第 43 卷第 3 期
2023 年 6 月
振动、测试与诊断
Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis
Vol. 43 No. 3
Jun.2023

◀专家论坛▶

DOI:10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2023.03.001

机械臂与环境交互的位置/力切换抑制振动方法*

汤奇荣[1,2]， 王文瑞[1]， 张崇峰[3]， 邹怀武[2]， 钟 楼[1]， 李 宁[2]， 马晓龙[2]
（1.同济大学机械与能源工程学院 上海，201804）
（2.上海市空间飞行器机构重点实验室 上海，201108）
（3.中国航天科技集团有限公司空间结构与机构技术实验室 上海，201108）

摘要 当机械臂执行位置/力的混合跟踪任务时，位置控制一般用于机械臂的自由运动阶段，力控制一般用于约束运动阶段。这种位置/力切换的控制结构既能实现与环境接触前对机械臂位置的精确控制，也能保证接触后对期望控制力的准确跟踪。由于开关系统本身存在的切换不稳定性，机械臂在以一定的速度与环境接触时，机械臂执行器会在环境表面振动甚至弹跳。针对此问题，提出了一种半主动阻尼阻抗学习方法，该方法主要包含两部分：基于位置/力切换控制的半主动阻尼控制器；基于一种逆秩拟牛顿法（broyden fletcher goldfarb shanno，简称BFGS）的阻抗学习算法，根据学习到的环境参数调节半主动阻尼，实现机械臂在接触面的振动抑制和平稳过渡。在仿真及实验中，应用提出的方法让机械臂与不同环境交互，结果表明：该方法能很好地抑制接触过渡阶段的超调力，并防止机械臂在切换过程中的振动，实现了柔顺接触和平稳过渡。

关键词 位置/力混合跟踪；切换控制器；半主动阻尼；逆秩拟牛顿法；振动抑制
中图分类号 TU352.1

引 言

随着数字中国建设的推进，制造业逐步实现了向信息化和智能化的转型升级，机器人越来越广泛地应用在生产制造的各个领域[1]。因此，机器人需要与各种各样不同的环境进行交互，为保证机器人与环境之间的交互性能，多种控制框架被提出并应用在机器人的控制中，其中应用较为广泛的有阻抗控制[2]、导纳控制[3]和位置/力混合控制[4]。这些控制方法如果只应用于接触发生后的约束运动阶段都具有较好的稳定性和鲁棒性，若直接用于位置/力的混合跟踪任务则存在一定的局限性，因为其无法保证切换过程[5]的平稳过渡。当机械臂以一定的速度与环境接触时，会出现较大的超调力，过大的超调力不仅会使机器人在环境表面振动，甚至可能损坏机器人本体及接触面，这对于整个系统十分不利。

为了避免在接触面出现振动及过大超调力，可以采用以下方法：①让机械臂在即将与环境接触时提前减速，然后以趋近于0的速度接触[6]；②在机械臂末端添加柔性接触工具，实现机械臂与环境的柔顺接触[7]。其中：第1类方法存在响应速度慢、瞬态时间长的问题，并且不可用于非零接触速度的混合跟踪任务；第2种方法需要根据匹配特定的柔顺接触工具[8]，不具备普遍适用性。对此，位置/力切换控制器被提出并应用于混合跟踪任务，当机械臂与环境接触时控制器由位置控制模式转换为力控制，这类控制器的渐进稳定性可以使用多李雅普诺夫稳定性原理加以证明[9]。虽然这种切换控制器可以满足混合跟踪任务的需求，然而抑制机械臂在接触面的超调力和振动仍需要添加额外的阻尼。Li 等[10]在切换控制器的力控制阶段加入了可调的非线性阻尼，达到了消减振荡和抑制超调力的效果。Michel 等[11]提出了一种自适应阻抗控制体系结构来调整机械臂的阻尼和刚度，用于机器人与环境持续交互的接触任务，并确保稳定的接触行为。

笔者基于位置/力切换控制器设计了一种半主动阻尼阻抗学习算法，目的是在混合跟踪任务中与未知环境实现柔顺接触，并抑制可能发生在切换过

* 国家自然科学基金资助项目（61873192）；上海市“科技创新行动计划”生物医药科技支撑专项资助项目（21S31902800）；中央高校基本科研业务费-上海市产业协同资助项目（HCXBCY-2022-051）；上海市空间飞行器机构重点实验室资助项目（18DZ2272200）；中国航天科技集团有限公司空间结构与机构技术实验室资助项目（YY-F805202210015）
收稿日期：2023-02-01；修回日期：2023-04-10

程的振动。半主动阻尼控制器的阻尼系数是根据环境参数和机器人运动状态进行主动调节的，通过在不同运动状态及接触模型中有针对性地添加不同的阻尼，以保证接触的柔顺性和过渡的稳定性。为了准确获取接触模型的参数，设计了一种基于BFGS方法[12]的阻抗参数估计算法，通过传感器测量的力和位置的信息实时在线估计环境阻抗参数，并以此为依据调节控制器阻尼系数。

1 半主动阻尼控制器

1.1 半主动阻尼控制器设计

在机械臂的位置/力混合跟踪任务中，自由运动阶段通常要求机械臂末端跟踪期望轨迹 $\boldsymbol{x}_d \in R^3$；接触发生后，要求机械臂与环境之间保持一个期望的接触力 $F_d \in R^3$，来保证约束阶段期望的交互性能。因此，需要根据接触发生与否，在自由运动和约束运动阶段分别设计控制器，一般使用加速度控制器和力的比例控制器之间切换的位置/力切换控制器来实现这类混合跟踪任务[13]，即

$$\boldsymbol{f}_c = \begin{cases} M\ddot{x}_d(t) + \boldsymbol{k}_d\big(\dot{x}_d(t) - \dot{x}\big) + \boldsymbol{k}_p\big(\boldsymbol{x}_d(t) - \boldsymbol{x}\big) \\ \quad (\forall x < 0) \\ F_d(t) + \boldsymbol{k}_f\big(F_d(t) - F\big) - \boldsymbol{b}_f \dot{x} \\ \quad (\forall x \geqslant 0) \end{cases} \tag{1}$$

