DOI:10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2023.04.020

基于马氏距离和EMD的损伤信息量化提升方法^{*}

曹旭东¹, 李应根², 俞 楠², 陈 闯¹, 王银辉¹
 (1.新大宁波理工学院土木建筑工程学院 宁波, 315100)
 (2.宁波甬桥工程科技有限公司 宁波, 315124)

摘要 结构早期微损伤和环境噪声导致监测数据中损伤信息难以有效提取和辨识,针对此问题,提出一种基于马氏 距离(Mahalanobis distance,简称 MD)和经验模态分解(empirical mode decomposition,简称 EMD)的结构损伤信息 量化提升方法。首先,结构健康监测数据通过 EMD,得到多阶本征模态函数(intrinsic mode function,简称 IMF),利用 IMF 的能量变化提取损伤敏感分量;其次,以分段马氏距离累积量(Mahalanobis distance cumulates,简称 MDC) 作为损伤信息量化提升的评价指标,根据其概率密度函数面积建立马氏距离累积量的累积停止准则;最后,通过数 值模拟和模型试验数据验证了本研究方法在结构损伤信息提取和量化提升上的适用性和有效性。研究结果表明: 结构损伤发生后各阶 IMF 能量转移明显,选择转移能量占自身能量多的 IMF 及相对能量变化率为正的多阶 IMF 作 为损伤敏感分量,能够实现比原信号更好的损伤识别效果;利用 MDC 值概率密度函数面积变化作为累积停止准则,可实现微小损伤的有效识别。

关键词 结构健康监测;损伤识别;马氏距离;经验模态分解 中图分类号 U447;TH703

引 言

由于监测环境及结构受力的复杂性,结构的微 小损伤并不会引起监测数据的明显变化¹¹,因此有 效提取结构监测数据中的损伤信息,提升损伤识别 的精度和鲁棒性成为结构健康监测领域的研究 热点。

利用短时傅里叶变换^[2]、小波分析^[3]、EMD^[4]等 信号处理方法可将结构监测数据分解成不同频段的 信号,丰富了损伤信息的提取途径和提取精度。 Amarnath等^[5]通过提取齿轮声学信号高阶 IMF 统 计特征,对齿轮局部故障进行有效识别。陈闯等^[6] 利用 IMF 构造马氏距离累积量,结合概率密度函数 判断结构是否发生损伤。Inturi等^[7]利用决策树算 法区分 IMF 统计特征的重要性,利用支持向量机识 别结构是否发生损伤。Mousavi等^[8]将信号 IMF 重 构,计算协方差矩阵最大特征值以表征木材的孔洞 缺陷。

马氏距离常用于评判不同样本的相似程度,而 作为结构损伤识别的判据^[9]。Greś等^[10]基于协方差 Hankel矩阵的马氏距离,提出了一种对于外界激励 具有较好鲁棒性的损伤检测方法。文献[11]采用马 氏距离分析数据中的时间特征参数判断损伤的发生 和位置。为了提高损伤识别精度和鲁棒性。文献 [12-13]利用分段马氏距离的累加实现了损伤信息 的"放大"效应,通过质量一弹簧系统数值模拟和实 桥动态监测数据,验证了马氏距离累积量能够有效 识别损伤的发生和确定损伤位置。

为了有效提取结构损伤信息进行结构损伤辨 识,笔者提出了一种基于马氏距离和经验模态分解 的结构损伤信息量化提升方法。首先,提出了IMF 损伤敏感性的评价方法,建立了分段马氏距离的累 积准则;其次,给出了通过马氏距离累积量评估损伤 信息量化提升效果以及损伤识别效果的方法流程; 最后,通过数值模拟和模型试验,研究了利用原监测 数据、单阶IMF 和多阶损伤敏感IMF 分别构造样本 矩阵的结构损伤信息量化提升效果。

