ kg/m}^3$, 弹性模量 $E_1=7.76\times 10^{10}\text{ Pa}$, 泊松比 $\nu_1=0.352$ 。研究结构的面内纵向振动时,限制板的出平面位移,只保留板的面内位移,同时设置周期性边界条件,并使得波矢 k 扫描单胞的不可约 Brillouin 区边界,计算不同 k 值对应的结构特征频率,最后得到能带结构如图 2(a)所示。

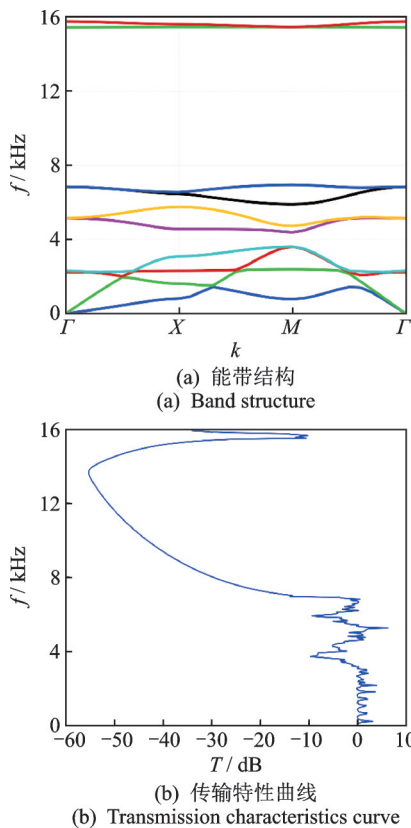


图 2 2 维星型格栅结构的纵向振动能带结构与传输特性曲线
Fig.2 Band structure and transmission characteristics curve of two-dimensional star-shaped grid structure's longitudinal vibration

由图 2(a) 可以看到,前 10 阶能带曲线中,出现了 3 个频率带隙,分别在第 4 与第 5 阶、第 6 与第 7 阶、第 8 与第 9 阶之间。3 个带隙的频率范围分别为 3 621~4 393 Hz, 5 770~5 912 Hz 及 6 963~15 469 Hz, 其中第 3 带隙的宽度最大,为 8 991 Hz。频率带隙的出现意味着特定频率内的弹性波将无法在结构中传播,因此有更多低频带隙、宽大带隙的产生使得星形格栅周期结构在工程中的应用更具优势。

图 2(b) 为有限元法计算 10×10 个星型格栅有限周期结构得到的传输特性曲线。几何参数与上述

参数相同,采用 3 维有限元结构,2 维星型格栅结构有限元模型如图 3 所示。在星型格栅结构左侧所有节点上施加水平方向的单位幅度加速度简谐激励,激励频率由 0~16 kHz 步进变化,并在右侧节点上拾取频率响应。传输特性 T 为

$$T = 20\lg \frac{X}{X_0} \quad (7)$$

其中: X, X_0 分别为响应和激励通过 Fourier 变换得到的与频率有关的物理量,其可以是位移、速度或加速度。

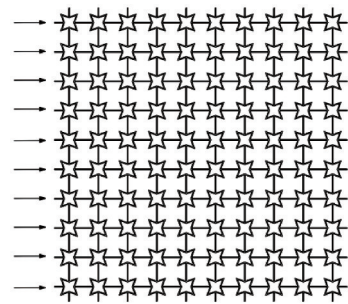


图 3 2 维星型格栅结构有限元模型

Fig.3 Finite element model of two-dimensional star-shaped grid structure

由图 2(b) 可以看出,在 0~16 kHz 间存在 3 个振动带隙,其频率范围与能带结构中带隙得到较好吻合,且纵向波在第 3 带隙中的衰减最为明显,表明了面内纵向波动在结构内的传播受到显著阻碍。

