

系统参数对垂向轮轨耦合系统频率的影响*

陆晨旭¹, 时瑾², 李培刚¹

(1. 上海应用技术大学轨道交通学院 上海, 201418)

(2. 北京交通大学土木与建筑工程学院 北京, 100044)

摘要 基于模态叠加法及特征值算法, 提出一种计算轮轨耦合系统各阶频率的方法, 分析了系统参数对于轮轨系统固有频率的影响规律。研究表明: 离散支承导致轨道系统存在明显的 Pinned-pinned 共振现象, 连续支承现象不明显, Pinned-pinned 共振频率与钢轨抗弯刚度成正比, 与轨道参振质量及扣件跨距成反比, 轮轨共振为轮对和轨道质量在轨道弹性基础上的复合振动, 其固有频率明显低于轨道自振频率; 系统参数对轮轨共振频率的影响较大, 随着轮对质量的增大而减小, 随着扣件等效刚度的增大而增大, 扣件频变特性使得轮轨共振频率明显增加; 轨道不平顺会诱发轮轨共振现象, 恶化轮轨相互作用, 其中波长为 100~300 mm 波段对应的共振速度为 23~68 km/h。

关键词 车辆; 轨道; 轮轨共振; Pinned-pinned 共振; 模态叠加; 轨道不平顺

中图分类号 U213.2; TH113

引言

车辆子系统和轨道子系统通过轮轨耦合关系构成轮轨接触式运输系统中密不可分的两大系统。轨道作为轮轨系统中重要组成部分, 其振动特性对车辆安全平稳运行有重要影响。学者们对轨道系统特性展开了系列研究。Timoshenko^[1]采用 Winkler 地基梁模型分析了轨道垂向振动特性。Grassie 等^[2]利用离散轨枕支承模型及连续双层梁模型研究了激励作用下轨道垂向振动特性, 研究表明轨道系统存在钢轨和轨枕质量同相低阶共振。Wu 等^[3]研究了道床刚度和随机轨枕间距对轨道垂向振动特性的影响。冯青松等^[4-5]研究了周期离散支承结构竖向振动特性。徐泮文等^[6]研究了弹性短轨枕轨道的声振特性。马龙祥等^[7]从频域角度出发, 提出一种移动荷载作用下浮置板动力响应快速求解算法。杜林林等^[8-9]采用离散点支承曲线 Euler-Bernoulli 梁模拟曲线轨道钢轨, 分析了钢轨横向及扭转方向频域动力响应特性。随着研究深入, 学者们发现不能忽视车辆轨道耦合作用, 因此对车辆和轨道耦合振动问题也开展了大量研究。文献[10-11]利用虚拟激励法建立了不确定参数车轨耦合系统随机振动评估方法。孙文静等^[12]利用格林函数法建立了垂向车辆轨道耦合模型, 分析了随机因素作用下车轨系统垂向振动特性。吴神花等^[13]基于谱元法建立车辆-轨道

结构频域振动模型, 对车辆-轨道结构频域振动特性进行研究。查浩等^[14]建立包含轴承的车辆-轨道动力学分析模型, 分析了扁疤冲击下轮对、轴箱的振动加速度响应特征。文献[15-16]通过建立考虑扣件失效的车轨耦合模型, 分析了扣件失效前后车辆、轨道动力性能的变化。Xu 等^[17]研究了轨枕的有限元类型、扣件刚度及阻尼特性对于系统动力性能的影响。Ge 等^[18]提出一种考虑轨下垫板分布支承的垂向车轨耦合模型, 该模型在 Pinned-pinned 共振区的动力响应更加精准, 可以预测轨下垫板的应力分布。李响等^[19]建立包含地铁车辆和轨道结构的车辆系统动力学模型, 分析钢轨波磨通过频率与轨道系统频率的关系以及梯形轨道的振动特性。刘孟奇等^[20]研究了车轮多形磨耗激励下考虑轮轨结构柔性对轮轨动态相互作用的影响。袁玄成等^[21]研究了弹条扣压力对轮轨系统垂向动力学响应的影响。

上述研究大多为轨道振动特性及车辆轨道耦合振动, 很少对轮轨系统振动特性进行详细分析。因此, 笔者建立考虑扣件频变特性的离散支承轨道模型, 采用赫兹接触方式, 将轮对振动转化为轮对和轨道耦合系统的振动, 通过模态叠加法给出了轮轨系统固有频率的计算方法; 分析了系统参数对轮轨系统耦合振动的影响规律, 从轮轨共振角度分析了轨道不平顺对轮轨力特性的影响。

* 国家自然科学基金资助项目(52078035); 国铁集团科技研究开发计划资助项目(P2021J003); 一带一路中老铁路工程国际联合实验室资助项目(21210750300); 中国国家铁路集团有限公司资助项目(K2020G031)

收稿日期: 2021-12-01; 修回日期: 2022-03-01

1 考虑扣件刚度频变的轮轨系统振动方程

由于整体道床具有结构简单、施工方便等优点,因此城市地铁线路通常采用整体式道床^[22],道床由混凝土整体浇筑而成,轨下结构刚度、参振质量较大,轨道振动主要体现为钢轨的振动。图 1 为车辆轨道模型。如图 1(a)所示,采用连续弹性基础梁模型或离散点支承梁模型来模拟轨道结构。当研究轮轨系统耦合振动特性时,采用图 1(b)所示的移动悬吊质量模型,通过线性化赫兹接触弹簧来实现轮轨间接触力和变形的相容关系。