1 基本原理

1.1 马氏距离

马氏距离¹⁴¹通过比较结构监测样本的差异实现 结构损伤的识别,其计算公式为

^{*} 国家自然科学基金资助项目(51908497);宁波市公益类科技计划资助项目(2022S173) 收稿日期:2022-01-24;修回日期:2022-06-07

$$\sqrt{D} = \sqrt{\left(x-\mu\right)^{\mathrm{T}}} \boldsymbol{\phi}^{-1} \left(x-\mu\right) \tag{1}$$

其中: \sqrt{D} 为参考样本和待测样本的马氏距离;x为 待测样本数据; μ 为参考样本的均值估计; ϕ 为参考 样本的协方差估计。

1.2 经验模态分解

经验模态分解是一种非线性非平稳信号的时频 分析方法^[15],通过 EMD 可将原信号分解成频率由 高到低的若干组 IMF。关于 EMD 方法的更多细节 见文献[16],在此不再赘述。

1.3 损伤信息的量化提升方法

1.3.1 损伤敏感分量的选取方法

结构损伤发生后,结构监测数据经验模态分解 的各阶 IMF 发生能量转移,通过各阶 IMF 能量变化 量评定对损伤敏感程度,从而提取 IMF 损伤敏感分 量^[12]。基于以上理论,笔者提出了 2种评价方法。

1) 各阶 IMF 的相对能量变化率 α 为

 $\alpha_i = \left(E'_{\text{IMF}_i} - E_{\text{IMF}_i} \right) / E_{\text{IMF}_i} \tag{2}$

其中: E[']_{IMF}, 为损伤后某阶 IMF 的能量; E_{IMF}, 为无损 伤时相应阶 IMF 的能量;将相对能量变化率α最大 的单阶 IMF 或者正的多阶 IMF 作为损伤敏感分量。

2) 各阶 IMF 的损伤能量变化率β为

$$\beta_{i} = (E'_{\text{IMF}_{i}} - E_{\text{IMF}_{i}}) / (E' - E)$$
(3)

其中: E和 E'分别为损伤前后信号的总能量,将包含 损伤能量变化大的单阶 IMF 或者正的多阶 IMF 作 为损伤敏感分量。

1.3.2 定义损伤识别向量

结构的早期微小损伤在监测数据中容易被环境 噪声掩盖,数据分段构造的 MDC 作为损伤识别向 量在损伤信息的累积"放大"上具有较为明显的效 果,可实现结构损伤的有效识别^[6]。马氏距离累积 量计算公式为

$$M_{q} = \begin{bmatrix} \text{MDC}_{1} \\ \text{MDC}_{2} \\ \vdots \\ \text{MDC}_{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{p} (x_{i} - \boldsymbol{\mu})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\phi}^{-1} (x_{i} - \boldsymbol{\mu}) \\ \sum_{i=p+1}^{2p} (x_{i} - \boldsymbol{\mu})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\phi}^{-1} (x_{i} - \boldsymbol{\mu}) \\ \vdots \\ \sum_{i=(q-1)p+1}^{qp} (x_{i} - \boldsymbol{\mu})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\phi}^{-1} (x_{i} - \boldsymbol{\mu}) \end{bmatrix}$$
(4)

其中:*n*=qp,表示将数据总长度为*n*的向量分成q 个区段,每个区段的数据长度为p。 马氏距离累积量的均值为*m*,损伤前后马氏距 离累积量均值的变化为Δ*m*,当Δ*m*越大,可认为对 应信号所包含的损伤信息越多。因此,Δ*m*用来描 述损伤信息的提升程度和识别效果,即

$$\Delta m = m' - m \tag{5}$$

其中:m'为损伤工况下的 MDC 均值;m 为无损工况 下的 MDC 均值。

1.3.3 累积停止准则

当结构出现微损伤时,由于环境影响导致实测数据具有不确定性,同时大量结构健康监测数据的无限累加毫无意义,故需要确定分段马氏距离累积停止的准则,即确定式(4)中参数p的值。

