DOI:10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2023.03.015

齿轮磨损和接触疲劳竞争失效可靠性模型^{*}

吕 吴¹, 姜雨良¹, 金雄程¹, 张义民²
 (1.东北大学机械工程与自动化学院 沈阳,110819)
 (2.沈阳化工大学装备可靠性研究所 沈阳,110000)

摘要 为了计算齿轮可靠度,针对磨损失效和疲劳失效2种常见的失效方式,分别建立了失效概率模型,在此基础 上计算出可靠度,并考虑了服从泊松过程的冲击对磨损和接触应力的作用。磨损采用累积磨损的形式,建立了磨 损-磨损阈值干涉模型。接触疲劳失效考虑随机强度退化,建立了动态强度-应力干涉模型。以某矿用挖掘机提升 减速器中的齿轮为研究对象进行可靠性分析,对模型和方法进行验证,得到了考虑冲击作用的2种失效模式竞争的 齿轮可靠度计算结果,分析了不同冲击参数下可靠度值。结果表明,模型对于估计寿命、材料选取等工程问题有一 定的参考价值。

关键词 零件可靠性;磨损失效;疲劳失效;干涉模型 中图分类号 TH132.41

引 言

齿轮传动在工业设备中有着广泛的应用,齿轮存在多个失效模式:接触疲劳、表面磨损及过载断齿等,需要对齿轮可靠性进行正确评估。有研究者通过建立干涉模型来预测齿轮的可靠度,通过处理2个具有相同量纲的随机变量的干涉来分析可靠性^[1],例如强度-应力干涉(stress-strength interference,简称SSI)模型中,当强度大于应力时,齿轮即为正常工作^[2]。干涉模型以其形式简单、计算方便及预测准确的特点而被广泛使用。

许多研究者通过分析实际条件,基于SSI模型 建立了合适的可靠度分析模型^[38]。传统的SSI模型 没有反映随机载荷作用次数对可靠度的影响,不能 计算载荷作用次数任意次时的可靠度。冯海生等^[9] 研究了不同工况冲击下的啮合力变化,发现存在很 大的冲击时会影响可靠性。文献[10-13]考虑了 2个相互关联的失效过程:①由连续的退化和冲击 过程引起的突然退化破坏共同引起的较失效;②由 服从同一冲击过程的突然应力引起的硬失效,假设 冲击会造成突然的退化。文献[12,14]提出了退 化-阈值-冲击(degradation-threshold-shock,简称 DTS)模型。文献[15-16]基于DTS模型对存在冲 击的系统进行建模。DTS等模型均是以电子器件 等产品为对象,相比于此,齿轮的工作环境更加复杂,齿轮的内部变化更加难以预测。

关于齿轮磨损的计算,冯伟等^[17]根据能量损耗 建立了齿轮磨损与振动的模型和计算方法,认为磨 损与振动高度相关。李小彭等^[18]基于分形理论建立 了接触式机械的磨损模型,研究了微观形貌与磨损 的关系,并得到了磨损率的计算方法。Shen等^[19]运 用 Archard 齿轮磨损方程计算齿面磨损深度,从理 论上推导了考虑齿面磨损的修正啮合刚度的解析表 达式。Brandāo等^[20]通过微孔实验中的表面磨损验 证了 Archard 模型的可靠性。顾冰芳^[21]提出了一种 用精度法确定齿轮磨损寿命的方法,这对于许用磨 损量的确定有所帮助。

笔者提出基于条件概率和分段处理的 SSI模型,以及基于固体磨损理论和赫兹接触理论推导出的磨损量来建立磨损-磨损阈值干涉模型,磨损阈值 通过精度法^[21]来确定。这是2种常见的齿轮失效模式,通过2种模型得出的结果相乘来预测齿轮实际的可靠度,计算结果的准确性将通过蒙特卡洛法来进行验证。

1 模型假设

为了简化描述实际复杂的工作状态,本研究关

^{*} 国家自然科学基金资助项目(51605083);中央高校基本科研业务费资助项目(N2203007);国家留学基金委访问学者 资助项目(201906085037) 收稿日期:2020-12-10;修回日期:2021-03-14