1.3 面外弯曲振动能带结构分析

在板模块中建立薄板模型,星型结构几何参数与 1.2 节相同,研究格栅薄板的面外弯曲振动特性。在 COMSOL 有限元软件中建立的结构模型,其能带结构中同时包含了板内的纵向振动与弯曲振动,根据面内纵向振动能带结构的分析结合格栅薄板的模态分析,可以分离出格栅薄板的弯曲振动能带结构,再结合格栅薄板的弯曲振动传输特性曲线,从而能够准确直观地实现对星型格栅结构的弯曲振动带隙分析。图 4 为 2 维星型格栅结构的弯曲振动能带结构与传输特性曲线。由图 4(a) 可知,在 0~4 500 Hz 频率范围内,星型格栅结构的面外弯曲波动有 5 个完全带隙,其中第 3、第 4 和第 5 带隙为宽大带隙,其带隙频率范围分别为 1 330~2 169 Hz, 2 442~3 141 Hz 和 3 519~4 282 Hz。图 4(b) 为有限元法计算 10×10 个有限周期结构弯曲振动的传输特性曲线,其结果与能带结构相互吻合印证。

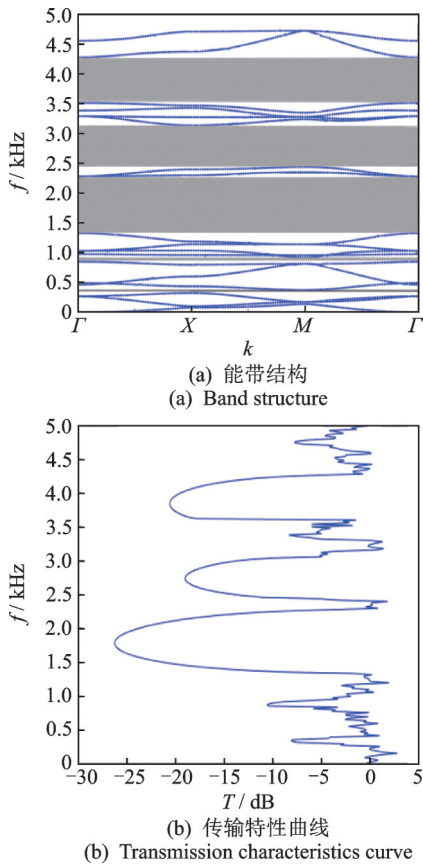


图 4 2 维星型格栅结构的弯曲振动能带结构与传输特性曲线

Fig.4 Band structure and transmission characteristics curve of two-dimensional star-shaped grid structure's bending vibration

在对格栅薄板的弯曲波能带结构分析时发现, 格栅薄板中存在纵向波与弯曲波都无法传播的弹性波禁带。图 5 为 2 维星型格栅结构的纵向及弯曲振动能带结构。由图可知, 全带隙频率范围为 3 621~4 282 Hz。这意味着在此带隙频率范围内, 无论是面内的纵向振动波还是面外的横向弯曲波都很难在此结构中传播。4 kHz 激励下星型格栅结构的位移响应如图 6 所示。其中: 图 6(a) 为星型格栅结构左侧水平作用位移激励时的结构位移响应, 为方便观察, 面内水平位移的大小采用高度形式表示; 图 6(b) 为结构中心垂直作用位移激励时的结构位移响应, 激励频率均为 4 kHz。由图可以看出, 格栅薄板的振动只局限于激励处, 其他位置处的振动因弹性波的大幅衰减而得到较好的抑制。因此, 星型格栅结构在不借助其他外部设备的情况下, 仅仅依靠自身的结构设计, 达到了在特定频率下减振降噪的效果, 具有重要的意义。

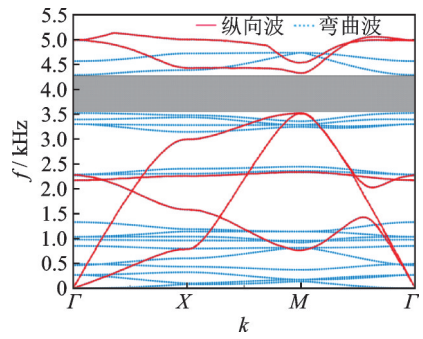


图 5 2 维星型格栅结构的纵向及弯曲振动能带结构

Fig.5 Band structure of two-dimensional star-shaped grid structure's longitudinal vibration and bending vibration