理论上,结构发生损伤后,MDC矩阵的概率密 度函数将发生改变。在统计学上,损伤工况下MDC 概率密度函数超过无损伤MDC概率密度函数95% 置信区间上限的面积越大,表明损伤状态和健康状 态之间的差别越明显。因此,以无损状态下MDC 概率密度函数95%置信区间上限作为阈值,推导超 过阈值的损伤状态下MDC概率密度函数的面积。

1) 假设 MDC 值的概率密度函数近似呈正态 分布

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$
(6)

2)为了便于比较,将 MDC 值除变量 p 做归一 化处理,保持 μ 不变,只比较 σ^2 的变化。

3) 假设初始的
$$\sigma^{2}$$
为

$$\sigma^{2} = \frac{(x_{1} - \mu)^{2} + (x_{2} - \mu)^{2} + \cdots + (x_{n} - \mu)^{2}}{n}$$
(7)
r次循环分析之后,此时 σ_{r}^{2} 为

$$\sigma_r^2 = p \frac{(b_1 - \mu)^2 + (b_2 - \mu)^2 + \cdots \left(b_{\frac{n}{p}} - \mu\right)^2}{n} \quad (8)$$

其中:
$$b_i = \frac{x_{(i-1)p+1} + \cdots + x_{ip}}{p}; i = 1, 2, \cdots, \frac{n}{p}$$
。

$$n_1 = p(b_1 - \mu)^2 \tag{9}$$

$$n_2 = (x_1 - \mu)^2 + (x_2 - \mu)^2 + \dots + (x_p - \mu)^2$$
 (10)
利用柯西不等式得到

$$n_2 \ge \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_p - p\mu)^2}{p} > n_1$$
 (11)

通过以上推导可得,MDC值的概率密度函数峰 值逐渐增加,但实际信号的MDC值近似服从正态 分布,故超过阈值的面积可能并非严格单调变化。 总体上,只要累积的数据量足够多,超过阈值面积的 最大值将趋近于1。因此,可通过p值判断信号中的 损伤信息累积的量,同时,p值与信号长度以及损伤 程度等因素有关。基于此,建立MDC值的累积停 止准则为:损伤工况下MDC值的概率密度函数超 过无损伤MDC值的概率密度函数95%置信区间上 限的面积达到0.95时累积停止,此时的p值认为达 到了损伤识别的精度要求。

1.4 方法流程

笔者提出的损伤信息量化提升流程如图1所示,方法步骤如下。

1) 通过原监测数据 EMD,将变化率最大的一阶 IMF 作为敏感分量构造损伤识别向量,当累积达 到停止准则要求之后即可实现损伤量化提升。当数 据量较多,单阶 IMF 损伤敏感分量中含有的损伤信 息较多时,采用步骤1即可。

2)利用多阶能量变化率为正的 IMF 构建样本 矩阵,通过多阶 IMF 的马氏距离累加实现损伤信息 的进一步量化提升。



Fig.1 Flow chart for quantifying and enhancing damage information

2 数值模拟算例

2.1 有限元模型

采用ANSYS有限元分析软件BEAM188单元 建立10m简支梁模型,有限元模型参数如表1所 示,简支梁有限元模型如图2所示。

简支梁数值模拟采用多点激励的形式,分别在 节点11,13和16处分别施加 $F_1 = 100 \sin(2t), F_2 =$ $10 \sin(3t) 和 F_3 = 100 \sin(5t)$ 的正弦力,荷载激励 时长为0.1 s,激励重复500 s。通过降低9号单元的 刚度模拟损伤,2种工况单元刚度分别降低10%和 20%。

表1 有限元模型参数

Tab.1	Finite	element	model	parameters	table
-------	--------	---------	-------	------------	-------

参数	数值
高/m	0.6
宽/m	0.3
惯性矩 I_{zz}/m^4	1.35×10^{3}
惯性矩 I _{yy} /m ⁴	5.4×10^{3}
弹性模量/GPa	2.06
密度/(kg•m ⁻³)	7.85×10^{3}
泊松比	0.3



Fig.2 Finite element model of the simply supported beam (unit: cm)