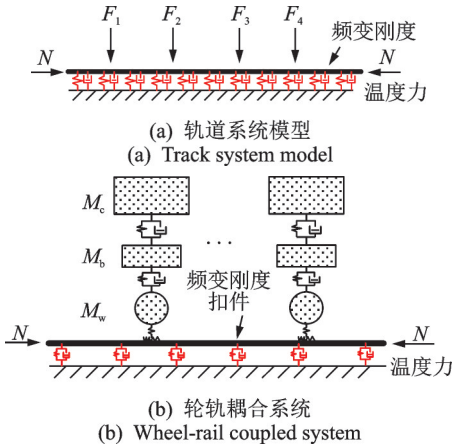


图 1 车辆轨道模型
Fig.1 Vehicle-track model

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + N \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + m_r \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + c_s \frac{\partial y}{\partial t} + k_s y = P \delta(x - x_c) \quad (1)$$

其中: y 为钢轨垂向位移; EI 为钢轨抗弯刚度; N 为轴向温度力; m_r 为单位长度钢轨质量; c_s 为基础黏滞阻尼; k_s 为基础支承刚度。

研究表明,各种频变刚度扣件的刚度与激振频率在对数坐标系内基本呈线性关系,且其线性变化率也基本一致^[23]。对数坐标系下,扣件刚度随加载频率变化曲线如图 2 所示。该变化率的拟合公式为

$$\lg k_{si} = 0.1306(\lg f_i - \lg f_0) + \lg k_{s0} \quad (2)$$

其中: k_{si} 为不同加载频率下扣件的动刚度; f_i 为加载频率; k_{s0} 为 $f_0=4$ Hz 对应的扣件刚度,为 5.88×10^7 N/m。

式(1)是一个偏微分方程,按照振型分解法将结构的几何坐标变换成广义坐标。求解式(1),得到连续支承轨道梁的自振频率为

$$\omega_i = \sqrt{\left(\frac{(i\pi)^4 EI}{L^4 m} + \frac{(i\pi)^2 N}{L^2 m} + \frac{k_s(f)}{m} \right)} \quad (3)$$

根据达朗贝尔原理,得到图 1(b)所示的轮轨耦

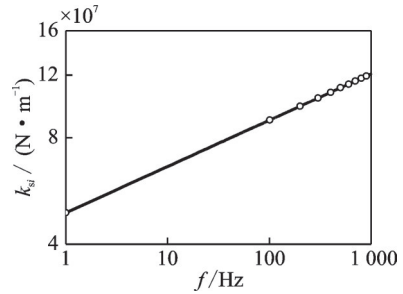


图 2 对数坐标系下扣件刚度随加载频率变化曲线
Fig.2 In logarithmic coordinate system, variation of fastener stiffness with loading frequency

合系统振动方程为

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + N \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + m_r \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \sum_{j=1}^M c_s \frac{\partial y}{\partial t} \delta(x - x_j) + \sum_{j=1}^M k_s y \delta(x - x_j) = (-m_c \ddot{y}_c - m_b \ddot{y}_b - m_w \ddot{y}_w + m_c g + m_b g + m_w g) \delta(x - x_c) \quad (4)$$

$$m_w \ddot{y}_w + k_{sz}(y_w - y_c) + c_{sz}(\dot{y}_w - \dot{y}_c) + k_h(y_w - y(x_c)) = m_w g \quad (5)$$

$$m_b \ddot{y}_b + k_{pz}(y_b - y_w) + c_{pz}(\dot{y}_b - \dot{y}_w) + k_{sz}(y_b - y_c) + c_{sz}(\dot{y}_b - \dot{y}_c) = m_b g \quad (6)$$

$$m_c \ddot{y}_c + k_{sz}(y_c - y_b) + c_{sz}(\dot{y}_c - \dot{y}_b) = m_c g \quad (7)$$

其中: m_c 为车体质量; c_{sz} 为二系悬挂阻尼; k_{sz} 为二系悬挂刚度; m_b 为转向架质量; c_{pz} 为一系悬挂阻尼; k_{pz} 为一系悬挂刚度; m_w 为轮对质量; k_h 为轮轨接触刚度。

按照振型分解法求解时,将式(4)的每一项乘以第 i 阶振型函数并沿梁长积分。考虑到振型的正交特性,将振动方程转化为

$$\frac{L}{2} m_r \ddot{q}_i(t) + \frac{L}{2} \frac{(i\pi)^4}{L^4} EI q_i(t) + \frac{L}{2} \frac{(i\pi)^2}{L^2} N q_i(t) + \sum_{j=1}^M \left(\sum_{k=1}^N k_s \frac{\sin k\pi x_j}{L} q_k(t) \frac{\sin i\pi x_j}{L} \right) + \frac{\sin i\pi x_c}{L} (m_w \ddot{y}_w + m_b \ddot{y}_b + m_c \ddot{y}_c) = (m_w g + m_b g + m_c g) \frac{\sin i\pi x_c}{L} \quad (8)$$

$$m_w \ddot{y}_w + k_{pz}(y_w - y_b) + c_{pz}(\dot{y}_w - \dot{y}_b) + k_h y_w - k_h \sum_{i=1}^N q_i(t) \frac{\sin i\pi x_c}{L} = m_w g \quad (9)$$