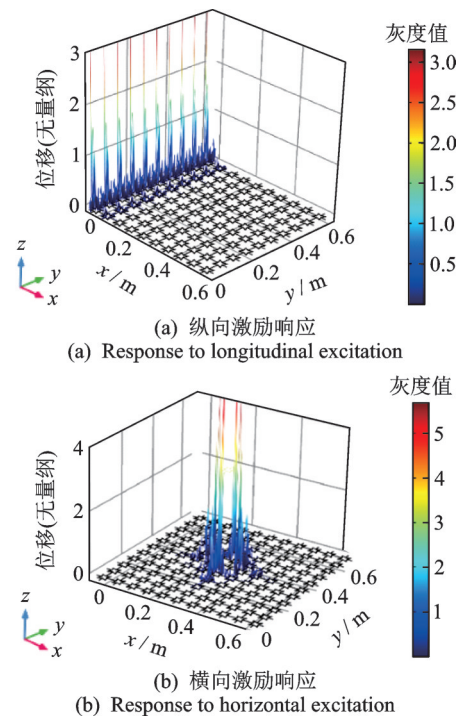


图 6 4 kHz 激励下星型格栅结构的位移响应

Fig.6 Displacement response of star-shaped grid structure under 4 kHz excitation

2 结构参数对带隙结构的影响

星型格栅结构作为一种负泊松比结构, 存在弹性波带隙, 其带隙范围将随着结构的几何与材料参数变化而发生变化。本节研究结构几何参数对带隙的影响规律以期在工程应用中的结构设计提供参考。几何参数包括内凹夹角 θ 、斜直梁长比 $\alpha = L_2/L_1$ 及长细比 $\beta = t_2/L_1$, 其中 α, β 为无量纲参数。

2.1 几何参数对结构弹性系数的影响

已有学者研究了负泊松比材料弹性模量与泊松比的数值变化^[18-19,25]。笔者基于 COMSOL 有限元软件, 在星型结构单胞中施加沿 x 轴正方向的轴向

拉力,记录此时结构的 x 方向轴向变形 Δx 与 y 方向的变形 Δy ,并由式(8)、式(9)计算得到单胞结构的等效弹性模量与等效泊松比,即

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{F/S}{\Delta/l} \quad (8)$$

$$\nu_{xy} = -\frac{\epsilon_x}{\epsilon_y} = -\frac{\Delta y/y}{\Delta x/x} \quad (9)$$

由于星型结构的对称性,有 $E_x = E_y = E$, $\nu_{xy} = \nu_{yx} = \nu$ 。图 7 为星型结构的等效弹性模量 $E^* = E/E_1$ 与等效泊松比 ν 随几何参数变化曲线。由图 7(a)可以看出:星型单胞的结构等效弹性模量

随夹角 θ 增大逐渐降低,而等效泊松比则逐渐上升;在其他几何参数确定的情况下,结构在 $50^\circ \leq \theta \leq 72^\circ$ 时具有负的等效泊松比,即此时的结构具有拉胀、同向曲率等特性。由图 7(b,c)可以看出:当角度为 70° 时,等效泊松比随斜直梁长比 α 的增大而增大,随长细比 β 的增大而减小,但均为负值,且在 $\alpha > 1.5$ 时增长变得缓慢;弹性模量的变化则相反。因此,相对于其他几何参数,夹角 θ 对等效泊松比的影响较大;弹性模量的增大或减小意味着星型格栅结构将会具有更高或更低的特征频率或带隙结构。