2.2 损伤敏感分量的选取

选取距离损伤位置较远的3号节点的加速度数 据作为原始数据,由于数据EMD后的IMF能量主要 集中在前几阶,包含了主要的损伤信息,所以选取前 3阶IMF作为结构损伤识别的依据。图3(a)为3号 节点前3阶IMF各个损伤工况下的相对能量变化率 α,可以看出IMF₂的相对能量变化率α变化最为明



显。图 3(b)为3号节点前3阶 IMF 各个损伤工况下 的损伤能量变化率β,可以看出 IMF₁的损伤能量变 化率β最为明显。因此,根据节损伤敏感分量的选取 方法,可选择 IMF₁和 IMF₂作为损伤敏感分量。

3 号节点原始数据和 IMF 的 MDC 值变化如 图 4 所示(p=100)。原信号和前 3 阶 IMF 的 Δm变 化如图 5 所示。通过图 4,5 可以看出,在单元刚度降 低 10% 工况下, IMF₁, IMF₂和 IMF₃的 Δm分别变化 了约 1.1, 7.4, 4.0 倍。可见, IMF₂相比 IMF₁的包含





Fig.4 Change in MDC values of original data and IMF for node 3



图 5 原信号和前 3阶 IMF 的 Δm 变化



了更多的损伤信息。

利用相对能量变化率和损伤能量变化率作为提取 IMF 损伤敏感分量的方法时,损伤后 IMF 的能量 分为自身能量和损伤能量2部分。自身能量对损伤信 息具有掩盖作用,即当某阶的损伤能量占 IMF 自身能 量较低时,损伤信息将会被掩盖,使得提升效果不理 想。因此,相对能量变化率大的 IMF 相较于损伤能量 变化率大的 IMF,包含的损伤信息更多,即选择转移 能量占自身能量多的 IMF,通过构造损伤敏感分量能 够更好地实现损伤信息量化提升。

为了获取更多损伤信息,将α为正的多阶 IMF构造马氏距离累积量。利用原始数据前3阶 IMF构造样本的MDC值变化图(*p*=100)如图6 所示。通过与原始数据的MDC值比较可知,3个 相对能量变化率为正的IMF组合计算得出的 MDC平均值Δ*m*将损伤量化提升了约13.1倍,因 此多阶IMF构造的损伤敏感分量可以获得更多的 损伤信息,进一步实现损伤信息的量化提升。



图 6 前 3 阶 IMF 构造样本的 MDC 值变化图



2.3 累积停止分析

笔者开发了损伤敏感分量的循环分析程序,将 IMF₂作为对象,设置初始*p*=1,每次循环*p*的增量 为1,超过阈值的面积(无量纲)达到0.95时累积停 止。10%损伤循环分析超过阈值的面积变化如图7 所示。不同*p*时无损伤与10%损伤的概率密度函数 如图8所示。



图 7 10% 损伤循环分析超过阈值的面积变化图

Fig.7 The area change above threshold for 10% damage case under cycle analysis

从图7可以看出,当p=76时,超过阈值的面积 达到了0.97,满足累积停止的要求。将图8(a)与 图8(b)对比可以看出,当p=76时2条概率密度函 数曲线之间的相交部分较少,已经能够较好地判断 结构损伤。

3 模型试验方法验证

笔者选取14#工字钢为试验对象进行方法验证,在工字钢底部切割裂缝模拟损伤,试验以结构的 应变信号作为原数据进行方法验证。

3.1 工字钢模型试验

工字钢长为2.3m,支座中心线间距为2.0m。 将计算跨径等分为6段,在中间5个截面梁底处各布 置2处应变测点,应变片编号设为S₁~S₁₀。采用正



Fig.8 Probability density function of no damage and 10% damage at different p

弦式激励,激励位置距跨中10 cm,采样频率为 50 Hz,采样时间为24 h。损伤工况1和损伤工况2 切割裂缝深度分别为5 mm和10 mm,每种损伤工况的采样频率和时间与无损状况相同。梁底应变片 布置,传感器及采集设备布置分别如图9,10所示。