其中：$\boldsymbol{f}_c \in R^3$ 为作用在执行器上的驱动力；M 为机械臂的质量；$\ddot{x}_d(t)$，$\dot{x}_d(t)$ 和 $F_d(t) \in R^3$ 分别为 t 时刻期望的速度、加速度和力；$\boldsymbol{k}_d$，$\boldsymbol{k}_p$，$\boldsymbol{k}_f$ 和 $\boldsymbol{b}_f \in R^{3\times 3}$ 为切换控制器的控制参数，需要根据任务进行调节；$\boldsymbol{x}, \dot{\boldsymbol{x}} \in R^3$ 为执行器实际的位置和速度；$\boldsymbol{b} \in R^{3\times 3}$ 为执行器与机械臂之间的黏滞阻尼，一般设为0；$F \in R^3$ 为机械臂末端执行器与环境间的接触力。

单自由度机械臂与环境接触模型如图1所示，引入Kelvin-Voigt线性接触模型[14]，$\boldsymbol{F}$ 可以表示为

$$F = \begin{cases} 0 & (\forall x < 0) \\ \boldsymbol{k}_e \boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}_e \dot{\boldsymbol{x}} & (\forall x \geqslant 0) \end{cases} \tag{2}$$

其中：x 轴为笛卡尔空间垂直于接触面的坐标轴，即当 $x \geqslant 0$ 时就可以认为机械臂与环境发生了接触（假定接触面是一个光滑平面）；$\boldsymbol{k}_e = \mathrm{diag}\big(k_{e,x}, k_{e,y}, k_{e,z}\big)$ 和 $\boldsymbol{b}_e = \mathrm{diag}\big(b_{e,x}, b_{e,y}, b_{e,z}\big)$ 分别为环境的刚度和阻尼参数（假设各方向的刚度和阻尼没有耦合）；$k_{e,x}, k_{e,y}, k_{e,z}, b_{e,x}, b_{e,y}$ 和 $b_{e,z}$ 为笛卡尔空间各方向对应的刚度和阻尼系数。

这种闭环切换控制器不能防止机械臂在接触环境时的振荡甚至弹跳，除非在约束运动阶段添加较大的阻尼，然而大阻尼控制器却需要损耗较多的能量并且降低收敛速度。为此，笔者提出了一种半主动阻尼控制器，即

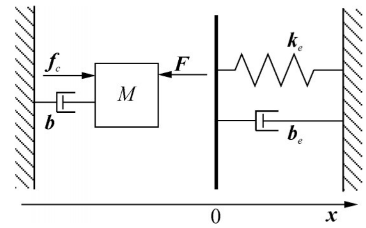


图1 单自由度机械臂与环境接触模型示意图

Fig.1 Schematic diagram of contact model between single degree of freedom manipulator and environment

$$\boldsymbol{f}_c = \begin{cases} M\ddot{x}_d(t) + \boldsymbol{k}_d\big(\dot{x}_d(t) - \dot{x}\big) + \boldsymbol{k}_p\big(\boldsymbol{x}_d(t) - \boldsymbol{x}\big) \\ \quad (\forall x < 0) \\ F_d(t) + \boldsymbol{k}_f\big(F_d(t) - F\big) - \boldsymbol{b}_{\mathrm{sem}} \dot{x} \\ \quad (\forall x \geqslant 0) \end{cases} \tag{3}$$

改进的切换控制器在力控制阶段添加了半主动阻尼，其主动调节模型如图2所示，其中半主动阻尼 $\boldsymbol{b}_{\mathrm{sem}} \in R^{3\times 3}$ 可以表示为

$$\boldsymbol{b}_{\mathrm{sem}} = \boldsymbol{b}_f + \boldsymbol{b}_a \tag{4}$$

其中：$\boldsymbol{b}_f = \mathrm{diag}(b_{f,x}, b_{f,y}, b_{f,z})$ 为固定阻尼系数；$\boldsymbol{b}_a = \mathrm{diag}(b_{a,x}, b_{a,x}, b_{a,z})$ 为根据机械臂状态及接触环境主动调节的可变阻尼系数。

任意一个方向的可调阻尼系数为

$$b_a = \min\Big[\lambda\big|x - x_{fd}\big|, b_a^{\max}\Big] \tag{5}$$

其中：b_a 和 x 分别为该方向的半主动阻尼和位置；λ 为比例系数；$b_a^{\max}$ 为可调阻尼系数的饱和值；x_{fd} 为达到期望接触力后机械臂末端执行器该方向的位置。

当接触力为期望值时，约束运动阶段机械臂末端执行器的动力学方程

$$k_e\big(x_{fd} - x_e\big) + b_e \dot{x}_{fd} = F_d \tag{6}$$

式(6)中变量均为3维空间任意方向的通用表示形式，仅考虑约束运动阶段恒力跟踪情况，当接触力稳定在期望值时，可以认为 $\dot{x}_{fd} = 0$，因此约束运动阶段期望的位置为 $x_{fd} = x_e + F_d / k_e$，其中：x_e 为接触点对应方向的位置；F_d 为对应方向的接触力；k_e 为对应方向的环境刚度。

根据所设计的半主动阻尼调节机制可以保证机械臂在与操作目标接触时有一个较大的阻尼，以达到抑制振动作用。在接近约束运动阶段的期望位置

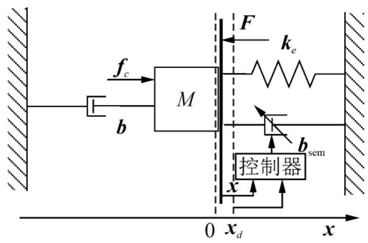


图 2　半主动阻尼主动调节模型示意图

Fig.2　Schematic diagram of semi-active damping active modulation model

x_{fd}时，阻尼会逐渐减小从而节约能量。在图 2 中把对阻尼的半主动调节体现在了环境中，其实际目的就是通过在控制器中调节阻尼，从而在环境中模拟一种半主动阻尼的效果。