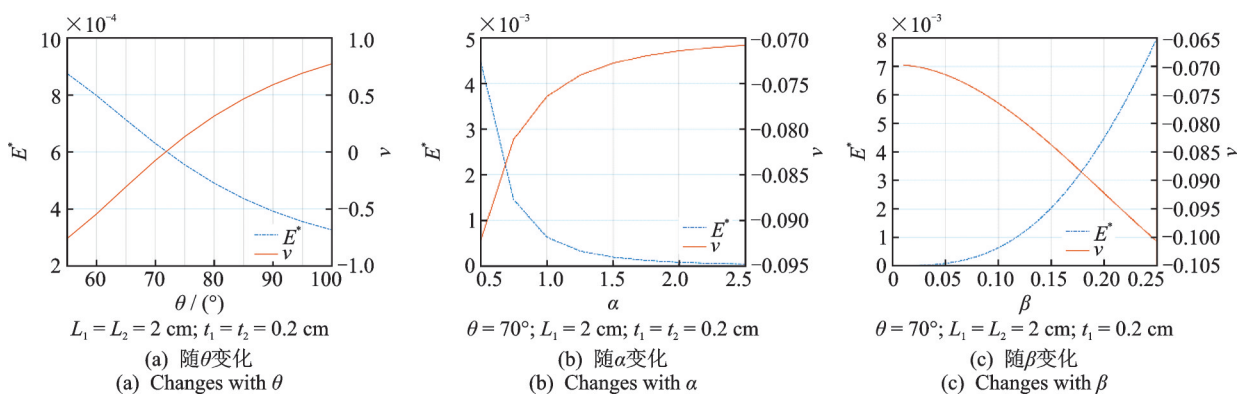


图 7 等效弹性模量和等效泊松比随几何参数变化曲线

Fig.7 Equivalent elastic modulus and equivalent Poisson's ratio curves vary with geometric parameters

2.2 几何参数对带隙结构的影响

星型格栅结构纵向振动带隙随几何参数的变化如图 8 所示。由 2.1 节的分析可知,结构的第 1~3 带隙,分别产生于能带结构色散曲线中的第 4 和第 5 阶、第 6 和第 7 阶、第 8 和第 9 阶之间。由图 8(a)可知:格栅结构面内纵向振动的第 1 带隙在 θ 为 55° 时出现,在 80° 时消失,且在 61° 时取得最大值为 1 185 Hz;在研究范围内,第 2 带隙仅在 $55^\circ \sim 57^\circ$,

$67^\circ \sim 94^\circ$ 时存在,且其带隙宽度相对较小,最大带宽在 55° 时取得,带宽大小为 986.3 Hz;第 3 带隙为宽大带隙,在所研究的角度范围内一直存在且相对稳定,相对稳定的带隙分布使星型格栅结构更具工程应用价值。 α, β 的变化对第 3 带隙中间频率及带隙宽度的变化有非常大的影响,这在图 8(b,c)中可以看出。带隙中心频率的变化与单胞结构等效弹性模量的变化有关,受结构参数的影响,当等效弹性模量增大(或减小)时,则带隙边界频率整体呈现增大(或

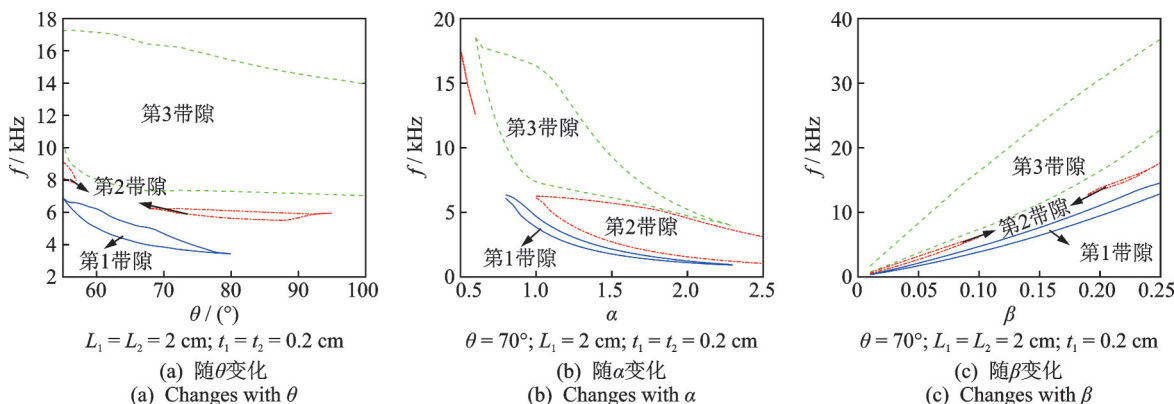


图 8 星型格栅结构纵向振动带隙随几何参数变化

Fig.8 Band gaps of star-shaped grid structure's longitudinal vibration vary with geometric parameters

