

# 基于应变响应的结构动态载荷识别方法\*

郑国峰<sup>1,2</sup>, 陈柏先<sup>1</sup>, 陈文<sup>1</sup>, 赵树恩<sup>1</sup>, 肖攀<sup>2</sup>, 刘晓昂<sup>3</sup>

(1. 重庆交通大学机电与车辆工程学院 重庆, 400074)

(2. 中国汽车工程研究院股份有限公司 重庆, 401122)

(3. 河北工业大学机械工程学院 天津, 300401)

**摘要** 提出了基于结构应变响应的动态载荷识别方法。首先,开展结构动态响应理论分析,推导结构动态响应的应变表达,构建基于应变响应的动态载荷识别模型;其次,基于D-optimal算法,对应变响应采集所涉及的贴片数量和方位进行优化计算;然后,以方形悬臂薄板和汽车拖曳臂的动态载荷识别为例,分别进行正弦和随机载荷的识别,分析识别激励的误差来源;最后,采用Pearson相关系数和拟合系数,衡量识别载荷与原始载荷的相似程度和幅值差异情况。结果表明,方形薄板识别激励与原始激励吻合较好,拖曳臂识别激励与原始信号的波形基本保持一致,但幅值有一定的差异。

**关键词** 应变响应;载荷识别;应变采集;D-optimal算法  
**中图分类号** U467.1;TH139

## 引言

机械装备部件或结构的动态服役载荷获取可通过直接法和间接法实现。基于结构的传递特性,结合结构动力学反演模型,通过易于采集的结构响应信号来重构零部件动态激励的间接法已成为机械装备零部件服役载荷谱的重要获取方法<sup>[1]</sup>。

基于结构表面振动响应的激励识别得到国内外学者的广泛研究<sup>[2]</sup>。工程中,结构动态载荷反演方法主要有时域法、频域法和智能算法。按理论基础不同,频域法分为传递函数求逆<sup>[3]</sup>、传递函数正则化<sup>[4-5]</sup>和逆虚拟激励法等。传递函数求逆和传递函数正则化适用于确定性载荷识别,逆虚拟激励法适用于平稳随机动载荷。时域法分为基于模态空间变换与Duhamel积分展开法<sup>[6]</sup>、基于状态空间法<sup>[7]</sup>以及函数逼近法<sup>[8-9]</sup>等。智能算法包括遗传算法<sup>[10]</sup>、神经网络<sup>[11]</sup>以及改进粒子群算法<sup>[12]</sup>等。针对复杂非线性和不确定结构等问题,智能算法开辟了有效的反演途径。文献[13]研究了动态载荷反演,在提高算法效率和精度方面有所发展。但针对传感器的优化布置、响应信号的准确采集等影响激励识别的关键因素,鲜有研究报道。

笔者构建了基于结构应变响应的动态载荷识别模型。该方法通过便于测量的应变响应,结合系统的应变模态响应状态,实现动态载荷的识别。对贴片位置、数量和方向进行优化计算,获得用于高精度动态载荷识别的贴片位置和方向。采用Pearson相关系数和拟合系数,衡量识别载荷与原始载荷的相似程度和幅值差异情况,分析了识别过程的误差来源。将该方法运用到工程实际中,对方形悬臂薄板和汽车底盘结构拖曳臂的动态载荷进行识别。识别结果表明:方形薄板识别激励与原始激励吻合较好,拖曳臂识别激励与原始信号的波形基本保持一致,但幅值有一定的差异;导致幅值误差的主要原因是模态参与因子计算时采用了截断模态。

## 1 动态载荷识别方法

### 1.1 结构应变与激励力关系标定

在工程实际中,对结构简单或受力简单的部件,其服役过程中动态载荷一般采用贴片和标定的方法实现,即在表面粘贴应变片,加载已知力并输出结构表面的应变信号,建立应变与已知加载力的线性关系。利用线性关系将服役过程中采集到的应变信号

\* 国家自然科学基金资助项目(52072054);重庆市自然科学基金面上资助项目(CSTB2022NSCQ-MSX1266);中国博士后科学基金面上资助项目(2022M713438);重庆市教委科学技术研究计划资助项目(KJQN2021000713);重庆交通大学研究生科研创新资助项目(YYK202206)

收稿日期:2021-07-09;修回日期:2021-12-01

转换为力信号,即

$$\epsilon = AF \quad (1)$$

其中: $\epsilon$ 为结构表面的应变; $A$ 为标定系数矩阵; $F$ 为外部动态激励载荷。

动态激励载荷与贴片数不同时,标定矩阵为非方阵,此时应变转换为力信号,需要利用最小二乘法对服役过程中的动态激励进行计算<sup>[14-15]</sup>

$$F = (A^T A)^{-1} A^T \epsilon \quad (2)$$

测量的应变信号与期望值之间有一定的误差,且每个测量应变信号之间的标准差相对独立。动态激励载荷的计算误差<sup>[16-17]</sup>可表示为

$$\text{Err}(F) = \sigma^2 (A^T A)^{-1} \quad (3)$$

根据式(3)可知,若使动态激励载荷的计算误差越小,则要求 $(A^T A)^{-1}$ 越小,即 $A^T A$ 越大。由于 $A$ 与贴片位置有关,若使 $A^T A$ 越大,需要选定合适的应变测点,使标定系数矩阵的行列式最大化,此时该问题归结为D-optimal优化问题<sup>[14]</sup>。