1.2　半主动阻尼控制器稳定性分析

当忽略机械臂在 3 维空间各个方向的位置/力跟踪过程中的耦合效果时，各个方向控制器的稳定性证明过程是一致的。使用多李雅普诺夫稳定性定理对提出的半主动阻尼控制器稳定性进行证明，在自由运动阶段选取李雅普诺夫函数 V_P 为

$$V_P=\frac{1}{2}m\Delta\dot{x}^2+\frac{1}{2}k_p\Delta x^2 \tag{7}$$

其中：Δx 和 $\Delta\dot{x}$ 分别为被控方向的位置和速度偏差；k_p为对应的比例增益系数。

这里 V_P 是正定的，对其求导可以得到

$$\dot{V}_p=-k_d\Delta\dot{x}^2 \tag{8}$$

其中：$k_d>0$ 为对应的微分增益系数。

$\dot{V}_p$ 是严格负定的，所以自由运动阶段控制系统满足李雅普诺夫稳定性条件。

约束运动阶段，令李雅普诺夫稳定性函数 V_f 为

$$\begin{aligned}V_f=&\frac{1}{2}m\dot{x}^2+m\Delta x\dot{x}+\frac{1}{2}\left(k_f+1\right)\Delta x^2+\\&\frac{1}{2}b_{sem}\Delta x^2+k_f\Delta F\Delta x+\frac{1}{2}k_f\Delta x^2=\\&\frac{1}{4}m\dot{x}^2+\frac{1}{4}m(\dot{x}+2\Delta x)^2+\\&\frac{1}{2}\underbrace{\boldsymbol{\omega}}_{1\times 2}\underbrace{\begin{bmatrix}\left(k_f+1\right)+b_{sem}-2m & k_f\\ k_f & k_f\end{bmatrix}}_{2\times 2}\underbrace{\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}}_{2\times 1}\end{aligned} \tag{9}$$

其中：k_f 为约束运动阶段对应方向的比例增益系数；b_{sem} 为对应方向的半主动阻尼系数；ΔF 为对应方向的力偏差；$\boldsymbol{\omega}=[\Delta x\quad \Delta F]$为位置偏差和力偏差组成的向量。

只有当满足式(10)时，V_f 才是严格正定的

$$1+b_{sem}-2m>0 \tag{10}$$

将式(4)和式(5)代入(10)中，可得

$$1+b_f+\min\left[\lambda\left|x-x_{fd}\right|,b_a^{\max}\right]-2m>0 \tag{11}$$

考虑 $\min\left[\lambda\left|x-x_{fd}\right|,b_a^{\max}\right]$ 可能趋近于 0 的情况，所以需要保证 $1+b_f-2m>0$，V_f 才是正定的。对 V_f 求导可以得到

$$\dot{V}_f=(m-b_{sem})\dot{x}^2-\Delta x^2 \tag{12}$$

其中：当 $m-b_{sem}\leqslant 0$ 即 $m<b_f$，$\dot{V}_f$ 才会是负定的，控制系统在约束运动阶段才稳定。

对于切换控制器，以上过程仅仅证明在没有控制模式切换情况下系统是稳定的，但无法保证系统整体的稳定性。因此，可以假设控制器模式切换发生在状态空间，即

$$S_{p,f}=S_{k(k=2i+1)}=\left\{(x,\dot{x})\in R^2:x=x_e\text{ 和 }\dot{x}\geqslant 0\right\}\ (i=0,1,\cdots) \tag{13}$$

$$S_{f,p}=S_{k(k=2i)}=\left\{(x,\dot{x})\in R^2:x=x_e\text{ 和 }\dot{x}<0\right\}\ (i=0,1,\cdots) \tag{14}$$

其中：$S_{p,f}$，$S_{f,p}$ 分别表示从位置控制切换到力控制以及从力控制切换到位置控制；k 为切换的总次数；x_e 为接触点各坐标轴的位置。

因为接触面是垂直于 x 轴的平面，所以可以认为当末端执行器在 $x=0$ 位置时，发生控制模式切换。

当 $k=2i$ 时

$$\begin{aligned}V_P-V_f=&\frac{1}{2}k_px_{fd}^2+mx_{fd}\dot{x}_{fd}-\\&\left(\frac{1}{2}\left(k_f+1\right)x_{fd}^2+\frac{1}{2}\left(b_f+\lambda x_{fd}\right)x_{fd}^2\right)-\\&\left(k_fk_ex_{fd}^2+\frac{1}{2}k_fk_e^2x_{fd}^2\right)\leqslant\frac{1}{2}k_px_{fd}^2-\\&\left(\frac{1}{2}\left(k_f+1\right)x_{fd}^2+\frac{1}{2}\left(b_f+\lambda x_{fd}\right)x_{fd}^2\right)-\\&\left(k_fk_ex_{fd}^2+\frac{1}{2}k_fk_e^2x_{fd}^2\right)=\\&\frac{1}{2}\left(k_p-\left(k_f+1\right)-\left(b_f+\lambda x_{fd}\right)-\right.\\&\left.2k_fk_e-k_fk_e^2\right)x_{fd}^2\end{aligned} \tag{15}$$

当 $k_p<\left(k_f+1\right)+\left(b_f+\lambda x_{fd}\right)+2k_fk_e+k_fk_e^2$ 时，控制器在 $S_{f,p}$ 由力控制模式切换到位置控制，$V_P-V_f\leqslant 0$ 成立。

当 $\dot{V}_p$ 和 $\dot{V}_f$ 为负定时，V_P 和 V_f 均为非递增函数，易得

$$V_P\left(x\left(t_{k(k=2i)}\right)\right) \geqslant V_P\left(x\left(t_{k(k=2i+1)}\right)\right) \tag{16}$$

$$V_f\left(x\left(t_{k(k=2i+1)}\right)\right) \geqslant V_f\left(x\left(t_{k(k=2i+2)}\right)\right) \tag{17}$$