减小)的变化趋势,在图 8(b)中,当 $\theta = 70^\circ$ 时,前 3 条带隙在 $1 \leq \alpha \leq 2.3$ 时全都存在,且带隙频率随 α 增大逐渐减小,这与星型结构单胞的等效弹性模量的减小有关。图 8(c)表明在研究范围内,星形结构单胞在不同梁长细比下,均有带隙出现,且带隙的位置随其增大而上升。

图 9 为不同角度时的能带结构对比图。其中:在 $\theta = 80^\circ$ 时,第 4 和第 5 阶色散曲线在 Brillouin 边界点 M 处相交形成简并态,同时第 1 带隙关闭;在 $\theta = 65^\circ$ 时,简并态打开,形成第 1 带隙区域。此简并态的形成和打开与结构的振动变形模式有关。图 10 为能带结构中 M 点处第 4 和第 5 阶特征频率处所对应的振动模式。

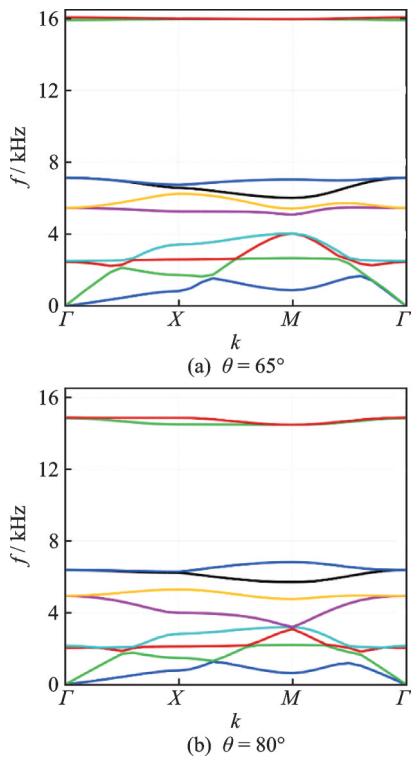


图 9 不同角度时能带结构对比图 ($L_1=L_2=2\text{ cm}$, $t_1=t_2=0.2\text{ cm}$)
 Fig.9 Band gaps comparison under the different degree ($L_1=L_2=2\text{ cm}$, $t_1=t_2=0.2\text{ cm}$)

由图 10(a,b)可以看出:在 $\theta = 65^\circ$ 时,结构的等效泊松比为负值,其第 4 阶振动模式以格栅面内各个梁的弯曲变形为主,而第 5 阶振动模式显示出负泊松比星型格栅单胞的拉胀特性,直梁向两端拉伸,斜直梁间夹角变大,整个星型格栅单胞向外扩大,以单胞结构的旋转共振模式为主;在 $\theta = 80^\circ$ 时,结构泊松比为正值,其第 4 阶、第 5 阶模态相同,均与 $\theta = 65^\circ$ 时第 4 阶模态相似,以各个梁的弯曲变形为主,

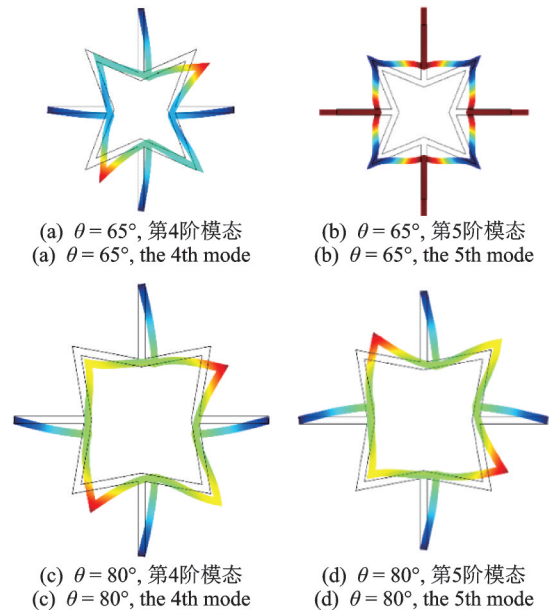


图 10 星型格栅结构单胞在 M 点处第 4 和第 5 阶振动模式
 Fig.10 The 4th and 5th vibration modes of the star-shaped grid structure's unit cell on the point M