## 1.2 结构动态响应

结构在运动过程中的振动与响应可利用有限元法将连续结构离散为具有 $n$ 个自由度的系统,在外部动态激励载荷 $F$ 作用下构建振动模型

$$M_{nn} \ddot{x}_n + C_{nn} \dot{x}_n + K_{nn} x_n = F_n \quad (4)$$

其中: $M_{nn}$ ,  $C_{nn}$ 和 $K_{nn}$ 分别为系统的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $\ddot{x}_n$ ,  $\dot{x}_n$ 和 $x_n$ 分别为单元的加速度、速度和位移信号。

将系统的位移响应转换到模态坐标系下

$$x_n = \phi_{nn} q_n \quad (5)$$

其中: $\phi_{nn}$ 为模态矩阵; $q_n$ 为模态参与因子。

将式(5)代入式(4),得到振动方程在模态坐标系下的表达式为

$$M_{nn} \phi_{nn} \ddot{q}_n + C_{nn} \phi_{nn} \dot{q}_n + K_{nn} \phi_{nn} q_n = F_n \quad (6)$$

## 1.3 基于应变响应的动态载荷识别

基于有限元理论,连续结构体单元内任一点的应变 $\epsilon$ 与单元节点位移 $x$ 满足以下关系<sup>[16]</sup>

$$\epsilon = Bx \quad (7)$$

其中: $B$ 为应变矩阵,是单元形函数对坐标求导后得到的矩阵。

基于结构振动方程,通过式(5)和式(7)获得运动过程中结构的 $m$ 个单元( $m=n/6$ )的应变响应,即

$$\epsilon_m = B_{mn} x_n = B_{mn} \phi_{nn} q_n = \psi_{mn} q_n \quad (8)$$

其中: $\psi_{mn}$ 为系统的应变模态矩阵。

$\psi_{mn} = B_{mn} \phi_{nn}$ 是系统各阶模态响应下的应变表达,为系统固有属性,通过试验或模态分析获得。根据式(8)可知,在某时刻结构上一点的应变响应可表示为该点处各阶应变模态的线性组合。

对于连续系统,当结构形式确定后,应变模态矩阵即可确定。结构的应变响应可通过应变片测量获取。系统在振动过程中的模态参与因子为

$$q_n = (\psi_{mn}^T \psi_{mn})^{-1} \psi_{mn}^T \epsilon_m \quad (9)$$

在工程实际中,保留足够的模态阶数能准确识别出外部动态载荷。一般选取较低阶应变模态矩阵 $\psi_{mn}$ 求解模态因子,保留的模态阶次以模态参与因子至少占整体的95%为标准<sup>[14]</sup>。选取前 $k$ 阶截断应变模态矩阵 $\tilde{\psi}_{mk}$ ,得到模态参与因子为

$$\tilde{q}_k = (\tilde{\psi}_{mk}^T \tilde{\psi}_{mk})^{-1} \tilde{\psi}_{mk}^T \epsilon_m \quad (10)$$

结合应变片采集的应变响应 $\epsilon_m$ ,通过式(5)求得系统在前 $k$ 阶模态参与条件下的位移响应。通过数值求导得到相应速度和加速度响应,并结合式(6)对结构受到的动态载荷进行识别。

## 1.4 应变测点及方位的优化计算

### 1.4.1 应变测量及坐标转换

计算系统模态参与因子时,要求分别进行系统应变模态矩阵识别和结构表面的应变采集。系统的应变模态矩阵一般通过有限元法获取,结构表面的应变采集通过贴片获取。当布置的测点越多,获得的模态参与因子就越准确。需要考虑结构各阶振动响应,采集应变模态矩阵敏感点,才能准确识别动态加载力信号,并要求应变个数必须大于或等于截断应变模态的阶数,使模态参与因子的计算为超定问题。

由于应变测试只能在结构表面进行,因此采用有限元法对结构进行模态响应分析。获取结构表面的应变响应时,二维壳单元将提取单元形心处的应变,三维实体单元则在表面覆盖壳单元,通过共节点处理后提取壳单元形心处的应变。

系统应变模态矩阵 $\tilde{\psi}_{mk}$ 中的行表示单元个数,列代表模态响应的阶次,元素为应变张量。由于单轴应变片只对轴向的应变敏感,因此随着测量角度的不同,测得的应变也不同。将所有单元在每个阶次下的应变张量进行坐标转换

$$\epsilon_{x'y'z'} = T \epsilon_{xyz} T^T \quad (11)$$

其中: $T$ 为坐标转换矩阵。

二维壳单元的单元坐标系仅涉及绕 $z$ 轴的旋转

变换,此时坐标转换矩阵可表示为

$$T = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中: $\theta$ 为变换角度,变化范围为 $0^\circ \sim 180^\circ$ 。