由于轮轨力与轮下钢轨位移有关,说明钢轨振型之间是互相耦合的。将式(6)~(9)写成矩阵形式

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{F} \quad (10)$$

其中: \mathbf{M} 为广义质量矩阵; \mathbf{K} 为广义刚度矩阵; \mathbf{C} 为广义阻尼矩阵; \mathbf{q} 为特征向量; \mathbf{F} 为外力向量。

当考虑系统无阻尼自由振动时,式(10)简化为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = 0 \quad (11)$$

其中:

$$M = \begin{bmatrix} \frac{mL}{2} & 0 & \sin(\frac{\pi x_c}{L})m_w & \sin(\frac{\pi x_c}{L})m_b & \sin(\frac{\pi x_c}{L})m_c \\ 0 & \vdots & \sin(\frac{2\pi x_c}{L})m_w & \sin(\frac{2\pi x_c}{L})m_b & \sin(\frac{2\pi x_c}{L})m_c \\ 0 & 0 & m_w & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & m_b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_c \end{bmatrix};$$

$$K = \begin{bmatrix} \frac{L}{2}(\frac{(i\pi)^4}{L^4}EI + \frac{(i\pi)^2}{L^2}N) & 0 & -\sin(\frac{i\pi x_c}{L})k_h & 0 & 0 \\ 0 & \vdots & \vdots & \vdots & 0 \\ 0 & \dots & k_h + k_{pz} & -k_{pz} & \vdots \\ 0 & \dots & -k_{pz} & k_{pz} + k_{sz} & -k_{sz} \\ 0 & 0 & \dots & -k_{sz} & k_{pz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^M k_s(f) \frac{\sin \pi x_j}{L} \frac{\sin \pi x_j}{L} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \sum_{j=1}^M k_s(f) \frac{\sin \pi x_j}{L} \frac{\sin 2\pi x_j}{L} & \vdots & \vdots & \vdots & 0 \\ \vdots & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

利用特征值算法求解时变方程,获得轮轨系统各阶频率为

$$\omega_i = \sqrt{\lambda(M^{-1}K)} \quad (12)$$

可以看出,该特征值法也可用来求解车桥耦合系统的各阶频率。

2 算例分析

根据图 1 所示的车辆轨道模型,利用上述理论推导研究简谐荷载作用下轨道结构的瞬态响应。简谐荷载作用于轨道中心位置,频率范围为 50~950 Hz。表 1 为车辆轨道模型参数。

图 3 为不同轨道支承形式下钢轨位移导纳。由图 3 可知:钢轨位移导纳在 144 Hz 处首次出现峰值,这是轨道一阶弯曲共振导致的;离散支承导致钢轨

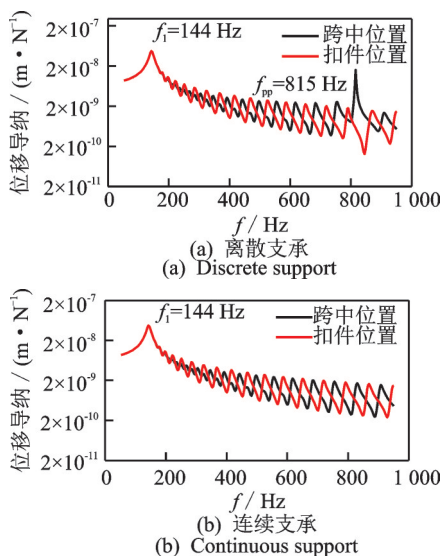


图 3 不同轨道支承形式下钢轨位移导纳
Fig.3 Rail displacement admittance under different track support

表 1 模型参数

Tab.1 Model parameters

参数	数值	参数	数值
$m_t/(\text{kg}/\text{m})$	120	$EI/(\text{N}\cdot\text{m}^2)$	4.2×10^6
$c_s/(\text{N}\cdot(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})^{-1})$	6×10^3	$k_s/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	5.88×10^7
m_c/kg	5×10^3	$c_{sz}/(\text{N}\cdot(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})^{-1})$	8×10^4
m_b/kg	1 400	$k_{pz}/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	1×10^6
m_w/kg	645	$c_{pz}/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	6×10^6
$k_{sz}/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	4×10^5	$k_h/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	1.52×10^9

在 815 Hz 处发生 Pinned-pinned 共振现象,该响应在跨中处取得最大值,在扣件处取得最小值;连续支承并没有明显的 Pinned-pinned 共振现象出现。

图 4 为不同轨道模型的钢轨位移导纳。由图 4 可知:在分析频率范围内钢轨位移导纳均具有多个共振

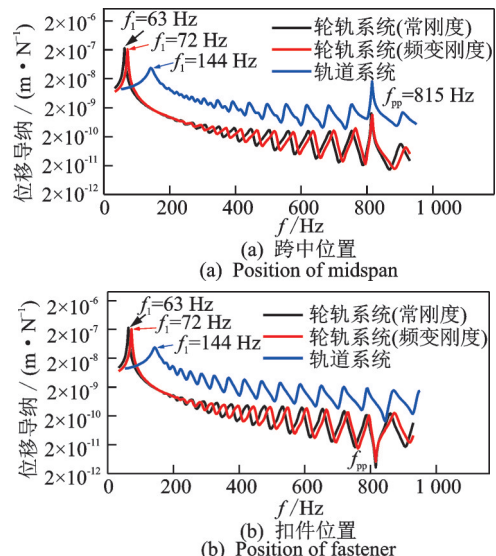


图 4 不同轨道模型的钢轨位移导纳
Fig.4 Rail displacement admittance of various track model

峰和反共振峰,并且在 815 Hz 左右发生 Pinned-pinned 共振及反共振现象;唯一不同的是轨道模型振动能量主要集中在基频(144 Hz)附近,轮轨模型能量集中在基频(63 Hz)附近,这是因为轮轨系统一阶自振为车轮和轨道单元复合振动,参振质量增加导致自振频率明显下降。另外,扣件频变特性导致刚度逐渐增加,各阶自振频率也略高于扣件常刚度工况。