图9 采瓜应文月卯直图(甲位:mm)

Fig.9 Strain gauge arrangement at the bottom of the beam(unit:mm)



图 10 传感器及采集设备布置

Fig.10 Sensor and acquisition equipment arrangement

3.2 构造损伤识别向量

利用损伤前后应变数据构造样本,取p=

10 000,不同测点损伤前后 MDC 值变化如图 11 所示。可以看出,各测点的马氏距离累积量均值在损伤后均出现了变化,距离损伤近的 S₃和 S₅测点变化均较为明显,远离损伤位置的测点 S₁和 S7处,MDC 值变化不明显。因此,选择 S₁测点提取损伤信息。

3.3 提取损伤敏感分量

利用 EMD 工具箱对 S₁测点的应变信号进行 EMD 分解,计算得到 S₁测点前 8 阶 IMF 能量变化 率如图 12 所示。可见,按照方法 1 选取 IMF₃作为 损伤敏感分量,按照方法 2 选取 IMF₄作为损伤敏



Fig.11 Changes of MDC values before and after damage at measurement points



(a) *S*,测点前8阶IMF相对能量变化率
 (a) Relative energy variation rate of first eight order IMF at point *S*₁



(b) Damage energy variation rate of first eight order IMF at point S₁ 图 12 S₁测点前 8 阶 IMF 能量变化率

Fig.12 Energy variation rate of first eight order IMF at point S_1

感分量。将这两阶 IMF 分别构造损伤识别向量, 取 $p=10\ 000$, IMF₃和 IMF₄的 MDC 值变化如图 13 所示。原信号和 IMF₃, IMF₄的 Δm 变化如图 14 所示。

从图 13,14 可以看出,IMF₃在 2 种工况下损伤 信息分别量化提升了约 3.4 倍和 3.6 倍;IMF₄在 2 种 工况下损伤信息分别量化提升了约 2.9 倍和 2.0 倍。 对比发现,将IMF₃作为损伤敏感分量可以得到更好的效果,因此选择方法1作为损伤敏感分量的选取 准则,这与数值模拟的结论相符合。

取相对能量变化率为正的第3,4,6,7阶 IMF 构造样本的 MDC 值变化如图 15 所示。可以看出,2种工况下损伤信息分别量化提升了约9.0 倍和7.6 倍。







Fig.14 Variation of Δm of the original signal, IMF₃ and IMF₄





3.4 损伤累积停止

以IMF₃为研究对象,代入循环分析程序,设置 初始*p*=100,每次循环*p*的增量设置为100,损伤敏 感分量累积面积变化如图16所示。2种工况下累积





上限时的概率密度函数如图17,18所示。









Fig.17 Probability density function at cumulative upper limit of damage condition 1









Fig.18 Probability density function at cumulative upper limit of damage condition 2

通过计算可得,当p=10500时,损伤工况1达到 累积目标,当p=5300时,损伤工况2达到累积目标。 可见,达到累积目标时的概率密度函数相交部分较 少,实现损伤信息"量的累积"和实现损伤识别"质的 提升"的目的,能够较准确地实现结构的损伤识别。

4 结 论

1) 损伤敏感分量的选取应当选择转移能量占 自身能量多的 IMF,能够避免损伤信息被掩盖,以 此作为损伤敏感分量构造的损伤识别向量,能够实 现比原信号更加有效的损伤信息的累积效果。

2)利用相对能量变化率为正的多阶 IMF 共同构 造损伤识别向量,能够进一步提取结构的损伤信息。

3)基于马氏距离累积量概率密度函数面积变 化作为累积停止准则可实现微小损伤的有效识别, 损伤后与原数据MDC值概率密度函数曲线相交部 分越少,损伤信息量化提升效果越明显。