同时表现出单胞向某个方向的整体弯曲变形。因此,星型格栅单胞振动模式的改变,主要是带隙边界频率处旋转共振模式的出现与消失,是导致第 1 带隙处简并态的打开与关闭的原因;而第 2、第 3 带隙上下边界频率处的振动变形均以梁在面内的弯曲变形为主。

星型格栅结构的弯曲振动带隙随几何参数的变化如图 11 所示。由图 11(a)可知:在所研究范围内,随着夹角 θ 的增大,弯曲振动带隙的第 1 带隙缓慢而稳定地下降,第 2 带隙在缓慢增长到 60° 后逐渐下降,并在 80° 后消失;第 3、4 带隙作为弯曲振动的宽大带隙,其中间频率位置在 60° 之前分别上升和下降,而后整体上均呈逐渐下降趋势,且第 3 带隙宽度在 65° 时达到最大值 906.1 Hz ,第 4 带隙在 60° 时达到最大值 944.7 Hz 。由图 11(b)可知,随着斜直梁长比 α 的增大,4 个禁带中间频率整体有明显下降,更易产生低频弯曲振动禁带。由图 11(c)可知:第 3、4 弯曲波带隙中间频率在长细比 $\beta < 0.05$ 时上升较快,而后保持较为稳定的增长;第 3 带隙宽度在 $\beta = 0.05$ 时达到最大值 $1\ 198\text{ Hz}$,之后带宽逐渐变小;第 4 带隙宽度经历了减小、增大再减小的波动,在 $\beta = 0.15$ 时宽度为 850 Hz ,而此时弯曲波前 4 个带隙均存在,且 4 个带隙总宽度最大,为 $1\ 857\text{ Hz}$,即在 $0\sim 3\ 500\text{ Hz}$ 间有约 53% 的频率区域存在带隙。图 12 为星型结构单胞的前 2 阶带隙边界处弯曲振动模式,可以发现,带隙下边界的振动模式以直梁的弯曲振动为

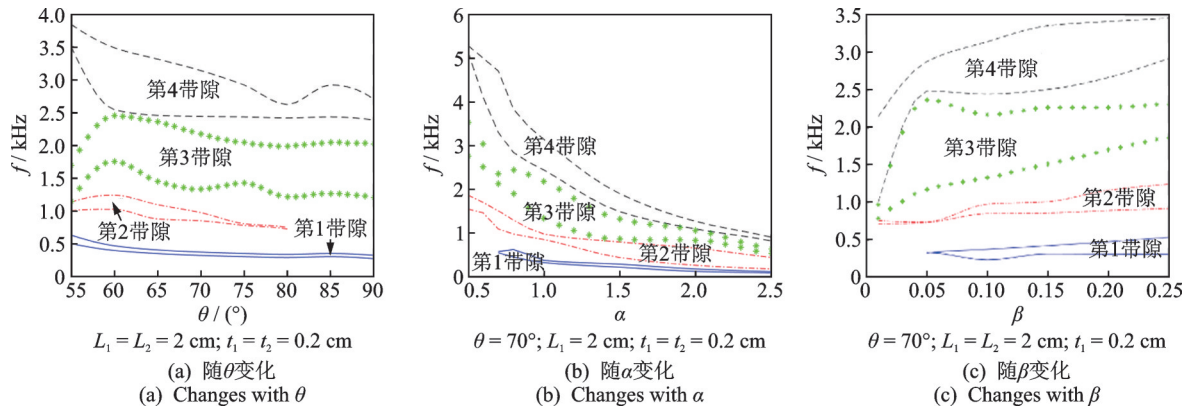


图 11 星型格栅结构弯曲振动带隙随几何参数变化

Fig.11 Band gaps of star-shaped grid structure's bending vibration vary with geometric parameters