考虑到计算效率等问题,设置变换角度的增量为 $10^\circ$ ,共18个增量。通过式(11)获取每个模态阶次下所有单元在 $0^\circ \sim 180^\circ$ 的应变张量。每个单元的应变张量记为 $\epsilon_{ij}^l$ ,其中:上标 $l=1, 2, \dots, m$ ,为单元个数; $i=1, 2, \dots, k$ ,为截断模态的阶次; $j=0^\circ, 10^\circ, \dots, 170^\circ$ ,为应变的坐标变换角度。在18个坐标转换角度下,所有单元的应变张量组成系统的应变模态集 $\tilde{\psi}_{mk}^{CS} = \{\epsilon_{ij}^l\}$ 。

$$\begin{cases} \max(|\tilde{\psi}^T \tilde{\psi}|) \\ \tilde{\psi} \in \{\epsilon_{ij}^l\} \quad (i=1, 2, \dots, k; j=0^\circ, 10^\circ, \dots, 170^\circ; l=1, 2, \dots, m) \\ \text{s.t.} \quad l=g, g \geq k \end{cases} \quad (14)$$

上述优化问题的具体步骤<sup>[18]</sup>如下。

1) 在应变模态集中寻找 $g$ 个点的应变粘贴位置和 $0^\circ$ 方向构成初始矩阵 $\tilde{\psi}$ 。

2) 在剩余应变模态集中寻找一个点及某个角度方向,将相应列向量增加到初始矩阵的最后一列,使增加后的矩阵行列式 $|\tilde{\psi}_+^T \tilde{\psi}_+|$ 值最大。其中: $\tilde{\psi}_+$ 为由 $g$ 列矩阵增加一列产生的 $g+1$ 列矩阵。

3) 去掉矩阵 $\tilde{\psi}_+$ 中的一列(不含新增的第 $g+1$ 列),使行列式 $|\tilde{\psi}_-^T \tilde{\psi}_-|$ 值最大。其中: $\tilde{\psi}_-$ 为 $\tilde{\psi}_+$ 中去掉一列后产生的新的 $g$ 列矩阵。

4) 循环步骤2和3,在 $g$ 个矩阵中不断地增加和减少列,直至行列式 $|\tilde{\psi}^T \tilde{\psi}|$ 最大,得到最佳的贴片位置和贴片角度。

## 1.5 动态载荷识别流程

动态载荷识别流程主要包含以下步骤。

1) 结构有限元分析。在Abaqus软件中对结构进行网格划分和约束模态分析,获取结构应变模态矩阵 $\psi_{mn}$ 。利用输出刚度和质量矩阵的插件,导出模型单元及全局的质量、刚度和载荷矩阵,及结构应变模态矩阵,并自动转换成Matlab矩阵。

2) 确定截断模态阶次。根据模态分析结果,基于保留的模态数量以模态参与因子至少占整体95%的原则,确定截断模态的阶次。

3) 计算最优贴片位置和贴片方向。在Matlab软件中对应变张量进行坐标转换,形成在不同坐标

### 1.4.2 应变数量及测试方向优化

根据式(10),利用截断应变模态矩阵计算模态参与因子,其与期望值有一定的误差。模态参与因子的计算误差表达式为

$$\text{Err}(\tilde{q}_k) = \sigma^2 (\tilde{\psi}_{mk}^T \tilde{\psi}_{mk})^{-1} \quad (13)$$

其中: $\sigma$ 为应变测量信号的标准差。

模态参与因子的误差越小,要求 $(\tilde{\psi}_{mk}^T \tilde{\psi}_{mk})^{-1}$ 越小,即行列式 $|\tilde{\psi}_{mk}^T \tilde{\psi}_{mk}|$ 越大。其中,截断应变模态矩阵 $\tilde{\psi}_{mk}$ 在应变模态集 $\tilde{\psi}_{mk}^{CS} = \{\epsilon_{ij}^l\}$ 中选择。

基于模态参与因子的误差分析,寻找贴片位置和贴片方向可归纳为数学问题:在截断应变模态集 $\tilde{\psi}_{mk}^{CS}$ 中,寻找 $g$ 个贴片位置( $g \geq k$ )及其最佳感应方位,使行列式 $|\tilde{\psi}^T \tilde{\psi}|$ 最大,即

转换角度下,所有单元应变张量组成的截断应变模态集 $\tilde{\psi}_{mk}^{CS}$ 。采用D-optimal算法,在截断应变模态集中同时寻找 $g$ 个贴片位置和贴片最佳方位,使行列式 $|\tilde{\psi}_{mk}^T \tilde{\psi}_{mk}|$ 最大。贴片位置和方向确认后,同时也确定结构的截断应变模态矩阵 $\tilde{\psi}_{mk}$ 。

4) 截断模态参与因子计算。对结构进行无阻尼瞬态响应分析,根据确定的贴片位置和方位,输出相应的应变数据 $\epsilon_m$ (视为测试应变数据)。根据截断应变模态矩阵,计算截断模态参与因子。

5) 动态载荷识别。根据式(10)得到的截断模态参与因子,结合式(5)计算结构的位移响应,通过求导获得速度和加速度响应,并将结果代入式(4),即可对动态载荷进行识别。