3 系统参数对轮轨系统固有频率的影响

根据分析可知,分析移动车载作用下的轨道系统振动特性要考虑轮轨耦合作用的影响。由于一般车辆多级悬挂装置的振动频率通常低于 5 Hz,其悬挂参数对轮轨作用力的影响可忽略不计,因此只需要将轮对相关参数作为轮轨耦合作用影响因素进行研究。此外,城市轨道交通线路根据列车轴重及减振降噪等要求,常采用多种低刚度的减振扣件及阻尼钢轨,不同形式的减振扣件及阻尼钢轨主要影响轨道支承刚度及参振质量。笔者选取轮对质量、轨道参振质量、扣件刚度、钢轨抗弯刚度和扣件跨距等典型参数进行轮轨系统振动特性分析。

图 5 为不同轮对、轨道参振质量下轮轨系统固

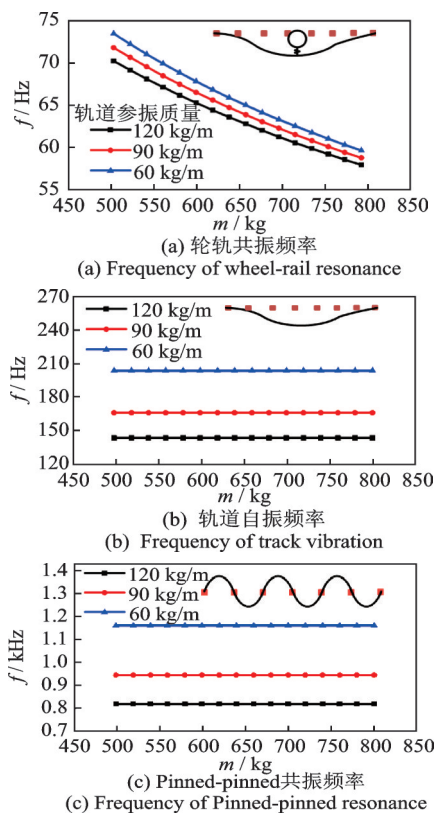


图 5 不同轮对、轨道参振质量下轮轨系统固有频率
Fig.5 The natural frequency of wheel-rail system under various wheelset masses and vibration mass of track

有频率。由图 5 可知,轮对质量变大时,轮轨共振频率明显下降,而第 1 阶自振频率及 Pinned-pinned 共振频率无明显变化。这是因为轮轨共振频率为轮对和轨道系统耦合形成的复合频率,轮对和钢轨单元在扣件弹性支承上做同相振动。第 1 阶自振频率和 Pinned-pinned 共振频率实际上由轨道系统自身的振动特性所主导,随着轨道参振质量的增加而降低,受轮对质量的影响较小。

不同数量轮对情况下轮轨系统频率如表 2 所示。可见:轮对数量对于轨道自振频率及 Pinned-pinned 共振频率几乎没有影响,主要影响轮轨共振频率;轮对数量从 1 增加到 6 时,轮轨共振频率从 63.1 Hz 降到 55.9 Hz,这是因为轮对数量越多,参与轮轨耦合振动的质量越大。

表 2 不同数量轮对情况下轮轨系统频率
Tab.2 Natural frequency of wheel-rail system under different number of wheelset Hz

轮对数量	轮轨共振	一阶自振	Pinned-pinned 共振
1	63.1	143.9	816.3
2	62.1	143.9	816.3
4	57.0	143.9	816.3
6	55.9	143.9	816.3

钢轨抗弯刚度对轮轨系统固有频率的影响如图 6 所示。表 3 为不同轨温情况下轮轨系统频率。其中,轨温变化导致的温度应力见文献[4]。分析可知:轮轨共振频率随着抗弯刚度增加而略有增加;轨

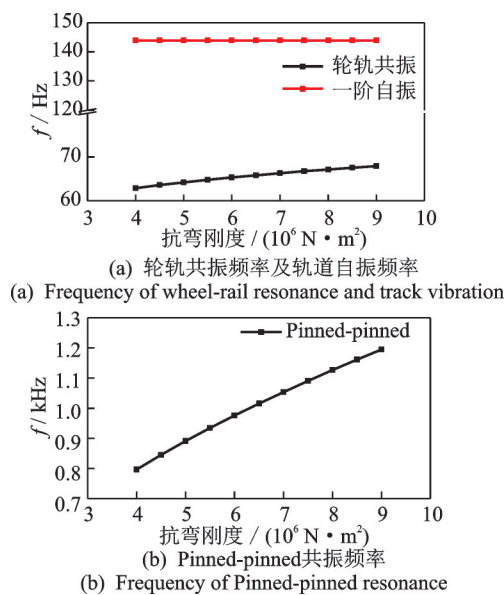


图 6 钢轨抗弯刚度对轮轨系统固有频率的影响
Fig.6 Influence of rail bending stiffness on natural frequency of wheel-rail system