于模型的假设如下:

 1) 假设工作载荷产生的应力 S₀(t)和强度退化 Q(t)均为与时间有关的表达式,式中存在的参数是 服从某一随机过程的随机变量,且在统计上独立;

2)冲击在一定时间间隔内的作用次数服从强度为 $\lambda(t)$ 的泊松过程,每次冲击产生的应力幅度 S_i (*i*=1,2,····)服从均值为 μ_s 、方差为 σ_s 的正态分布, 冲击主要由外负载波动产生;

3) 假设冲击每次对齿轮造成的磨损相同,为一 常数,且每次造成的磨损均不可逆。

2 分段强度-应力干涉模型

2.1 应力模型

对于一个给定工作状态的齿轮,假设应力S(t) 服从一个统计随机过程,则应力实际等于工作载荷 产生的应力与冲击造成的应力之和。在时间为t 时,其表示为

$$S(t) = \begin{cases} S_0 & (i=0) \\ S_0 + S_i & (i=1,2,\cdots) \end{cases}$$
(1)

其中:*S*(*t*)为工作载荷和冲击共同造成的应力变化; *S*₀为初始应力;*S*_i为第*i*次冲击引起的应力;*i*为冲击 作用次数的具体值。

2.2 冲击作用分段模型

干涉模型的定义为:当应力小于强度时,齿轮视 为有效。在传统的干涉模型中,齿轮的可靠度计算 公式^[2]为

$$p_r(t) = P(Q > S) = \int_0^\infty F_s(q) f_Q(q) dq = \int_0^\infty (1 - F_Q(s)) f_S(s) ds$$
(2)

其中: $F_s(s)$ 和 $f_s(s)$ 分别为应力S的累积分布函数和 概率密度函数; $F_q(q)$ 和 $f_q(q)$ 分别为强度Q的累积 分布函数和概率密度函数。

考虑到冲击的作用过程是一个离散的过程,笔者 提出一种采用分段处理的计算方法。分段是基于冲击 作用服从泊松分布,因为泊松分布计数过程具有平稳 独立增量,其有如下特点:如果一个计数过程服从泊松 分布,那么任一时间段,计数过程仍服从泊松过程。

计算 T时刻的可靠度 $p_r(T)$,将 T平均拆分为 K 段,每一段的时间间隔为 Δt ,三者的关系为

$$K = T/\Delta t \tag{3}$$

因为强度和应力均会随时间发生变化,为了使

结果更精确,所以需要保证每一时间段内发生的次数在0,1,2之间。根据泊松分布的性质,当泊松强度在0.6左右时,发生次数会集中在0,1,2之中,其他发生次数的概率会很低,因此需要使 $\lambda(t)\Delta t$ 的值保持在0.6左右,以此来确定 Δt 的取值。

在△t时间段内,根据条件概率,得到可靠度计 算公式为

$$p_r = \sum_{i=0}^{\infty} \left(P\left(Q(t) > S(t) \middle| N(t) = i \right) P(N(t) = i) \right)$$

$$\tag{4}$$

其中:Q(t)为强度;S(t)为应力值;t为这个冲击作用的时间;N(t)为冲击的作用次数随时间的函数。

N(t)服从泊松分布,表示为

$$P(N=i) = \frac{(\lambda \Delta t)^{i}}{i!} e^{-\lambda \Delta t}$$
(5)

如果 T时刻齿轮仍未失效,则每一个时间段都 要未失效。假设每一段的可靠度相互独立,所以 T 时刻可靠度为每一小段的可靠度相乘,即 $p_r(T)=$

$$\prod_{k=1}^{K} \left(\sum_{i=0}^{\infty} (P(Q(t) > S(t) | N = i) P(N = i)) \right) \quad (6)$$