## 2 平面薄板动态载荷识别的仿真实验

笔者以 $100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm} \times 2 \text{ mm}$ 方形悬臂薄板为例进行动态载荷识别。采用正弦和随机载荷对薄板进行激励,基于薄板模态应变响应,运用笔者提出的动态载荷识别方法对载荷进行识别。

对平面薄板结构进行网格划分,形成 $20 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}$ 的离散结构单元,得到结构单元数 $m=25$ ,自由度 $n=150$ 。首先,进行约束模态分析,获取结构的应变模态矩阵;其次,基于方形薄板的约束模态分析和瞬态响应分析结果,在正弦信号 $F(t) = 200 \sin(30t)$ 和随机载荷激励的作用下,得到方形薄板在外部激励

作用下前10阶模态参与因子,如表1所示。

在2种激励作用下,前5阶的模态参与因子分别占整体的95.14%和95.27%,符合高于95%的要

表1 方形薄板在外部激励作用下前10阶模态参与因子  
Tab.1 First ten modal participation factors of square thin plate under external excitation

阶次	正弦载荷		随机载荷	
	模态参与因子	百分比/%	模态参与因子	百分比/%
1	4.81	73.10	2.46	72.78
2	-1.24	18.84	-0.65	19.23
3	0.11	1.67	0.06	1.78
4	0.04	0.61	0.02	0.59
5	0.06	0.91	0.03	0.89
6	0.03	0.46	0.01	0.30
7	0.06	0.91	0.03	0.89
8	0.01	0.15	0.01	0.30
9	0.02	0.30	0.01	0.30
10	-0.20	3.04	-0.10	2.96

求,因此截断模态阶次至少为5阶。

## 2.1 正弦信号的识别结果与分析

确定截断模态的阶次后,将应变模态在Matlab中进行坐标转换,采用D-optimal优化算法确定贴片的数量和方向。为确定截断模态阶次对贴片数量及动态载荷识别结果的影响,计算分析了截断模态为5~10阶的贴片位置、数量和方向,以及动态载荷识别的情况。

图1为不同截断模态下薄板贴片位置及贴片方位示意图。图中,方形薄板被划分为25个单元,左上角数值表示每个单元的编号,载荷垂直作用于薄板的右下角处,单元中心的短黑线表示应变片。各阶截断模态下,水平短黑线表示应变片粘贴方向与x轴的夹角为 $0^\circ$ ,斜短黑线表示应变片粘贴方向与x轴的夹角为 $80^\circ$ 。

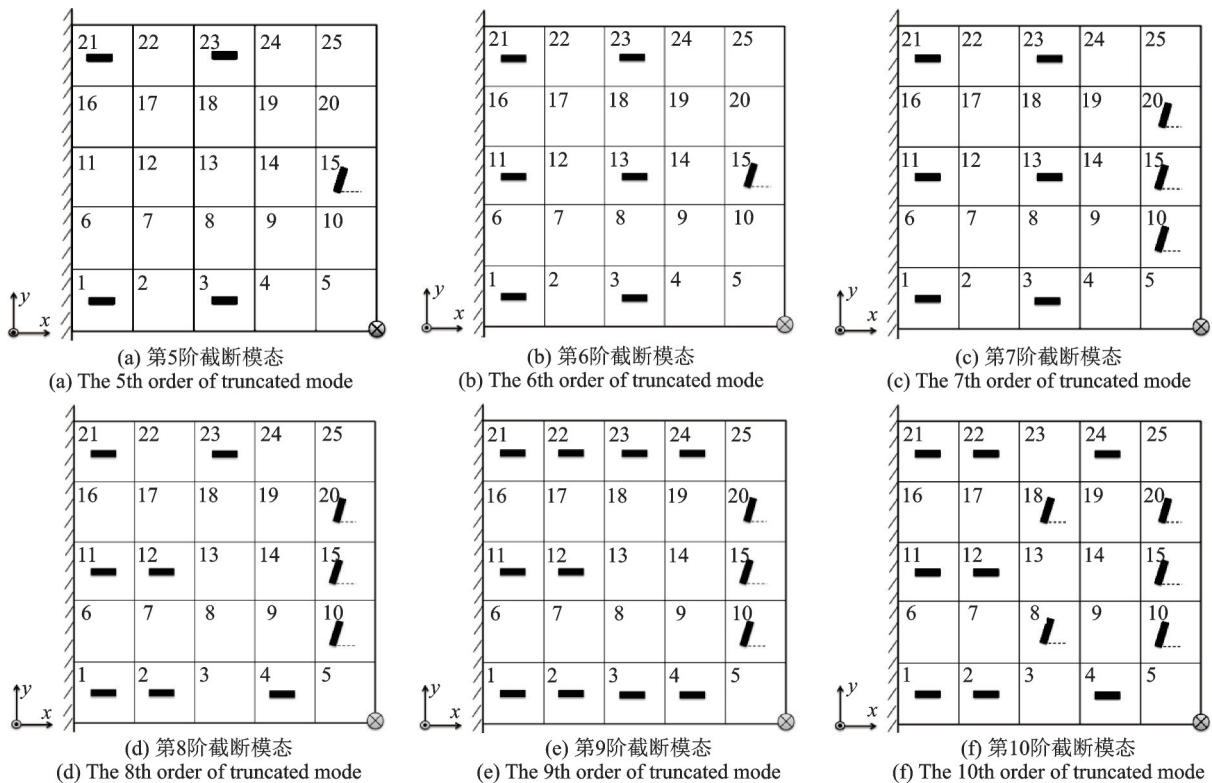


图1 不同截断模态下薄板贴片位置及贴片方位示意图

Fig.1 Schematic diagram of position and orientation of strain gauge attach to thin plate under different order truncated modes