由此可得

$$\left|\dot{x}\left(t_{k(k=2i)}\right)\right| \geqslant \left|\dot{x}\left(t_{k(k=2i+1)}\right)\right| \geqslant \left|\dot{x}\left(t_{k(k=2i+2)}\right)\right| \tag{18}$$

由式(19)可知,每次切换到自由运动时,机械臂末端的速度都是逐渐减小的,所以

$$V_P\left(x\left(t_{k(k=2i)}\right)\right) \geqslant V_P\left(x\left(t_{k(k=2i+2)}\right)\right) \tag{19}$$

根据李雅普诺夫函数的关系,可以得出李雅普诺夫函数序列如图3所示。由图可知,当开关系统的机械臂脱离接触面时,能量函数 $V\left(x\left(t_{k(k=2i)}\right)\right)$ 会明显减小,因此当切换次数有限时,最后一次切换会将系统带入约束运动控制。同时,系统能量整体是逐渐递减的,因此当满足系统稳定性条件时,根据开关系统稳定性原理[15-16],所设计的半主动阻尼控制器是渐进稳定的。

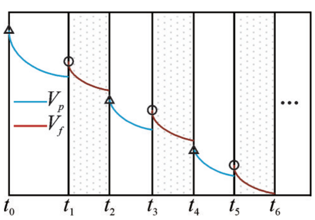


图3　李雅普诺夫函数序列

Fig.3　Sequence of candidate Lyapunov functions

2　基于BFGS方法的阻抗估计算法

半主动阻尼控制器的关键就是根据环境参数和机械臂状态实现对附加阻尼的主动调节,虽然机械臂的运动状态可以通过传感器测量信息获取,但是接触模型的阻抗参数是不可以直接通过测量获得的,因此需要设计阻抗估计算法实现对接触模型参数的估计。环境参数估计算法是基于BFGS方法设计的,BFGS方法是一种拟牛顿法,可以通过更新海森逆矩阵,而不需要通过大量运算求解逆矩阵。

阻抗模型的主要作用是描述接触模型的动力学,对阻抗学习的评价指标就是其是否能准确表述接触动力学模型,因此定义阻抗估计算法的评价函数 J 为

$$J=\left(F-\tilde{k}_e(x-x_e)-\tilde{b}_e\dot{x}\right)^2 \tag{20}$$

其中:F 为机械臂末端执行器与环境的接触力,通过力传感器测量得到;$\tilde{k}_e$ 和 $\tilde{b}_e$ 为当前环境参数的估计值;x 和 $\dot{x}$ 分别为机械臂的位置和速度,通过位置传感器测量得到。

这里认为各方向的环境阻抗参数不存在耦合效应,令 $\boldsymbol{s}=\left[\tilde{k}_e \quad \tilde{b}_e\right]$,则式(21)可以写为

$$J=(F-\boldsymbol{s}\begin{bmatrix} x-x_e \\ \dot{x}\end{bmatrix})^2 \tag{21}$$

将式(22)做关于 $\boldsymbol{s}_{k+1}$ 的泰勒展开,得到

$$J(\boldsymbol{s})=J(\boldsymbol{s}_{k+1})+\nabla J(\boldsymbol{s}_{k+1})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{s}_k-\boldsymbol{s}_{k+1})+\frac{1}{2}(\boldsymbol{s}_k-\boldsymbol{s}_{k+1})\nabla^2 J(\boldsymbol{s}_{k+1})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{s}_k-\boldsymbol{s}_{k+1})^{\mathrm{T}} \tag{22}$$

其中

$$\nabla J(\boldsymbol{s}_{k+1})=\begin{bmatrix}\partial J/\partial\tilde{k}_e \\ \partial J/\partial\tilde{b}_e\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2(x_{k+1}-x_e)(F-\tilde{k}_e(x_{k+1}-x_e)-\tilde{b}_e\dot{x}_{k+1}) \\ -2\dot{x}_{k+1}(F-\tilde{k}_e(x_{k+1}-x_e)-\tilde{b}_e\dot{x}_{k+1})\end{bmatrix} \tag{23}$$

$$\nabla^2 J(\boldsymbol{s}_{k+1})=\begin{bmatrix}\partial^2 J/\partial\tilde{k}_e^2 & \partial^2 J/\partial\tilde{k}_e\partial\tilde{b}_e \\ \partial^2 J/\partial\tilde{k}_e\partial\tilde{b}_e & \partial^2 J/\partial\tilde{b}_e^2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2(x_{k+1}-x_e)^2 & -2(x_{k+1}-x_e)\dot{x}_{k+1} \\ -2(x_{k+1}-x_e)\dot{x}_{k+1} & -2\dot{x}_{k+1}^2\end{bmatrix} \tag{24}$$

令 $\boldsymbol{s}_{k+1}=\boldsymbol{s}_k$,式(23)的梯度为

$$\nabla J(\boldsymbol{s}_{k+1})-\nabla J(\boldsymbol{s}_k)=\nabla^2 J(\boldsymbol{s}_{k+1})(\boldsymbol{s}_{k+1}-\boldsymbol{s}_k) \tag{25}$$

令 $J(\boldsymbol{s}_k)=0$,则

$$\boldsymbol{s}_{k+1}=\boldsymbol{s}_k+(\nabla^2 J(\boldsymbol{s}_{k+1}))^{-1}J(\boldsymbol{s}_{k+1}) \tag{26}$$

其中:$\nabla^2 J(\boldsymbol{s}_{k+1})$ 为Hessian矩阵,记为 $\boldsymbol{H}$,可以根据传感器测量的数据迭代更新。

在实际应用过程中,末端执行器的速度会出现为0的情况,这就导致 $\boldsymbol{H}$ 不可逆,因此引入BFGS算法来进行迭代求解。

在BFGS算法中,可以将式(26)改写为

$$\boldsymbol{y}_k=\boldsymbol{H}_{k+1}\boldsymbol{z}_k \tag{27}$$

其中:$\boldsymbol{y}_k=\nabla J(\boldsymbol{s}_{k+1})-\nabla J(\boldsymbol{s}_k)$;$\boldsymbol{z}_k=\boldsymbol{s}_{k+1}-\boldsymbol{s}_k$。