在第k段时间间隔内,时间t的表达式为

$$t = k\Delta t \tag{7}$$

3 磨损-磨损阈值干涉模型

3.1 磨损阈值模型

磨损一般由磨损量来量化表示,有些研究用磨损体积表示,本研究采用磨损深度来表示磨损量。

齿轮表面的磨损量会影响齿轮的精度,当齿轮的精度不符合要求时,会造成振动、噪声及传动误差等不良影响。顾冰芳^[21]提出了一种以精度法确定 磨损寿命的方法,笔者用规定的精度来确定干涉模型中的磨损阈值,即

$$[h] = r_b \Delta \theta \tag{8}$$

其中: [h]为磨损阈值; r_b 为齿轮的分度圆半径; $\Delta \theta$ 为精度。

这里的精度并不是工件生产要求中的公差概 念,而是一种确定失效磨损阈值的方法。

3.2 持续磨损情况

目前对磨损量的计算并不统一,一般是根据需 求而采用不同的方法。笔者采用文献[21]中根据 固体磨损理论和赫兹接触理论推导出的磨损量算 式,该磨损量为接触面法向线磨损量,和齿面法向载 荷有直接关系。根据齿轮接触力学模型得出齿面法 向线磨损量^[21]为

$$h = I_n Snt \tag{9}$$

其中:h为法向线磨损量;I_n为齿轮的磨损特性系数, 其和齿面硬度、材料以及环境条件等因素有关,由实 验确定;n为转速;t为时间;S为滑动摩擦距离。

结合赫兹理论求得S的表达式为

$$S = 2\mu \sqrt{\frac{4F_n}{\pi B} \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \left(\frac{1 - \gamma_1^2}{E_1} + \frac{1 - \gamma_2^2}{E_2}\right)} (10)$$

其中:B为轮齿宽度; ρ_1 , ρ_2 分别为齿轮啮合点的曲率 半径; E_1 , E_2 分别为两齿轮的弹性模量; γ_1 , γ_2 分别为 两齿轮的泊松比; μ 为啮合处的滑动系数; F_n 为齿面 法向载荷。

除了法向载荷,其他变量都和齿轮的尺寸或者 材料有关,因此可将其视为常量。法向载荷为

$$F_n = \frac{2\,000T}{d\cos\alpha} X \tag{11}$$

其中:*T*为齿轮收到的扭矩;*d*为分度圆直径;α为压 力角;*X*为载荷分配系数,由实验得出。

笔者暂不考虑显著磨损对于X的影响。可以看出,齿轮确定后,除了扭矩T,其他值均可视为常数。

结合式(9)~(11),将磨损量h简化为

$$h = K\sqrt{T} t \tag{12}$$

其中:t为时间;K为齿轮系数。

K的表达式为

$$K = 2I_n n\mu \sqrt{\frac{4}{\pi B} \frac{2\,000X}{d\cos\alpha} \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \left(\frac{1 - \gamma_1^2}{E_1} + \frac{1 - \gamma_2^2}{E_2}\right)}$$
(13)

将法向线磨损视为持续磨损 W(t),最后得到 W(t)为

$$W(t) = h = K\sqrt{T} t \tag{14}$$

3.3 冲击磨损

冲击造成的磨损由于其作用时间短、速度快的特点,磨损量不能采用式(12)和式(14)来计算。假设每次冲击的作用时间和冲击效果相同,则每次冲击造成的磨损量也相同,第i次冲击造成的磨损量为

m用来体现对冲击磨损的重视情况,m的值取 得越大,说明冲击造成的磨损越大,齿轮表面对冲击 越不耐磨。 冲击的作用次数随时间的函数用N(t)来表示, 假设N(t)服从泊松过程,则

$$P[N(t) = i] = \frac{(\lambda t)^{i} \exp(-\lambda t)}{i!} \quad (i = 0, 1, \dots) \quad (16)$$

其中:λ为泊松过程的强度。

冲击磨损*D*(*t*)是每次冲击的累积效果,在冲击 作用次数具体值为*i*时,则

$$D(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} Z_i = mN(t) \quad (i = 1, 2, \dots) \quad (17)$$

3.4 可靠度计算方法

齿轮的失效用累积磨损和磨损阈值的干涉来确定,当累计磨损小于磨损阈值时,齿轮视为有效,可 靠度 *p_c*(*t*)为

$$p_r(t) = P(W(t) + D(t) < [h])$$
(18)