按照图1的形式对方形薄板进行贴片,采集其应变响应,采样频率为0.1,0.2,0.5,1.0和2.0 kHz。基于应变响应对动态载荷进行识别,得到薄板在不同阶次截断模态下不同应变采样率的动态载荷识别结果,如图2所示。可见,不同应变采样频率下识别载荷与原始载荷的吻合度不同。

采用Pearson相关系数衡量识别载荷与原始载荷之间的吻合度,Pearson相关系数<sup>[19]</sup>定义为

$$r = \frac{M \sum_{i=1}^M x_i y_i - \sum_{i=1}^M x_i \sum_{i=1}^M y_i}{\sqrt{M \sum_{i=1}^M x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^M x_i \right)^2} \sqrt{M \sum_{i=1}^M y_i^2 - \left( \sum_{i=1}^M y_i \right)^2}} \quad (15)$$

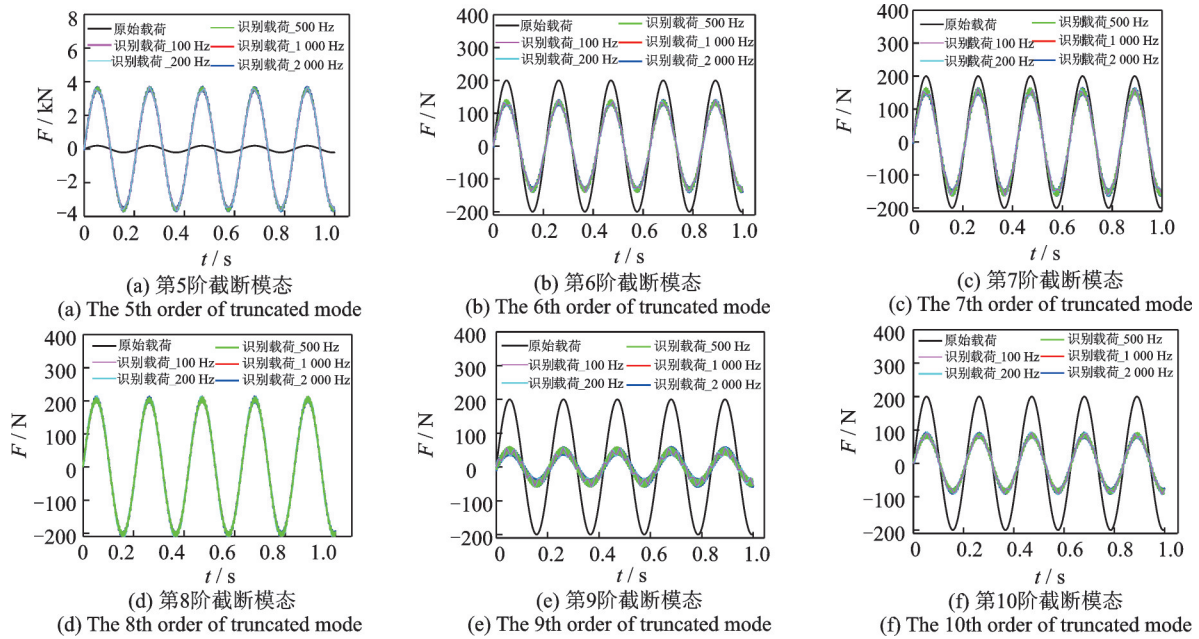


图2 薄板在不同阶次截断模式下不同应变采样率的动态载荷识别结果

Fig.2 Dynamic load identification results of thin plate under different order truncated modes and different strain sampling rates

其中: $x$ 为原始载荷信号,其数据记为 $x_i, i=1, 2, \dots, M$ ;  $M$ 为原始载荷的数据总数; $y$ 为识别载荷,其数据记为 $y_i, i=1, 2, \dots, M$ 。

表2为不同采样率下识别载荷与原始载荷 Pearson 相关系数。可见,随着采样率的增大,识别载荷与原始载荷的相关系数变大。

对识别载荷与原始载荷进行拟合,设拟合截距为0。拟合得到曲线与 $y=x$ 越接近且相关系数越大,则说明2条曲线的波形越相似。拟合系数与1的差异越大,表示信号的幅值差异越大,差异的程度以拟合系数为倍数。不同应变采样率下识别载荷与原始载荷拟合系数如表3所示。