BFGS算法的核心就是构造 $\boldsymbol{H}$ 的近似矩阵,令

$$\boldsymbol{B}_k\approx\boldsymbol{H}_k \tag{28}$$

$\boldsymbol{B}_k$ 的更新律为

$$\boldsymbol{B}_{k+1}=\boldsymbol{B}_k+\Delta\boldsymbol{B}_k \tag{29}$$

式(29)中 $\boldsymbol{B}_k$ 的迭代初值为 $\boldsymbol{B}_0=\boldsymbol{I}$,$\Delta\boldsymbol{B}_k$ 的更新公式为

$$\Delta\boldsymbol{B}_k=\frac{\boldsymbol{y}_k\boldsymbol{y}_k^{\mathrm{T}}}{\boldsymbol{y}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_k}-\frac{\boldsymbol{B}_k\boldsymbol{z}_k\boldsymbol{z}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_k}{\boldsymbol{z}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_k\boldsymbol{z}_k} \tag{30}$$

由BFGS算法迭代更新的 $\boldsymbol{s}_{k+1}$ 可以表示为

$$\boldsymbol{s}_{k+1}=\boldsymbol{s}_k+\gamma_k\boldsymbol{d}_k \tag{31}$$

其中:$\boldsymbol{d}_k=-(\boldsymbol{B}_k)^{-1}\nabla J(\boldsymbol{s}_k)$ 为更新的梯度方向。

通过Sherman-Morrison公式[17],可得 $(\boldsymbol{B}_k)^{-1}$ 的更新公式为

$$(\boldsymbol{B}_{k+1})^{-1}=(\boldsymbol{B}_k)^{-1}+\left(\frac{1}{\boldsymbol{z}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}_k}+\frac{\boldsymbol{y}_k^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{B}_k)^{-1}\boldsymbol{y}_k}{(\boldsymbol{z}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}_k)^2}\right)\boldsymbol{z}_k\boldsymbol{z}_k^{\mathrm{T}}-\frac{1}{\boldsymbol{z}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}_k}\left((\boldsymbol{B}_k)^{-1}\boldsymbol{y}_k\boldsymbol{z}_k^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{z}_k\boldsymbol{y}_k^{\mathrm{T}}\right)(\boldsymbol{B}_k)^{-1} \quad (32)$$

式(31)中 $\gamma_k>0$ 是一个尺度因子，满足 Wolfe 条件[18]，即

$$J\left(\boldsymbol{s}_k+\gamma_k\boldsymbol{d}_k\right)\leqslant J(\boldsymbol{s}_k)+\delta_1\gamma_k\boldsymbol{d}_k^{\mathrm{T}}\nabla J(\boldsymbol{s}_k) \quad (33)$$

$$\boldsymbol{d}_k^{\mathrm{T}}\nabla J(\boldsymbol{s}_k)\left(\boldsymbol{s}_k+\gamma_k\boldsymbol{d}_k\right)\geqslant\delta_2\boldsymbol{d}_k^{\mathrm{T}}\nabla J(\boldsymbol{s}_k) \quad (34)$$

其中：δ_1 和 δ_2 满足 $0<\delta_1\leqslant\delta_2<1$。

当评价函数 J 为凸函数，且满足非线性搜索的 Wolfe 条件时，基于 BFGS 的环境阻抗估计算法则全局收敛[19-20]。

3　仿真及实验结果分析

3.1　仿真结果分析

为了证明笔者提出的半主动阻尼阻抗学习算法，在 Matlab/Simulink 环境下让机械臂执行位置/力的混合跟踪任务，并与不同的环境交互。这里假设环境位置是已知的，机械臂运动到该位置与环境发生接触后便转换到力控制模式。在与环境发生接触后，通过 BFGS 阻抗学习算法，根据传感器信息及时更新环境参数用以调节半主动阻尼控制器的参数，来保证控制器的性能。

在机械臂与高刚度环境交互的仿真中，环境参数设置为：$\boldsymbol{k}_e=\mathrm{diag}(10\,000,\ 20\,000,\ 50\,000)$ N/m；$\boldsymbol{b}_e=\mathrm{diag}(10,\ 10,\ 20)$ (N·s)/m；$\boldsymbol{x}_e=[0,\ 0,\ 0]$ m。控制器参数设为：$m=1$；$\boldsymbol{k}_p=\mathrm{diag}(5\,000,\ 3\,000,\ 2\,000)$；$\boldsymbol{k}_d=\mathrm{diag}(100,\ 50,\ 50)$；$\boldsymbol{k}_f=\mathrm{diag}(100,\ 50,\ 200)$；$\boldsymbol{b}_f=\boldsymbol{I}$；$\boldsymbol{\lambda}=\mathrm{diag}(20\,000,\ 10\,000,\ 50\,000)$。阻抗学习参数为：$\boldsymbol{s}_0=[1\,000\quad 0]$；$\delta_1=0.1$；$\delta_2=0.5$。其中，$m$ 为机械臂的被控质量，也可以认为是末端执行器的质量，通过控制输入的驱动力使其完成混合跟踪任务。混合跟踪任务为：在自由运动阶段跟踪期望轨迹 $\boldsymbol{x}_d=[x_d\ y_d\ z_d]=[0.05t^2-0.05\quad 0.01t_2-0.01\quad 0.02t-0.02]$；约束运动阶段期望的接触力为 $\boldsymbol{F}_d=[F_{d,x}\ F_{d,y}\ F_{d,z}]=[10\ 20\ 50]$ N。在整个混合跟踪任务中，当机械臂与环境发生接触时，基于 BFGS 的阻抗学习算法根据测量数据实时估计环境的阻抗参数。设 ε 为一个极小的常数，当 $\nabla J(\boldsymbol{s}_k)\leqslant\varepsilon$ 时，算法收敛而停止迭代学习的过程。高刚度环境阻抗参数学习结果如图 4 所示，可以看出，所获得的刚度参数基本与设定的环境参数一致，所获得的阻尼系数偏差最大的为 z 方向。