道一阶自振频率与钢轨垂向抗弯刚度和轨温无关,均为143.9 Hz。这是因为轨道系统低阶自振频率主要由轨道弹性支承系数和轨道参振质量控制,只有高阶自振频率才会受到抗弯刚度及温度力的影响,因此轨道 Pinned-pinned 共振频率随抗弯刚度增加明显变大,随轨温升高略有降低。

表3 不同轨温情况下轮轨系统频率

Tab.3 Natural frequency of wheel-rail system under various rail temperature

温度/°C	轮轨共振/Hz	一阶自振/Hz	Pinned-pinned 共振/Hz
-30	63.1	143.9	818.1
-15	63.1	143.9	817.2
0	63.1	143.9	816.3
15	63.1	143.9	815.4
30	63.0	143.9	814.5

扣件支承刚度及跨度轮轨系统固有频率的影响如图7所示。由图7可知,轮轨共振频率及轨道一阶频率随着扣件刚度的增加而增加,随着扣件间距的增

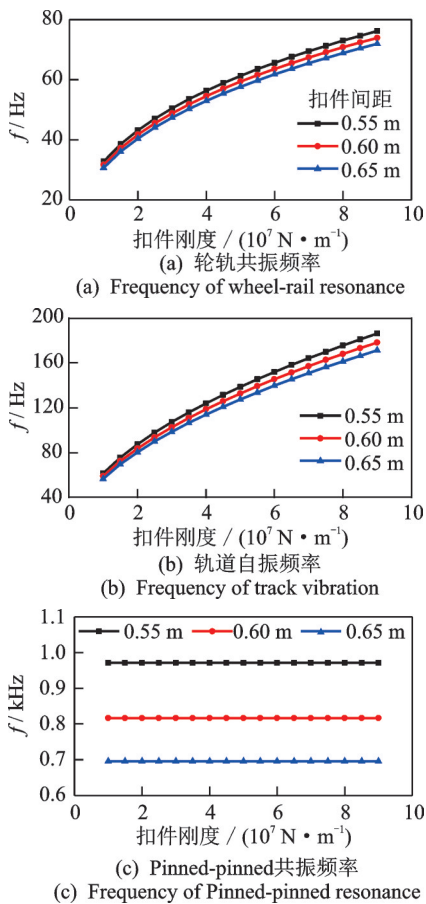


图7 扣件支承刚度及跨度轮轨系统固有频率的影响
Fig.7 Influence of the fastener support stiffness and span on natural frequency of wheel-rail system

加而减小,这是因为轨道低阶自振频率受钢轨基础弹性系数的影响显著,而扣件间距增加意味着扣件等效刚度减小。轨道 Pinned-pinned 共振频率随着扣件间距的增加而逐渐减小,但几乎不受扣件刚度的影响,这个规律符合 Pinned-pinned 共振频率经验表达式^[9]。

扣件频变刚度对轮轨系统固有频率的影响如图8所示。由图8可知,扣件刚度在频变情况下,轮轨共振及一阶自振频率明显高于扣件常刚度工况,且随着扣件刚度增加,这种趋势越明显。这是因为考虑扣件频变特性后,扣件动刚度会随着频率增加而逐渐增加,导致振动频率增加。扣件频变特性对钢轨 Pinned-pinned 共振频率的影响较小。

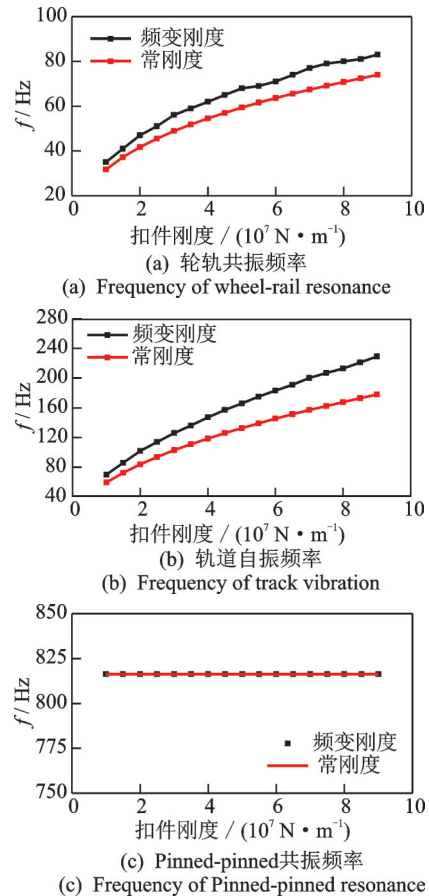


图8 扣件频变刚度对轮轨系统固有频率的影响
Fig.8 Influence of frequency-dependent stiffness of fastener on natural frequency of wheel-rail system

为了研究扣件失效对轮轨系统振动特性的影响,笔者考虑了4种数量的扣件失效。失效扣件位于轨道中间位置,扣件失效状态下轮轨系统固有频率如图9所示。分析可知:扣件失效会导致失效区域轮轨共振频率明显降低,而远离失效区该情况不明显;扣件失效对轨道一阶自振频率几乎没有影响,这是因为一阶自振频率反映的是轨道整体刚度,而局部失效1~3个扣件对整体刚度影响较小。