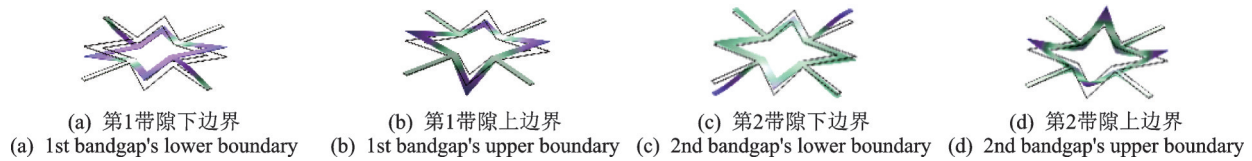


图 12 星型格栅结构单元的前 2 阶带隙边界处弯曲振动模式

Fig.12 The banding vibration modes of star-shaped grid structure's unit cell at first 2 bandgap's boundary

主,而带隙上边界的振动模式以斜梁的弯曲振动为主,其中图 12(d)的振动模式显示了负泊松比星型结构的同向曲率弯曲特性。

3 结束语

本研究对负泊松比星型格栅结构中弹性波传播的频率带隙问题进行了研究,分析了面内和面外 2 种振动模式下的色散关系。通过分析其面内纵向振动与面外弯曲振动的能带结构及振动传输特性,发现其具有丰富的禁带特性,在较低频率范围内有着稳定的宽大带隙。2 种模式的联合分析对比显示,星型格栅存在纵向振动波与弯曲振动波都难以传播的完全带隙,这意味着无论是面内的纵向激励还是面外的横向激励都将局限于激励端处,实现控制振动位置与减振降噪的作用。对此星型结构单元的等效弹性模量与等效泊松比随结构几何参数的变化趋势进行了分析,发现内凹夹角对泊松比影响最大,并且角度变化引起的单元旋转共振模式是面内纵向振动的最低带隙简并处的开关。同时研究了纵向振动与弯曲振动各带隙边界随几何参数变化的规律,为星型格栅结构在工程中的实际应用提供指导。

参 考 文 献

[1] KUSHWAHA M S, HALEVI P, DOBRZYNSKI L,

et al. Acoustic band structure of periodic elastic composites[J]. Physical Review Letters,1993, 71(13): 2022-2025.

[2] SIGALAS M M, ECONOMOU E N. Elastic and acoustic wave band structure[J]. Journal of Sound and Vibration, 1992, 158(2):377-382.

[3] 张研. 声子晶体的计算方法与带隙特性[M]. 北京: 科学出版社, 2015:1-15.

[4] 范华林,金丰年,方岱宁. 格栅结构力学性能研究进展[J]. 力学进展, 2008(1):35-52.

FAN Hualin, JIN Fengnian, FANG Daining. Structural mechanics of lattice grids[J]. Advances in Mechanics, 2008(1):35-52. (in Chinese)

[5] RUZZENE M, SCARPA F. Directional and band-gap behavior of periodic auxetic lattices[J]. Physica Status Solidi (b), 2005, 242(3):665-680.

[6] SPADONI A, RUZZENE M, GONELLA S, et al. Phononic properties of hexagonal chiral lattices[J]. Wave Motion, 2009, 46(7):435-450.

[7] MARTINSSON P G, MOVCHAN A B. Vibrations of lattice structures and phononic band gaps[J]. The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, 2003, 56(1):45-64.

[8] 王建伟. 周期格栅及其夹层结构弹性波传播特性研究[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2014.

[9] 温激鸿,郁殿龙,王刚,等. 薄板状周期栅格结构中弹性波传播特性研究[J]. 物理学报, 2007(4): 2298-2304.