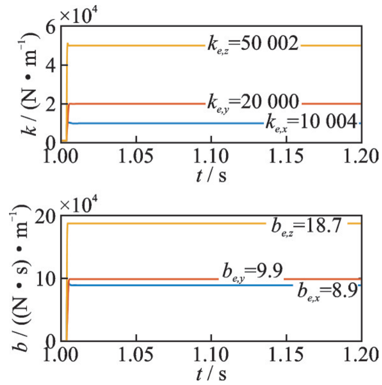
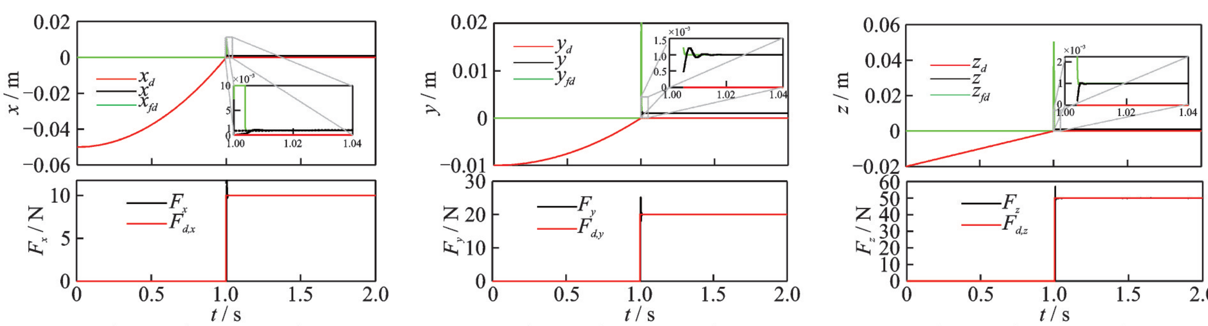


图 4　高刚度环境阻抗参数学习结果

Fig.4　The results of environment impedance learning

最大误差为 1.3 (N·s)/m，该误差在允许范围内，而且控制器参数的调整主要根据刚度系数，所以阻尼偏差不会影响整体控制器性能。与高刚度环境交互的位置/力混合跟踪结果如图 5 所示。应用获得的环境参数矫正半主动阻尼，需要先根据学习到的参数计算 x_{fd}，y_{fd} 和 z_{fd}（图 5 中的绿色曲线），然后根据机械臂的位置调整阻尼，抑制超调力保证与环



(a) x轴位置/力混合跟踪结果　(b) y轴位置/力混合跟踪结果　(c) z轴位置/力混合跟踪结果

(a) x-axis position/force hybrid tracking results　(b) y-axis position/force hybrid tracking results　(c) z-axis position/force hybrid tracking results

图 5　与高刚度环境交互的位置/力混合跟踪结果

Fig.5　Hybrid position/force tracking results interacting with high stiffness environments

境间的交互性能，可以得到位置/力的跟踪曲线（图 5 中的黑色曲线），位置和力在 3 个坐标轴方向均能很好地跟踪期望的轨迹和力（图 5 中的红色曲线），整个过程中没有发生振动和弹跳，证明了所提出方法的有效性。

在机械臂与低刚度环境交互过程中，环境参数设置为：$\boldsymbol{k}_e=\mathrm{diag}(500,\ 200,\ 100)\,\mathrm{N/m}$；$\boldsymbol{b}_e=\mathrm{diag}(10,\ 10,\ 20)\,(\mathrm{N{\cdot}s})/\mathrm{m}$；$\boldsymbol{x}_e=[0,\ 0,\ 0]\,\mathrm{m}$。除 $\boldsymbol{k}_f$ 和 $\boldsymbol{s}_0$ 之外，控制器和阻抗学习算法参数与高刚度环境一致，这里令 $\boldsymbol{k}_f=\mathrm{diag}(1\,000,\ 500,\ 2\,000)$，$\boldsymbol{s}_0=[1\,000\quad 0]$。同时，混合跟踪任务中期望接触力设置为：$F_d=[F_{d,x}\ F_{d,y}\ F_{d,z}]=[5\ 1\ 2]\,\mathrm{N}$。通过 BFGS 阻抗学习算法获得的低刚度环境阻抗参数学习结果如图 6 所示，其中 $k_{e,x}$ 和 $k_{e,y}$ 大约在 1.1 s 后收敛，$k_{e,z}$ 的迭代初值与实际值一致，所以没有迭代更新的过程，这些学习到的参数可以被用来调整与低刚度环境交互的控制器参数。相比于高刚度环境，低刚度环境因为参数选择的问题，环境参数收敛速度较慢，但半主动阻尼控制器仍然可以保证对期望力具有很好的跟踪效果。整个混合跟踪过程中，力和位置同样没有发生振荡，如图 7 所示，证明在与低刚度环境交互时，半主动阻尼阻抗学习算法也有较好的效果。

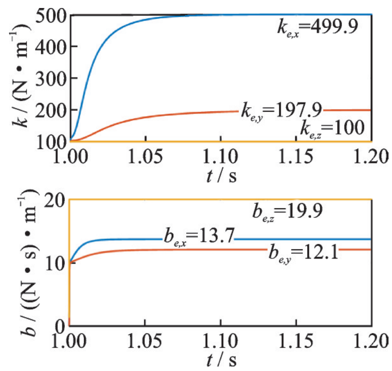
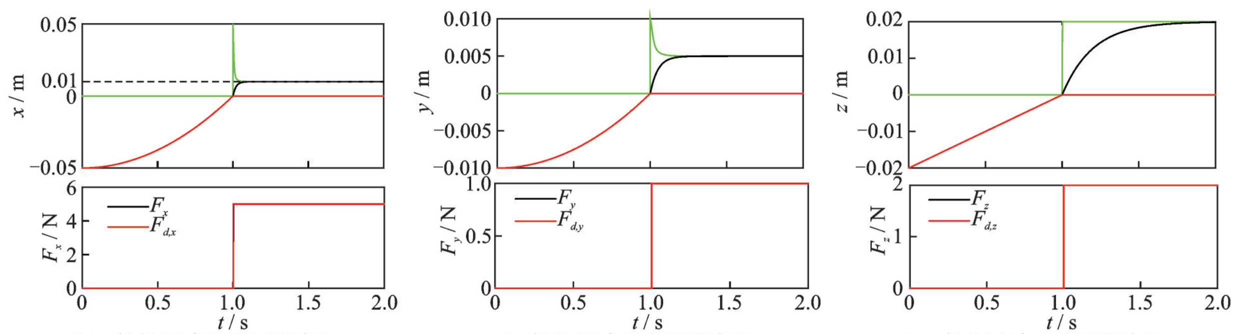