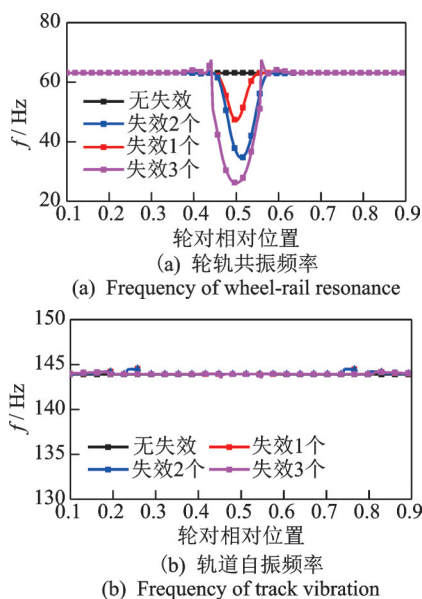


图 9 扣件失效状态下轮轨系统固有频率

Fig.9 Natural frequency of wheel-rail system under fastener failure

4 轮轨共振响应分析

为了研究车辆在不同运行速度条件下轨道不平顺引起的轮轨力响应特征,采用实测钢轨表面不平顺作为车辆-轨道耦合动力分析的输入激励。轨道不平顺样本如图 10 所示。

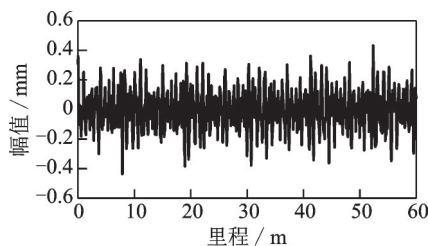


图 10 轨道不平顺样本

Fig.10 Sample of short-wave irregularity

图 11 为不同速度条件下轮轨力时程及频谱。由图 11 可知,轮轨力频率成分主要分布在 30~90 Hz,随着速度增加,轮轨力幅值明显增加,尤其在 55~70 Hz 的成分显著增加。值得指出的是,不同速度下轮轨力频谱都在 63 Hz 左右达到峰值,这是因为不平顺激励作用激发了轮轨共振现象,造成轮轨力中 55~70 Hz 成分被显著放大。

分析表明,车辆在行驶过程中,轮轨随机不平顺中的某些波段容易激发轮轨共振现象。为了进一步研究不同波长不平顺对于轮轨系统动力响应的影响,考虑波长范围为 100~300 mm,波长幅值为 0.1 mm。

图 12 为轮轨力随波长及速度变化情况。不同

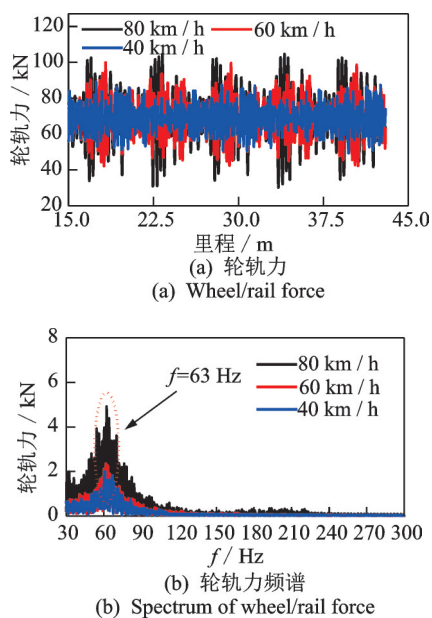


图 11 不同速度条件下轮轨力时程及频谱

Fig.11 Time history and spectrum of wheel/rail force at various running speed

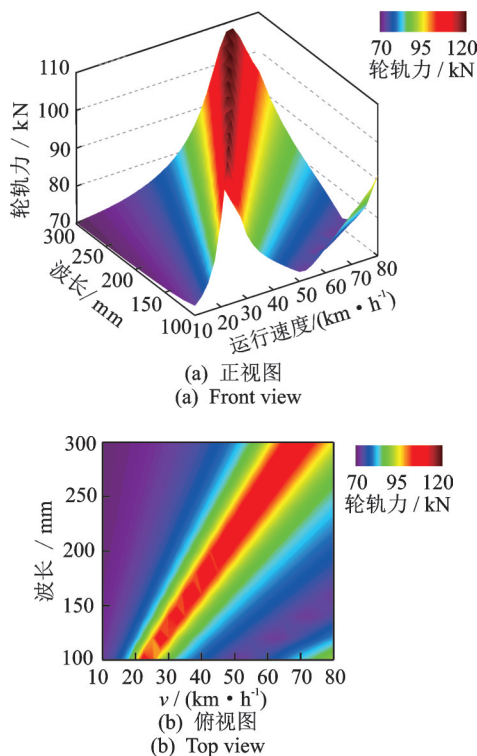


图 12 轮轨力随波长及速度变化情况

Fig.12 Variation of wheel/rail force with wave length and running speed

波长条件下共振速度如图 13 所示。由图可知,轮轨力随速度增加会出现尖峰情况,且尖峰点对应的速度与波长基本呈线性增长关系。这是因为轨道不平顺容易诱发共振现象,按照共振理论 $V=f\lambda$,共振速