WEN Jihong, YU Dianlong, WANG Gang, et al. The

- characteristics of wave propagation in laminated grid structure[J]. *Acta Physica Sinica*, 2007(4):2298-2304. (in Chinese)
- [10] 甄妮, 闫志忠, 汪越胜. 蜂窝材料的弹性波传播特性[J]. *力学学报*, 2008(6):769-775.
ZHEN Ni, YAN Zhizhong, WANG Yueheng. Elastic wave propagation in honeycomb materials[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2008(6):769-775. (in Chinese)
- [11] 邵瀚波, 陈国平, 何欢. 三维蜂窝状声子晶体的带隙优化研究[J]. *振动、测试与诊断*, 2019, 39(3):537-543.
SHAO Hanbo, CHEN Guoping, HE Huan. Optimized research on the band gaps of three dimensional honeycomb phononic crystal[J]. *Journal of vibration, Measurement & Diagnosis*, 2019, 39(3):537-543. (in Chinese)
- [12] PHANI A S, WOODHOUSE J, FLECK N A. Wave propagation in two-dimensional periodic lattices[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2006, 119(4):1995-2005.
- [13] 黄毓, 刘书田. 二维格栅材料带隙特性分析与设计[J]. *力学学报*, 2011, 43(2):316-329.
HUANG Yu, LIU Shutian. Analysis and design of two dimensional lattice materials with band-gap characteristics[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2011, 43(2):316-329. (in Chinese)
- [14] 王艳锋. 含共振单元声子晶体的带隙特性及设计[D]. 北京:北京交通大学, 2015.
- [15] LIU X N, HU G K, SUN C T, et al. Wave propagation characterization and design of two-dimensional elastic chiral metacomposite[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2011, 330(11):2536-2553. (in Chinese)
- [16] 杨智春, 邓庆田. 负泊松比材料与结构的力学性能研究及应用[J]. *力学进展*, 2011, 41(3):335-350.
YANG Zhichun, DENG Qingtian. Mechanical property and application of materials and structures with negative Poisson's ratio [J]. *Advances in Mechanics*, 2011, 41(3):335-350. (in Chinese)
- [17] LAKES R. Advances in negative Poisson's ratio materials[J]. *Advanced Materials*, 1993, 5(4):293-296.
- [18] THEOCARIS P S, STAVROULAKIS G E, PANAGIOTOPOULOS P D. Negative Poisson's ratios in composites with star-shaped inclusions: a numerical homogenization approach[J]. *Archive of Applied Mechanics*, 1997, 67(4):274-286.
- [19] GRIMA J N, GATT R, ALDERSON A, et al. On the potential of connected stars as auxetic systems[J]. *Molecular Simulation*, 2005, 31(13):925-935.
- [20] 负昊, 邓子辰, 朱志韦. 弹性波在星形节点周期结构蜂窝材料中的传播特性研究[J]. *应用数学和力学*, 2015, 36(8):814-820.
YUN Hao, DENG Zichen, ZHU Zhiwei. Bandgap properties of periodic 4-point star-shaped honeycomb materials with negative Poisson's ratios [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2015, 36(8):814-820. (in Chinese)
- [21] MENG J, DENG Z, ZHANG K, et al. Band gap analysis of star-shaped honeycombs with varied Poisson's ratio[J]. *Smart Materials and Structures*, 2015, 24(9):95011.
- [22] TANG H, CHOU W, CHEN L. Wave propagation in the polymer-filled star-shaped honeycomb periodic structure[J]. *Applied Physics A*, 2017, 123(8):227-234.
- [23] CHEN M, JIANG H, ZHANG H, et al. Design of an acoustic superlens using single-phase metamaterials with a star-shaped lattice structure [J]. *Scientific Reports*, 2018, 8(1):227-234.
- [24] CHEN M, XU W S, LIU Y, et al. Band gap and double-negative properties of a star-structured sonic metamaterial[J]. *Applied Acoustics*, 2018, 139:235-242.
- [25] AI L, GAO X L. An analytical model for star-shaped re-entrant lattice structures with the orthotropic symmetry and negative Poisson's ratios[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2018, 145:158-170.



第一作者简介:王杰,男,1995年8月生,硕士。主要研究方向为结构与机构设计、结构动力学分析。
E-mail:jierwang@nuaa.edu.cn

通信作者简介:何欢,男,1978年2月生,博士、教授、博士生导师。主要研究方向为复杂结构动力学分析、飞行器回收系统动力学。
E-mail:hehuan@nuaa.edu.cn