图 6　低刚度环境阻抗参数学习结果

Fig.6　The results of environment impedance learning



(a) x轴位置/力混合跟踪结果　(b) y轴位置/力混合跟踪结果　(c) z轴位置/力混合跟踪结果

(a) x-axis position/force hybrid tracking results (b) y-axis position/force hybrid tracking results (c) z-axis position/force hybrid tracking results

图 7　与低刚度环境交互的位置/力混合跟踪结果

Fig.7　Hybrid position/force tracking results interacting with low stiffness environments

为了进一步验证提出方法的优越性，设计了 1 组对比仿真实验。仿真中只做了单方向位置力混合跟踪，以高刚度环境的 z 轴方向为例，不同交互算法位置与力跟踪结果对比分别如图 8，9 所示。可以看到在混合跟踪任务中，自适应阻抗和非线性阻尼 2 种算法的跟踪结果经放大后，在切换阶段无论是位置还是力都存在较明显的振荡过程，而这种切换不稳定性引起的震荡在本研究设计的半主动阻尼控制器中得到了明显的抑制。

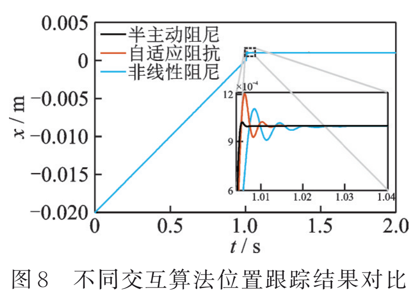


图 8　不同交互算法位置跟踪结果对比

Fig.8　Comparison of position tracking results of different interactive algorithms

3.2　实验结果分析

在实验中，使用 UR10 机器人进行混合跟踪任务的实验，UR10 机器人的末端安装 6 维力传感器用以测量与环境间的相互作用力。力传感器的采样周期和控制步长都设为 0.01 s。应用半主动阻尼阻抗学习算法，让 UR10 机器人与 2 种不同刚度的环境进行交互，以验证算法在实际应用中的超调力和振荡抑制能力。

分别让 UR10 机器人与气球和铝板进行交互，图 10 为位置/力混合跟踪实验设置。在实验中，单方向的混合跟踪任务为：自由运动阶段做垂直接触面方向的匀速直线运动，速度为 0.03 m/s；约束运动

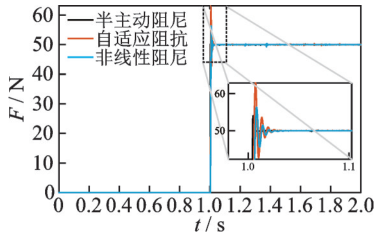


图 9　不同交互算法力跟踪结果对比

Fig.9　Comparison of force tracking results of different interactive algorithms

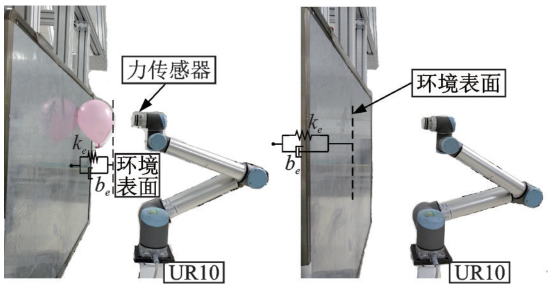


图 10　位置/力混合跟踪实验设置

Fig.10　Hybrid position/force tracking experimental set-up

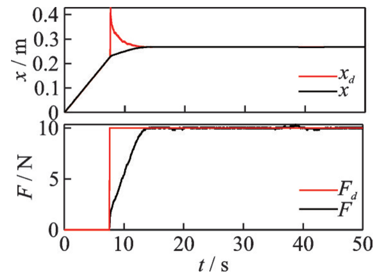


图 11　与气球交互的混合跟踪实验

Fig.11　Hybrid tracking experiment interacting with a balloon

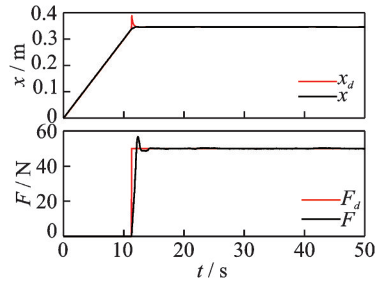


图 12　与铝板交互的混合跟踪实验

Fig.12　Hybrid tracking experiment interacting with an aluminum plate

阶段要求机械臂与气球和铝板保持期望的接触力，与气球间的期望接触力为 10 N，与铝板为 50 N。这里设机器人的末端初始位置为 0，应用激光测距仪测得接触点的相对位置。应用 BFGS 阻抗估计算法获取环境的阻抗参数，然后用以迭代 x_{fd}，并根据机器人的实际运动状态调整阻尼系数，从而让 UR10 机器人实现在混合跟踪任务中与这 2 种环境平稳接触。与气球和铝板交互的混合跟踪实验分别如图 11，12 所示，其中：红色曲线表示期望的轨迹和力，力控制阶段将 x_{fd} 当作期望的轨迹 x_d，自由运动阶段将期望的力设为 0 N；黑色曲线表示 UR10 机械臂实际的末端位置和力。实际实验无法直接得到机器人与环境的接触模型参数，因此也无法从数值上验证参数的准确性，然而因为控制器的参数是根据估计的阻抗参数调节的，所以控制器的控制效果可以间接验证阻抗参数估计的准确性。通过图 11，12 中对期望的位置以及力跟踪的效果可以看出，所设计的半主动阻尼阻抗学习算法应用在实际混合跟踪任务中同样有效，不仅可以较好地跟踪期望轨迹和力，并且在切换阶段也没有出现明显的振荡。