图3为不同截断模式下相关系数变化趋势,根据图3得到以下结论。

1) 应变采样率从0.1 kHz增加到0.5 kHz的过程中,相关系数的变化趋势较大;当采样频率达到0.5 kHz后,相关系数的变化趋势较为缓和,除了采用第9阶截断模式进行识别的载荷以外,其余阶次识别出的动态载荷与原始载荷的吻合度均达到0.98以上。

2) 在相同应变信号采样频率的情况下,第9阶截断模式比其他阶次模式得到的相关系数小。基于薄板有限元模态分析结果可知,在该阶段模式下,有多个应变片安装在振型节点上,导致测量结果较小,从而使载荷识别精度低。

根据图2,3和表2,3得到以下结论。

表2 不同采样率下识别载荷与原始载荷 Pearson 相关系数

Tab.2 Pearson coefficient between identification load and original load with different strain sampling rate

截断模式 阶次	采样率/kHz				
	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0
5	0.911 8	0.976 2	0.995 0	0.997 7	0.998 4
6	0.909 7	0.973 8	0.992 6	0.995 3	0.996 0
7	0.909 0	0.973 1	0.992 2	0.994 8	0.995 5
8	0.911 8	0.976 0	0.994 5	0.997 1	0.997 8
9	0.853 4	0.911 9	0.938 1	0.940 6	0.987 3
10	0.905 7	0.969 3	0.987 4	0.990 0	0.990 7

表3 不同应变采样率下识别载荷与原始载荷拟合系数

Tab.3 Fit coefficients between identification load and original load with different strain sampling rate

截断模式 阶次	采样率/kHz				
	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0
5	17.133 0	17.624 0	17.868 0	17.891 0	17.893 0
6	0.635 9	0.652 9	0.663 4	0.663 9	0.663 9
7	0.735 3	0.754 7	0.769 2	0.769 8	0.769 9
8	0.991 5	1.022 7	1.022 1	1.022 3	1.022 0
9	0.220 2	0.224 2	0.236 8	0.237 1	0.234 8
10	0.410 6	0.424 5	0.419 3	0.419 5	0.419 2

1) 应变采集信号的采样率越高,识别得到的载荷精度越高,但此时识别载荷的噪声严重,需要对识别载荷进行滤波处理。

2) 根据图2可知,第8阶截断模式对应识别载

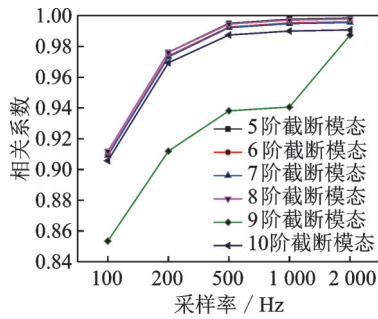


图3 不同截断模态下相关系数变化趋势

Fig.3 The variation of Pearson correlation coefficient under different truncation modes

荷的幅值与原始载荷吻合较好,其余截断模态阶次下的识别载荷与原始载荷的幅值差异较大。表3的拟合系数进一步验证了上述结论,在不同应变采样率下,第8阶截断模态的拟合系数与1最接近,其他截断模态阶次下识别载荷与原始载荷之间的拟合系数差异较大。

3) 随着截断模态阶次的增加,贴片数量也随之增加。在实际工程应用中,贴片数量越多,给采集带来的难度越大,同时也会带来采集误差。

综上可知,采用第8阶截断模态对动态载荷进行识别,应变信号采样率为0.5 kHz时,得到的识别载荷与原始载荷吻合较好。

## 2.2 随机载荷的识别结果与分析

图4为随机动态载荷识别结果。由图4可知,识别载荷与原始载荷的波形基本吻合,但识别载荷具有较多高频的毛刺信号。对识别载荷进行6 Hz的低通滤波,得到较为光滑的识别载荷,且识别载荷与原始载荷之间的Pearson相关系数为0.997 3,拟合系数为1.02,表明经过滤波后的识别载荷与原始信号基本保持一致。可见,笔者提出的方法适用于随机载荷。

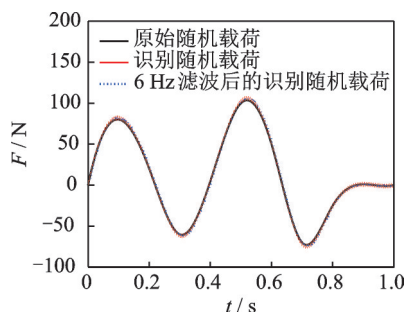


图4 随机动态载荷识别结果

Fig.4 Identification results of random excitation load spectrum

## 3 工程应用

### 3.1 基于拖曳臂应变响应的动态载荷识别

以某汽车底盘拖曳臂为例,基于力传感器的力载荷采集方法对结构进行改制。改制后拖曳臂的刚度随之改变,采集的力载荷与实际运行过程中的力载荷有一定误差。通过粘贴应变片进行载荷采集,但在结构表面粘贴应变片,并没改变结构的形式和刚度。因此,采集得到的应变响应为真实载荷,基于应变响应识别出的动态力载荷能真实表达运行过程中的受力情况。