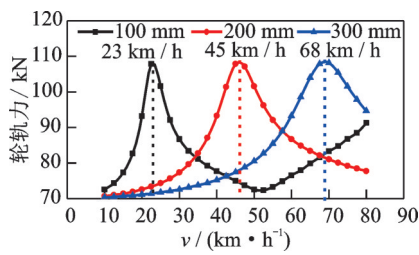


图13 不同波长条件下共振速度

Fig.13 Resonance velocity under various wave length

度与波长成正比。测算轮轨共振频率为63 Hz,对应的共振速度范围为23~68 km/h,总体来看共振速度在地铁正常运营速度范围内。

地铁和轻轨车辆的轮对质量一般为500~800 kg,为了研究不同轮对质量对列车共振速度的影响,这里以250 mm波长为例,计算不同速度及轮对质量条件下轮轨系统的动力响应。不同质量条件下的共振速度如图14所示。分析可知:轮轨力随着速度增加会出现尖峰情况,在共振车速附近达到峰值;轮对质量对共振车速的影响较为显著,轮对质量越大,共振车速越低,共振效应更明显。因此,共振速度下动车的振动效应比拖车更加明显。

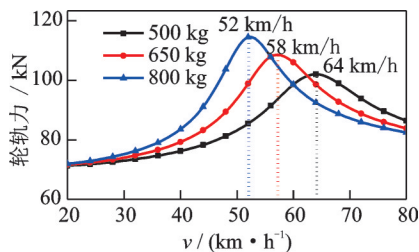


图14 不同质量条件下的共振速度

Fig.14 Resonance velocity under various wheelset mass

5 结论

1) 扣件支承形式对轨道振动特性影响不大,只是在 Pinned-pinned 共振区存在差异;离散支承导致轨道系统存在明显 Pinned-pinned 共振现象,而在连续支承形式下这种现象不明显。

2) 通过对轨道系统及轮轨系统进行谐响应分析发现,两者在研究频率范围均存在多个共振、反共振峰。不同的是,轮轨系统轮轨共振频率明显低于轨道自振频率。

3) 轮轨共振频率随着轮对质量的增大而减小,随着扣件等效刚度的增大而增大;轨道一阶自振可以近似为单自由度振动体系。因此,频率主要跟轨道参振质量及扣件等效刚度有关。扣件频变特性使轮轨共振及轨道自振频率明显增加。Pinned-pinned

共振频率跟钢轨抗弯刚度成正比,跟轨道参振质量及扣件跨距成反比。

4) 轨道不平顺的某些波段会诱发轮轨共振现象,其中波长为100~300 mm波段对应的共振速度为23~68 km/h,因此在日常地铁运营过程中要重点关注。

参 考 文 献

- [1] TIMOSHENKO S P. Method of analysis of static and dynamic stress in rails [C]//The Second International Congress of Applied Mechanics. Zurich, Switzerland: [s. n.], 1926: 12-17.
- [2] GRASSIE S L, GREGORY R W, HARRISON D, et al. The dynamic response of railway track to high frequency vertical excitation[J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 1982, 24: 77-90.
- [3] WU T X, THOMPSON D J. A double Timoshenko beam model for vertical vibration analysis of railway track at high frequencies[J]. Journal of Sound and Vibration, 1999, 224: 329-348.
- [4] 冯青松,汪玮,刘庆杰,等. 轴向温度力影响下周期离散支承钢轨竖向振动特性分析[J]. 铁道学报, 2018, 40(8): 122-129.
FENG Qingsong, WANG Wei, LIU Qinjie, et al. Analysis of vertical vibration characteristics of periodic discrete supported rail under axial temperature force[J]. Journal of the China Railway Society, 2018, 40(8): 122-129. (in Chinese)
- [5] 冯青松,杨舟,郭文杰,等. 周期离散支承钢轨垂向振动带隙特性分析[J]. 中国科学: 技术科学, 2020, 50(12): 1563-1576.
FENG Qingsong, YANG Zhou, GUO Wenjie, et al. Analysis of vertical vibration band gap characteristics of periodic discrete support rail[J]. Scientia Sinica Technological, 2020, 50(12): 1563-1576. (in Chinese)
- [6] 徐沛文,韩健,刘晓龙,等. 基于周期结构法的弹性短轨枕轨道声振特性分析[J]. 中国铁道科学, 2020, 41(5): 37-45.
XU Hanwen, HAN Jian, LIU Xiaolong, et al. Analysis of acoustic and vibration characteristics of elastic short sleeper track based on periodic structure principle[J]. China Railway Science, 2020, 41(5): 37-45. (in Chinese)
- [7] 马龙祥,刘维宁,李克飞. 移动荷载作用下浮置板轨道振动响应的频域快速数值算法[J]. 铁道学报, 2014, 36(2): 86-94.
MA Longxiang, LIU Weining, LI Kefei. Fast numerical algorithm of floating slab track vibration response under moving loads in the frequency domain[J]. Journal of the China Railway Society, 2014, 36(2): 86-94. (in Chinese)
- [8] 杜林林,刘维宁,刘卫丰,等. 曲线轨道钢轨扭转振动