仿真和实验中，应用提出的半主动阻尼阻抗学习算法与不同的环境进行接触都获得了很好的交互性能，证明了所提出方法对不同环境具有很好的适应性。该方法保证了整个混合跟踪运动的顺利完成，并且抑制了位置跟踪到力跟踪这 2 种模式之间切换可能出现的振荡。

4　结束语

针对位置/力混合跟踪任务在切换过程中可能出现的不稳定过渡问题，基于位置/力切换控制器设计了一种半主动阻尼阻抗学习算法。该方法通过估计环境的阻抗参数来调整控制器的系数，以保证在约束运动阶段机器人与环境的接触力不出现明显的超调，从而实现平稳过渡。通过仿真和实验证明了所提方法对于刚度为 100～50 000 N/m 的环境都可以获得较好的位置/力跟踪效果。相比于其他调整阻尼和阻抗的方法，本研究设计的方法在混合跟踪任务中可以将超调力减小 50% 以上，使过渡更加平滑，不会出现明显的位置和力的振荡，这对保护机器人本体和脆弱接触面具有十分重要的作用，对于实际工程实践也有相当的应用价值和前景。

参　考　文　献

[1]　孙立宁，许辉，王振华，等. 工业机器人智能化应用关键共性技术综述[J]. 振动、测试与诊断，2021，41(2)：211-219.

SUN Lining, XU Hui, WANG Zhenhua, et al. Review on key common technologies for intelligent applications of industrial robots[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2021, 41(2): 211-219.(in Chinese)

[2]　HOGAN N. Impedance control: an approach to manipulation[C]//1984 American Control Conference.

San Diego, CA, USA:IEEE, 1984.

[3] OTT C, MUKHERJEE R, NAKAMURA Y. A hybrid system framework for unified impedance and admittance control[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2015, 78(3):359-375.

[4] AHMADI B, XIE W F, ZAKERI E. Robust cascade Vision/Force control of industrial robots utilizing continuous integral sliding-mode control method [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2021, 27(1):524-536.

[5] SHENG Z, SUN Z, MOLAZADEH V, et al. Switched control of an N-degree-of-freedom input delayed wearable robotic system[J]. Automatica, 2021, 125:109455.

[6] IZADBAKHSH A, KHORASHADIZADEH S, GHANDALI S. Robust adaptive impedance control of robot manipulators using Szász-Mirakyan operator as universal approximator [J]. ISA Transactions, 2020, 106:1-11.

[7] HECK D, SACCON A, VAN de WOUW N, et al. Guaranteeing stable tracking of hybrid position-force trajectories for a robot manipulator interacting with a stiff environment[J]. Automatica, 2016, 63:235-247.

[8] MOHAMMAD A E K, HONG J, WANG D. Design of a force-controlled end-effector with low-inertia effect for robotic polishing using macro-mini robot approach [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2018, 49:54-65.

[9] KOLATHAYA S, AMES A D. Parameter to state stability of control Lyapunov functions for hybrid system models of robots[J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2017, 25:174-191.

[10] LI J, JING X, LI Z, et al. Fuzzy adaptive control for nonlinear suspension systems based on a bioinspired reference model with deliberately designed nonlinear damping[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 66(11):8713-8723.

[11] MICHEL Y, RAHAL R, PACCHIEROTTI C, et al. Bilateral teleoperation with adaptive impedance control for contact tasks [J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2021, 6(3):5429-5436.

[12] LIU D C, NOCEDAL J. On the limited memory BFGS method for large scale optimization[J]. Mathematical Programming, 1989, 45(1):503-528.

[13] SPONG M W, HUTCHINSON S, VIDYASAGAR M. Robot modeling and control[M]. NJ, USA: John Wiley & Sons, 2020:313-317.

[14] LI Y, GE S S. Impedance learning for robots interacting with unknown environments[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2013, 22(4):1422-1432.

[15] BRANICKY M S. Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1998, 43(4):475-482.

[16] NIU B, LIU Y, ZHOU W, et al. Multiple Lyapunov functions for adaptive neural tracking control of switched nonlinear nonlower-triangular systems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 50(5): 1877-1886.

[17] ANDREI N. An adaptive scaled BFGS method for unconstrained optimization[J]. Numerical Algorithms, 2018, 77(2):413-432.

[18] LOSHCHILOV I, GLASMACHERS T, BEYER H G. Large scale black-box optimization by limited-memory matrix adaptation[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2018, 23(2):353-358.

[19] DAI Y H. Convergence properties of the BFGS algoritm [J]. SIAM Journal on Optimization, 2002, 13(3):693-701.

[20] LI D H, FUKUSHIMA M. A modified BFGS method and its global convergence in nonconvex minimization [J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2001, 129(1/2):15-35.

第一作者简介:汤奇荣,男,1982年9月生,教授、博士生导师。现任同济大学中德学院副院长、中德博士生院院长、中德学部副主任(兼)、同济大学校务委员、同济大学机器人技术与多体系统实验室主任及智能无人装备团队负责人。主要研究方向为机器人与人工智能,包括集群智能与群体机器人技术、空间仿生集群智能及其行为学习、空间机器人抑振、集群灵巧抓取与操控等。讲授《机器人设计理论与技术》、《机械传动与伺服系统设计》、《机器人技术与人工智能关键基础》(全英文)、《机器人机构分析与综合》等课程。近年来负责国家和省部级各级机器人和人工智能相关项目50余项,获上海市科技进步二等奖1项(排名第一)。国家重大人才计划项目获得者、国家海外高层次人才、上海市浦江学者;某专项副总师、首席科学家、某专业组专家;中国自动化学会机器人智能专委、中国指控学会虚拟现实与人机交互专委会副主任、中国机器人年会组委、上海市机械工程学会制造技术与装备专委会副主任、特种重载机器人安徽省重点实验室学术委员。

E-mail:qirong.tang@outlook.com