对拖曳臂进行离散化,采用三角形和四边形混合单元进行网格划分,共1 017个单元。图5为拖曳臂有限元模型及约束示意图。



图5 拖曳臂有限元模型及约束示意图

Fig.5 FEM and constraint diagram of trailing arm

衬套中心受到 $F(t)$ 的随机载荷,另外一端固定约束在底盘结构上。将基于结构应变响应的载荷识别方法运用到拖曳臂的载荷识别上,基本流程与薄板动态载荷识别流程相同。拖曳臂单元数量较多,应变模态结果的输出需要采用Python对模态分析结果 .odb 文件进行读取,将应变结果输出到 .txt 文件中,再导入 Matlab 中进行相关计算。

将拖曳臂结构的质量矩阵和刚度矩阵导出后,在 Matlab 中对相关单元矩阵的行和列添加约束,计算结构的固有频率,并与有限元结果进行对比,验证计算的准确性。根据模态分析结果,保留的模态数量以模态参与因子至少占整体的95%的原则,确定截断模态的阶次为15阶。基于设定的模态截断阶次,采用D-optimal算法对贴片的数量、位置的角度进行计算。优化计算得到贴片的个数为26。拖曳臂应变贴片位置及角度如表4所示。

单元的局部坐标与单元的节点顺序相关,单元顺序的方向决定了单元局部坐标的法线方向( $z$ 轴),单元局部坐标 $x$ 方向为全局坐标的 $x$ 向沿面上投影方向,单元的局部坐标 $y$ 方向根据右手法则确定。根据表4和拖曳臂的单元节点信息,可以确定应变片粘贴位置和方向。

表4 拖曳臂应变贴片位置及角度

Tab.4 Position and direction of strain gauges attached to trailing arm

角度/(°)	单元	角度/(°)	单元
10	397,783	90	657
20	23	100	100,468,642,795,891
30	—	110	295
40	893,959	120	437,468,552,850
50	549,970	130	913
60	525	150	265,344,891,974
70	504,557	160	—
80	—	170	—

将随机载荷加载到拖曳臂衬套中心处进行模态动态响应分析。根据表4的贴片方式,在拖曳臂表面设置相应的监控点,采集随机载荷作用下的应变响应。为提高载荷识别精度,采样频率设为500 Hz。图6为拖曳臂动态随机载荷识别结果。

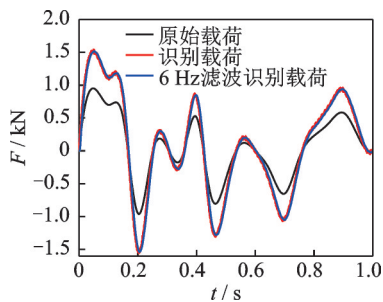


图6 拖曳臂动态随机载荷识别结果

Fig.6 Identification results of load spectrum of trailing arm

### 3.2 结果误差分析

为提高载荷识别的精度,对识别结果进行6 Hz滤波,得到更为光滑的识别载荷。对比原始载荷与识别载荷,拖曳臂的识别载荷结果与原始载荷之间的Pearson相关系数为0.993 0,拟合系数为1.59。这表明识别载荷与原始载荷的波形基本保持一致,但幅值为原始载荷的1.59倍,具有一定的误差。造成误差的主要原因如下。

1) 由于模态截断的引入,给拖曳臂的动态载荷识别带来主要误差。拖曳臂结构选择第15阶用于动态载荷识别,导致模态截断给载荷识别带来较大误差,但该误差可通过模态降阶消除。

2) 拖曳臂固有频率与分析固有频率的误差随着模态阶次的增加而增加,因此固有振型将产生相应的误差,从而基于固有振型和模态参与因子的位移计算、速度和加速度计算都将产生误差,导致最终

的动态载荷识别的误差,该误差为次要误差。

3) 拖曳臂表面应变采集的采样率会影响载荷识别精度。应变响应的采样率越高,得到的识别载荷精度越高。采样率越高,一方面造成识别载荷中噪声严重,另一方面还会影响计算效率。由于采样率的差异导致的识别载荷误差为次要误差。

4) 载荷识别需要所有单元的位移、速度和加速度信号,利用位移求导得到速度和加速度,此过程将产生误差,该误差为次要误差。

5) 实际工程运用时,贴片方位以及应变采集的精度对载荷识别结果产生较大影响。应变贴片方位可通过三坐标测量仪实现高精度定位,应变粘贴严格按照传感器制作工艺进行,可以在一定程度上提高载荷识别的精度。

## 4 结论

1) 笔者提出的方法在选择合适的截断模态阶次、贴片位置、数量和方位后,可准确识别出结构受到的外部动态载荷。

2) 识别得到的载荷与原始载荷之间的差异可通过Pearson相关系数和拟合系数来衡量。其中:Pearson相关系数用于衡量2个信号波形的相似程度;拟合系数用于衡量信号的幅值差异程度。