参考文献

- [1] XIA Y, BO C, WENG S, et al. Temperature effect on vibration properties of civil structures: a literature review and case studies [J]. Journal of Civil Structural Health Monitoring, 2012, 2(1): 29-46.
- [2] HENG R B W, NOR M J M. Statistical analysis of sound and vibration signals for monitoring rolling element bearing condition [J]. Applied Acoustics, 1998, 53(1): 211-226.
- [3] BAYDAR N, BALL A. Detection of gear failures via vibration and acoustic signals using wavelet transform[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2003, 17(4): 787-804.
- [4] BEN A J, FNAIECH N, SAIDI L, et al. Application of empirical mode decomposition and artificial neural network for automatic bearing fault diagnosis based on vibration signals[J]. Applied Acoustics, 2015, 89: 16-27.
- [5] AMARNATH M, KRISHNA I R P. Local fault detection in helical gears via vibration and acoustic signals using EMD based statistical parameter analysis
 [J]. Measurement, 2014, 58: 154-164.
- [6] 陈闯,俞鹏,王银辉.基于马氏距离累积量和EMD的结构 损伤识别两步法[J].振动与冲击,2019,38(13):142-150.
 CHEN Chuang, YU Peng, WANG Yinhui. A twostep method for structural damage identification based on Mahalanobis distance accumulation and EMD [J].
 Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(13): 142-150.(in Chinese)
- [7] INTURI V, SABAREESH G R, SHARMA V. Integrated vibro-acoustic analysis and empirical mode decomposition for fault diagnosis of gears in a wind turbine [J]. Procedia Structural Integrity, 2019, 14: 937-944.
- [8] MOUSAVI M, TASKHIRI M S, HOLLOWAY D, et al. Feature extraction of wood-hole defects using

empirical mode decomposition of ultrasonic signals [J]. NDT & E International: Independent Nondestructive Testing and Evaluation, 2020, 114: 102282.

- [9] PINES D, SALVINO L. Structural health monitoring using empirical mode decomposition and the Hilbert phase
 [J]. Journal of Sound & Vibration, 2006, 294(1): 97-124.
- [10] GREŚ S, DÖHLER M, ANDERSEN P, et al. Subspace-based Mahalanobis damage detection robust to changes in excitation covariance [J]. Structural Control and Health Monitoring, 2021, 28(8): e2760.
- [11] YANEZ-BORJAS J J, MACHORRO-LOPEZ J M, CAMARENA-MARTINEZ D, et al. A new damage index based on statistical features, PCA, and Mahalanobis distance for detecting and locating cables loss in a cablestayed bridge [J]. International Journal of Structural Stability and Dynamics, 2021, 21(9): 2150127.
- [12] 俞鹏,彭卫,王银辉,等.基于马氏距离累积量的斜拉桥主梁损伤识别方法[J].科学技术与工程,2018,18(12):299-304
 YU Peng, PENG Wei, WANG Yinhui, et al. Structural damage detection for the main girder of cable-stayed bridges based on Mahalanobis distance cumulants [J]. Science Technology and Engineering, 2018, 18(12):299-304.(in Chinese)
- [13] CHEN C, WANG Y H, WANG T, et al. A Mahalanobis distance cumulant-based structural damage identification method with IMFs and fitting residual of SHM measurements [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2020, 2020(21): 1-17.
- [14] MAHALANOBIS P C. On the generalised distance in Statistics [J]. Proceedings of the National Institute of Sciences of India, 1936, 15(2):49-55.
- [15] HUANG N E, SHEN Z, LONG S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. Proceedings Mathematical Physical & Engineering Sciences, 1998, 454(1971): 903-995.
- [16] BENALI J, SAYADI M, Fnaiech F, et al. Importance of the fourth and fifth intrinsic mode functions for bearing fault diagnosis [C] //14th International Conference on Sciences and Techniques of Automatic Control & Amp. [S.l.]: Computer Engineering, 2013: 259-264.



第一作者简介:曹旭东,男,1996年10月 生,硕士生。主要研究方向为桥梁健康 监测和损伤识别等。 E-mail:2450278032@qq.com

通信作者简介:陈闯,1984年9月生,博 士、讲师、硕士生导师。主要研究方向为 桥梁健康监测和损伤识别等。 E-mail:chenchuang@nit.zju.edu.cn