其中:W(t)为持续存在的磨损;D(t)为冲击造成的 累积磨损;t为时间。

结合式(8),(14),(17)及(18),根据条件概率, 得到可靠度的计算公式为

$$p_{r}(t) = \sum_{i=0}^{\infty} (P(W(t) + mN(t) < [h])|N(t) = i)P(N(t) = i)) = \sum_{i=0}^{\infty} (K\sqrt{T} t + mi < r_{h}\Delta\theta)|N(t) = i)P(N(t) = i))$$
(19)

其中:T为扭矩大小;K为齿轮系数;m为每次冲击 造成的磨损量; r_i 为齿轮的分度圆半径; $\Delta \theta$ 为精度。

4 多失效模式作用下齿轮系统的动态 可靠度

如果考虑齿轮多个失效模式,则有如下定义: ①齿轮在任意模式下发生失效,则齿轮失效;②齿轮 在所有模式下均未失效,则齿轮视为正常工作。假 设每个失效模式相互独立时,考虑多个失效模式下 的可靠度计算应该为每个失效模式下的可靠度相 乘。考虑 k个失效模式下的齿轮可靠度为

$$p_r = \prod_{i=1}^k p_{ri} \tag{20}$$

其中:pri为某一失效模式下的可靠度。

5 实 例

为验证模型有效,采用如图1所示的矿用挖掘 机提升机构齿轮减速器^[5]为例,挖掘机在露天矿场 中进行作业,长时间的工作会造成齿轮表面的磨



损。采用累计磨损-磨损阈值模型来研究最后输出 件的可靠性,即大齿轮3的可靠性。

小齿轮3材料选用45钢,调质处理;大齿轮3材料也选用45钢,正火处理。不同的材料及其热处理 主要影响模型中计算法向磨损量用的磨损特性系数 *I*_n和计算接触应力用的弹性系数*C*_p,这2个参数的数 值一般通过实验或查阅资料确定。齿轮减速器的部 分参数^[5]如表1所示。

为了参数的合理性,对部分参数做了一定的修正。

5.1 齿轮分段强度-应力干涉模型

根据文献[5],齿轮表面的赫兹接触应力为

$$\sigma_{H} = C_{P} \sqrt{\frac{4T_{\rm in} d_{g1} d_{g2} (d_{g3} + d_{p3})}{b_{3} d_{p1} d_{p2} d_{p3} d_{g3}^{2} \sin \alpha \cos \alpha}} K_{v} K_{o} K_{m} \quad (21)$$

对式(21)采用蒙特卡洛仿真得到10000个样本,进行正态拟合,计算得到接触应力的均值和标准

表1 齿轮减速器部分参数 Tab.1 Partial parameters of gear reducer

名称	符号	均值	标准差	分布类型
分度圆压力角/(°)	α	20	0	_
驱动力矩/(N•m)	T_{in}	2 160	21.6	正态
大齿轮3齿宽/mm	b_3	300	3.0	正态
弹性系数/(MPa) ^{1/2}	C_p	189.8	1.898	正态
大齿轮1直径/mm	d_{g1}	500	5.0	正态
大齿轮2直径/mm	d_{g^2}	660	6.6	正态
大齿轮3直径/mm	d_{g^3}	850	8.5	正态
小齿轮1直径/mm	d_{p1}	300	3.0	正态
小齿轮2直径/mm	d_{p2}	220	2.2	正态
小齿轮3直径/mm	d_{p3}	300	3.0	正态
速度系数	K_v	2.0	0	—
过载系数	K_{o}	1.0	0	—
装配系数	K_m	1.6	0	—

差分别为526.8和42.5 MPa。

假设:①齿轮强度 $Q(t) = \varphi_0(1-0.000\ 25\ t)$,其 中 $\varphi_0 \sim N(800, 20^2)^{[5]}$;②冲击载荷作用在啮合齿面的 工作过程服从强度为 $\lambda = 0.3\ h^{-1}$ 的泊松过程且齿面 处的应力变化幅值服从均值为100 MPa、标准差为 20 MPa的正态分布。为考虑工作状态不确定性,连 续的工作载荷 $S_0(t) = C(1+0.000\ 1t)$,其中C服从均 值为526.3 MPa、标准差为42.5 MPa的正态分布^[5]。