3) 识别精度受众多因素影响,主要有截断模态的阶次、结构表面的应变响应采样率、贴片位置、方向和数量等。

4) 考虑到应变粘贴给动态载荷识别精度带来的影响,实际工程中的应变方位采用三坐标测量仪进行定位,应变粘贴采用传感器制作工艺进行。

## 参 考 文 献

- [1] 毛玉明,林剑锋,刘靖华,等. 动载荷反演分析技术研究综述[J]. 动力学与控制学报, 2014, 12(2):97-104. MAO Yuming, LIN Jianfeng, LIU Jinghua, et al. Recent advances of dynamic force estimation techniques[J]. Journal of Dynamic and Control, 2014, 12(2):97-104. (in Chinese)
- [2] 杨智春,贾有. 动态载荷的识别方法[J]. 力学进展, 2015, 45:29-54. YANG Zhichun, JIA You. The identification of dynamic loads[J]. Advances in Mechanics, 2015, 45: 29-54. (in Chinese)
- [3] JIA Y, YANG Z C, SONG Q Z. Experimental study of random dynamic loads identification based on weighted regularization method[J]. Journal of Sound

- and Vibration, 2015, 342:113-123.
- [4] PAN C D, YE X J, ZHOU J Y, et al. Matrix regularization-based method for large-scale inverse problem of force identification[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 140:106698.
- [5] CHEN Z, CHAN T H T, YU L. Comparison of regularization methods for moving force identification with ill-posed problems[J]. Journal of Sound and Vibration, 2020, 478:115349.
- [6] SANCHEZ J, BENAROYA H. Review of force reconstruction techniques[J]. Journal of Sound and Vibration, 2014, 333(14): 2999-3018.
- [7] MAO Y M, GUO X L, ZHAO Y. A state space force identification method based on Markov parameters precise computation and regularization technique[J]. Journal of Sound and Vibration, 2010, 329: 3008-3019.
- [8] HE W Y, WANG Y, REN W X. Dynamic force identification based on composite trigonometric wavelet shape function[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 141:106493.
- [9] LIU J, SUN X S, JIANG C, et al. A novel computational inverse technique for load identification using the shape function method of moving least square fitting[J]. Computer and Structures, 2014, 144: 127-137.
- [10] ALI R V, NOZAR A. Dynamic moving load identification of laminated composite beams using a hybrid FE-TMDQ-Gas method[J]. Inverse Problems in Science and Engineering, 2017, 25(11):1639-1652.
- [11] ZHOU J M, DONG L L, GUAN W. Impact load identification of nonlinear structures using deep recurrent neural network[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 133:106292.
- [12] 谢兵, 谢博群, 张猛, 等. 基于粒子群的改进智能算法在载荷识别中的应用[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2019, 50(2): 343-349.  
XIE Bing, XIE Boqun, ZHANG Meng, et al. Application of improved intelligent algorithm based on particle swarm in load identification[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2019, 50(2): 343-349. (in Chinese)
- [13] NAETS F, CUADRADO J, DESMET W. Stable force identification in structural dynamics using Kalman filtering and dummy-measurements[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2015(50/51):235-248.
- [14] DEEPAK K G, ANOOP K D. Input load identification technology of dynamic load distributed on the structure[J]. Journal of Vibration Engineering, 2006, 19(1):81-85.
- [15] JIANG X Q, HU H Y. Reconstruction of distribution dynamic loads on an Euler beam via mode-selection and consistent spatial expression[J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 316:122-136.
- [16] 文祥荣, 缪龙秀. 由实测应变响应识别结构动态载荷[J]. 铁道学报, 2000, 22(6):36-39.  
WEN Xiangrong, MIAO Longxiu. Identification of structure dynamic load from measured strain response[J]. Journal of the China Railway Society, 2000, 22(6):36-39. (in Chinese)
- [17] MASROOR S A, ZACHARY L W. Designing an all-purpose force transducer[J]. Experiment Mechanical, 1990, 31(1):33-35.
- [18] 胡伟钢, 刘志明, 王曦, 等. 基于实测应变法人时域模态参与因子识别研究[J]. 铁道学报, 2018, 40(20): 45-51.  
HU Weigang, LIU Zhiming, WANG Xi, et al. Time-domain identification method of modal participation factor based on measured strains[J]. Journal of the China Railway Society, 2018, 40(20): 45-51. (in Chinese)
- [19] 郑国峰, 肖攀, 刘晓昂, 等. 基于多参数特征保留的载荷谱加速耐久性编辑[J]. 振动、测试与诊断, 2020, 40(1): 107-114.  
ZHENG Guofeng, XIAO Pan, LIU Xiaoang, et al. The durability load spectrum edition method based on multi-parameter indexes for automotive parts[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2020, 40(1): 107-114. (in Chinese)



**第一作者简介:**郑国峰,男,1989年8月月生,博士、讲师、硕士生导师。主要研究方向为汽车零部件动态激励识别、载荷谱加速耐久性、用户关联及零部件耐久可靠性分析等。

E-mail: zhengguofeng1989@163.com

**通信作者简介:**赵树恩,男,1972年3月生,博士、教授、硕士生导师。主要研究方向为智能车辆自动驾驶行为、车辆系统动力学及控制、车辆电气与电子控制技术、车辆现代设计理论与方法等。

E-mail: zse0916@163.com