- 频率响应特性研究[J]. 振动工程学报, 2018, 31(4): 644-653.
- DU Linlin, LIU Weining, LIU Weifeng, et al. On the torsional vibration frequency response function of the curved track[J]. Journal of Vibration Engineering, 2018, 31(4): 644-653. (in Chinese)
- [9] 杜林林,刘维宁,刘卫丰,等. 曲线轨道钢轨横向振动频域响应特性研究[J]. 铁道学报, 2021, 43(6): 95-103.
- DU Linlin, LIU Weining, LIU Weifeng, et al. Study on lateral dynamic response of curved track in frequency domain[J]. Journal of the China Railway Society, 2021, 43(6): 95-103. (in Chinese)
- [10] ZHANG Y W, LIN J H, ZHAO Y, et al. Symplectic random vibration analysis of a vehicle moving on an infinitely long periodic track[J]. Journal of Sound and Vibration, 2010, 329: 4440-4454.
- [11] 张有为,赵岩,林家浩. 三维车辆-轨道耦合系统随机动力分析[J]. 武汉理工大学学报, 2010, 32(9): 331-334.
- ZHANG Youwei, ZHAO Yan, LIN Jiahao, et al. Random vibration analysis of 3D coupled vehicle-track system[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2010, 32(9): 331-334. (in Chinese)
- [12] 孙文静,周劲松,宫岛. 基于格林函数法的车辆-轨道垂向耦合系统随机振动分析[J]. 中国铁道科学, 2015, 36(1): 61-67.
- SUN Wenjing, ZHOU Jinsong, GONG Dao. Analysis on random vibration of vehicle-track vertical coupling system with green function method[J]. China Railway Science, 2015, 36(1): 61-67. (in Chinese)
- [13] 吴神花,雷晓燕. 基于谱元法的车辆-轨道结构频域振动特性研究[J]. 振动与冲击, 2021, 40(5): 1-7.
- WU Shenhua, LEI Xiaoyan. Frequency domain vibration characteristics of a vehicle-track structure based on spectral element method[J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(5): 1-7. (in Chinese)
- [14] 查浩,任尊松,徐宁. 车轮扁疤激起的轴箱轴承冲击特性[J]. 交通运输工程学报, 2020, 20(4): 165-173.
- ZHA Hao, REN Zunsong, XU Ning. Impact characteristics of axle box bearing due to wheel flat scars[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2020, 20(4): 165-173. (in Chinese)
- [15] 魏纲,董北北,蒋吉清,等. 扣件失效对地铁整体道床动力性能的影响[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2020, 51(4): 1154-1162.
- WEI Gang, DONG Beibei, JIANG Jiqing, et al. Influence of fastener failure on dynamic performance of metro monolithic track system[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2020, 51(4): 1154-1162. (in Chinese)
- [16] 肖新标,金学松,温泽峰. 钢轨扣件失效对列车动态脱轨的影响[J]. 交通运输工程学报, 2006(1): 10-15.
- XIAO Xinbiao, JIN Xuesong, WEN Zefeng. Influence of rail fastener failure on vehicle dynamic derailment[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2006(1): 10-15. (in Chinese)
- [17] XU L, LU T. Influence of the finite element type of the sleeper on vehicle-track interaction: a numerical study[J]. Vehicle System Dynamics, 2021, 59:1533-1556.
- [18] GE X, LING L, YUAN X, et al. Effect of distributed support of rail pad on vertical vehicle-track interactions[J]. Construction and Building Materials, 2020, 262:1-16.
- [19] 李响,任尊松,王子. 基于梯形轨枕轨道振动特性的钢轨波磨研究[J]. 铁道学报, 2020, 42(10): 38-44.
- LI Xiang, REN Zunsong, WANG Zi. Study on rail corrugation of ladder-type sleeper track based on vibration characteristics[J]. Journal of the China Railway Society, 2020, 42(10): 38-44. (in Chinese)
- [20] 刘孟奇,陶功权,肖国放,等. 中高频激励下轮轨不同建模方法对轮轨动态相互作用的影响[J]. 振动与冲击, 2021, 40(10): 150-158.
- LIU Mengqi, TAO Gongquan, XIAO Guofang, et al. Influence of wheelset and track modelling approaches on wheel-rail dynamic interaction under the excitation of medium-high frequency[J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(10): 150-158. (in Chinese)
- [21] 袁玄成,朱胜阳,袁站东,等. 钢轨扣件弹条扣压力对轮轨系统垂向动力学响应的影响分析[J]. 振动与冲击, 2020, 39(24): 17-24.
- YUAN Xuancheng, ZHU Shengyang, YUAN Zhandong, et al. Influence of rail fastener clamping force on vertical dynamic responses of wheel/rail system[J]. Journal of Vibration and Shock, 2020, 39(24): 17-24. (in Chinese)
- [22] 关庆华,周业明,李伟,等. 车辆轨道系统的P2共振频率研究[J]. 机械工程学报, 2019, 55(8): 118-127.
- GUAN Qinhu, ZHOU Yeming, LI Wei, et al. Study on the P2 resonance frequency of vehicle track system[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(8): 118-127. (in Chinese)
- [23] 韦凯,杨帆,王平,等. 扣件胶垫刚度的频变性地对地铁隧道环境振动的影响[J]. 铁道学报, 2015, 37(4):80-86.
- WEI Kai, YANG Fan, WANG Ping, et al. Influence of frequency-dependent stiffness of rail pads on environment vibration induced by subway in tunnel[J]. Journal of the China Railway Society, 2015, 37(4):80-86. (in Chinese)



第一作者简介:陆晨旭,男,1994年7月生,博士、讲师。主要研究方向为车辆轨道耦合动力学、轮轨关系等。
E-mail:18810327668@163.com

通信作者简介:时瑾,男,1980年9月生,教授、博士生导师。主要研究方向为车辆线路动力学等。
E-mail: jshi@bjtu.edu.cn