根据式(1)和式(5)~(7),Δt取值为2。得到可 靠度计算公式为

$$p_{r}(T) = \prod_{k=1}^{T/\Delta t} \left(\sum_{i=0}^{\infty} (P(Q(t) > S(t)|N=i)P(N=i)) \right) = \prod_{k=1}^{T/\Delta t} (P(Q(t) > S_{0}(t)|N=0)P(N=0) + \sum_{i=0}^{\infty} (P(Q(t) > S_{0}(t) + S_{j}|N=i)P(N=i))) = \prod_{k=1}^{T/2} (\phi(\frac{800(1-0.000\ 25)-526.3(1+0.000\ 1t)}{\sqrt{400(1-0.000\ 25)^{2}+42.5^{2}(1+0.000\ 1t)^{2}}}) \times e^{-0.6} + \sum_{i=0}^{\infty} (\phi(\frac{800(1-0.000\ 25)-526.3(1+0.000\ 1t)-100}{\sqrt{400(1-0.000\ 25t)^{2}+42.5^{2}(1+0.000\ 1t)^{2}+20^{2}}}) \frac{0.6^{i}}{i!} e^{-0.6}))$$
(22)

用本研究提到的方法与采用蒙特卡洛方法得到 的结果进行比较,强度应力干涉模型可靠度曲线如 图2所示,其中可靠度为无量纲。由图可知,笔者所 提方法计算得到的可靠度与采用蒙特卡洛方法得到 的结果相近,精度可接受,所以所提方法可应用于考 虑齿轮疲劳失效的工程问题中。

对于不同的泊松强度λ,可靠度曲线见图3。

可以看出,可靠度曲线的形状和尺度会随着泊 松强度的不同而发生变化。随着泊松强度λ的增 加,单位时间内到达的冲击数增加,可靠度下降的时 刻提前。当泊松强度取0.3与2时,可靠度曲线相差 较大,产品的寿命相差也较大。泊松强度越大,可靠 度下降越快,符合实际情况。

5.2 磨损-磨损阈值干涉模型

采用相同的环境参数,用式(14)求持续累积磨损,文献[13]计算磨损量时,利用有量纲磨损系数乘 以滑动距离和接触应力来计算,该系数大小为1.35× 10⁻⁹mm²/N,求出的磨损量数量级别在10⁻⁵,单位 为mm,微齿轮的齿顶圆半径为40mm。在本次模拟 计算中,齿轮的分度圆直径为850mm,为保证磨损量 数量级合适,假设系数K为1×10⁻⁶,持续磨损W(t)为

$$W(t) = K \sqrt{T_{\rm in}} t \tag{23}$$

采用蒙特卡洛仿真得到 $K\sqrt{T_{in}}$ 的1000000个 样本值,然后进行正态拟合,计算 $K\sqrt{T_m}$ 的均值和 标准差分别为 4.648×10⁻⁵mm/h 和 2.325× $10^{-7} \, \text{mm/h}_{\odot}$

对于服从泊松过程的冲击作用,假设其强度 $\lambda = 0.3 \text{ h}^{-1}$,且冲击造成的磨损大小为 0.05 mm。取 精度为0.01,代入式(8)中得到许用磨损量为

$$[h] = r_b \Delta \theta = \frac{d_{g3}}{2} \Delta \theta = 4.25 \text{ mm} \qquad (24)$$

1.0

0.8

密 0.6

端 〒 0.4

0.2

0

100

结合式(17)和式(19),得到可靠度的计算公



Poisson strengths 由图4可见,本研究方法得到的结果和蒙特卡 洛法得到的结果非常相近,验证了模型预测的准确 性,因此本模型可运用于需要考虑齿轮表面磨损的 可靠度问题。在实际应用时,如果考虑冲击造成的 磨损量是随机的,则在此模型的基础上,再增加考虑

5.3 2个失效模式竞争失效的可靠度

磨损和阈值的干涉情况即可。

在第4节中分析了多个失效模式下可靠度的计 算公式,在本次实例计算中,2个失效模式视为相互 独立。根据式(20),考虑2个失效模式下齿轮可靠 度为2种模型得到的结果相乘,即

$$p_r(t) = p_{r1}(t) p_{r2}(t)$$
(26)

其中: $p_{r1}(t)$ 为强度-应力干涉模型得到的可靠度; $p_{r2}(t)$ 为累积磨损-磨损阈值干涉模型得到的可靠度。

2个失效模式竞争失效的齿轮系统可靠度曲线见 图 5。由图可知:与疲劳失效相比,考虑2个失效模式 的可靠度最后一段时间内,下降速率更快;与磨损失 效相比,齿轮工作开始的一段时间内可靠度下降速率 更快。考虑2种失效的竞争关系之后可靠度曲线下降 明显,这是由于失效模式由原来的单一模式变为多失 效模式后增加了产品的失效概率。所以,不同失效模 式的可靠度曲线形状和尺度可能不同,在计算可靠度 时要考虑多个主要的失效模式。

式为

300

200

t/h

$$p_{r}(t) = \sum_{i=0}^{\infty} (P(W(t) + mi < [h])|N(t) = i) = \sum_{i=0}^{\infty} (\phi(\frac{4.25 - 4.648 \times 10^{-5}t - 0.005i}{2.325 \times 10^{-7}}) \times \frac{(0.3t)^{i} \exp(-0.3t)}{i!})$$
(25)

利用计算机辅助分析,将累积磨损-磨损阈值模 型得到的结果和蒙特卡洛方法得到的结果进行比 较,磨损干涉模型可靠度曲线如图4所示。





200

t/h

300

400 500

100

0

结 论 6

1) 对于齿轮的疲劳失效和磨损失效分别提出了 动态干涉模型来计算可靠度,模型准确性高且计算方 便,并利用蒙特卡洛算法对减速机齿轮实例进行验 算。结果表明,所提出的计算模型可用于冲击服从泊 松过程的齿轮可靠度计算及寿命预测工程问题。

2) 在数学上解决了机械零件中的多失效模式 下的可靠性建模,同时考虑2种主要失效能够在一 定程度上避免齿轮可靠度被高估的情况。应用本模 型来估计可靠度,对于齿轮的优化和维护以及材料 的选取有一定的参考价值,减少其在寿命周期之内 530

由于可靠度低造成的损失。

3)冲击对于可靠度影响显著,冲击的频率和幅 值越大,可靠度下降越快。考虑冲击的磨损失效模 型中,磨损失效的发生使得可靠度较快下降,实际中 的磨损可能由于拉应力会加快扩展,因此应该尽量 延缓磨损的发生。

4)在未来的工作中,可以考虑多个相互联系的 失效模式,例如在本研究模型的基础上,可以考虑磨 损量对于强度退化的影响,以及显著磨损对于参数 变化的影响。

参考文献

- [1] 谢里阳.机械可靠性理论、方法及模型中若干问题评述[J].机械工程学报,2014,50(14):27-35.
 XIE Liyang. Issues and commentary on mechanical reliability theories, methods and models[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(14):27-35. (in Chinese)
- [2] ZHENG B, HUANG H Z, GUO W, et al. Fault diagnosis method based on supervised particle swarm optimization classification algorithm [J]. Intelligent Data Analysis, 2018, 22(1):191-210.
- [3] 周娜,张义民,吕春梅.非正态分布参数的蜗杆传动可靠性 灵敏度设计[J].振动、测试与诊断,2012,32(supp1):98-102.
 ZHOU Na, ZHANG Yimin, LÜ Chunmei. Parametric sensitivity in reliability analysis of worm-drive[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012, 32(supp1):98-102. (in Chinese)
- [4] YE H, CHEN Q H. Stress-strength structural reliability model with a stochastic strength aging deterioration process[J]. Journal of Donghua University, 2014, 31: 847-849.
- [5] 张小强.随机与认知不确定性下机械系统可靠性分析 与优化设计方法研究[D].成都:电子科技大学,2018.
- [6] 高鹏,谢里阳.考虑强度退化的零件及系统可靠性分析[J].机械工程学报,2010,46(24):162-167.
 GAO Peng, XIE Liyang. Reliability analysis of components and system considering degradation of strength
 [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(24): 162-167. (in Chinese)
- KLUTKE G, YANG Y. The availability of inspected systems subject to shocks and graceful degradation [J].
 IEEE Transactions on Reliability, 2002, 51:371-374.
- [8] SUO B. Dynamic time series reliability analysis for longlife mechanic parts with stress-strength correlated interference model[J]. International Journal of Performability Engineering, 2019, 15(1):56-65.
- [9] 冯海生,王黎钦,郑德志,等.考虑变工况冲击的齿轮动态 啮合力分析[J].振动、测试与诊断,2015,35(2):212-217. FENG Haisheng, WANG Liqin, ZHENG Dezhi, et al. Analysis of gear dynamic meshing force considering variable condition impact[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2015, 35 (2):212-217. (in Chinese)
- [10] PENG H, FENG Q M, COIT D. Reliability and maintenance modeling for systems subject to multiple depen-

dent competing failure processes [J]. IIE Transactions, 2010, 43(1):12-22.

- [11] LI W J, HOANG P. Reliability modeling of multi-state degraded systems with multi-competing failures and random shocks[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2005, 54:297-303.
- [12] CABALLÉ N, CASTRO I, PÉREZ C, et al. A condition-based maintenance of a dependent degradationthreshold-shock model in a system with multiple degradation processes[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2015, 134:98-109.
- [13] JIANG L, FENG Q M, COIT D. Reliability and maintenance modeling for dependent competing failure processes with shifting failure thresholds [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2012, 61:932-948.
- [14] LEHMANN A. Joint modeling of degradation and failure time data[J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 2009, 139:1693-1706.
- [15] LEMOINE A, WENOCUR M. On failure modeling[J]. Naval Research Logistics Quarterly, 1985, 32:497-508.
- [16] LIN Y H, LI Y F, ENRICO Z. Integrating random shocks into multi-state physics models of degradation processes for component reliability assessment[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2015, 64:154-166.
- [17] 冯伟,谢小鹏,刘粲. 基于能量损耗的齿轮磨损与振动相 关性建模[J].振动、测试与诊断, 2010, 30(4):458-461. FENG Wei, XIE Xiaopeng, LIU Can. Modeling of correlation between wear and vibration of gears based on energy consumption[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(4):458-461. (in Chinese)
- [18] 李小彭,杨泽敏,潘五九,等.接触式机械密封端面的分形 磨损模型[J].振动、测试与诊断,2020,40(5):841-846.
 LI Xiaopeng, YANG Zemin, PAN Wujiu, et al. Fractal wear model of contact mechanical seal[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2020,40(5): 841-846. (in Chinese)
- [19] SHEN Z X, QIAO B J, YANG L H, et al. Evaluating the influence of tooth surface wear on TVMS of planetary gear set[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 136:206-223.
- [20] BRANDÃO J, MARTINS R, SEABRA J, et al. Calculation of gear tooth flank surface wear during an FZG micropitting test[J]. Wear, 2014, 311(1/2):31-39.
- [21] 顾冰芳.用精度法确定圆柱齿轮传动的磨损寿命[J]. 机械工程师,1998,3:29-30.
 GU Bingfang. The precision method to determine the wear life of cylindrical gear transmission[J]. Mechanical Engineer, 1998, 3:29-30. (in Chinese)



第一作者简介: 吕昊, 男, 1982年7月生, 博士、副教授。主要研究方向为机械动 力学可靠性。曾发表《基于 gamma 退化 过程的机械零部件可靠性灵敏度方法》 (《东北大学学报(自然科学版)》2013年 第34卷第11期)等论文。

E-mail:lvhao@me.neu.edu.cn