

# 震损钢混柱的裂缝宽度计算理论及性能分析\*

程时涛, 何浩祥, 吴山, 陈易飞

(北京工业大学工程抗震与结构诊治北京市重点实验室 北京, 100124)

**摘要** 针对目前裂缝宽度在计算和测量中存在的不足, 提出基于黏结滑移理论的斜裂缝宽度计算方法。针对实际在役构件所受荷载不能确定和裂缝宽度无法准确计算的局限, 提出分别根据弯曲变形量和剪切变形量计算钢筋混凝土柱的横向裂缝和斜裂缝宽度的计算方法和流程。在此基础上, 考虑地震下钢筋混凝土柱受压弯剪共同作用的真实状态, 建立位移与裂缝宽度的理论关系, 提出根据水平总位移计算最大裂缝宽度的方法和流程。试验分析表明, 在压弯剪复合受力状态下, 根据所提方法计算钢筋混凝土柱的最大裂缝宽度具有较高的准确性, 能够反映裂缝宽度随位移增长的动态演变过程, 且可根据横向裂缝以及斜裂缝的数值比例判断钢筋混凝土柱的破坏模式。

**关键词** 裂缝宽度; 斜裂缝; 横向裂缝; 钢筋混凝土柱; 震损评估; 压弯剪作用  
**中图分类号** TU375; TH11

## 引言

工程结构在地震作用下发生损伤或破坏<sup>[1]</sup>, 震后对结构或构件进行震损评估, 可为制定修复方案提供有效指导。裂缝是评价实际构件和结构损伤程度最直观的参数。文献[2]给出了不同裂缝宽度等级应采取的修复加固措施。钢筋混凝土构件裂缝宽度计算方法主要涉及横向裂缝和斜裂缝两方面。与横向裂缝不同, 斜裂缝的产生机理复杂, 目前的计算方法<sup>[3-4]</sup>存在缺乏理论支撑和计算偏差较大等不足, 因此有必要提出一种具有较强理论基础且精度较高的斜裂缝宽度计算方法。

将荷载作为中间变量, 建立位移与裂缝宽度的联系, 可为解决非确定荷载条件下的裂缝宽度计算和损伤评价提供有效途径。目前, 对压弯剪复合受力状态下构件最大裂缝宽度的计算尚未进行深入研究。因此, 建立压弯剪状态下钢筋混凝土柱的位移与裂缝的关系, 探讨其破坏模式与横向裂缝、斜裂缝的内在关联是亟需攻克的关键问题。

笔者针对斜裂缝宽度计算方法的不足, 以黏结滑移理论为基础提出斜裂缝宽度的理论计算方法。同时, 考虑钢筋混凝土柱所受外荷载不确定性的条件, 提出根据弯曲变形量、剪切变形量计算横向裂缝宽度、斜裂缝宽度的计算方法, 进而建立位移与裂缝宽度的联系。在此基础上, 给出在压弯剪复合受力状态下根据钢筋混凝土柱的水平总位移计算最大裂

缝宽度的方法。

## 1 斜裂缝宽度计算方法

在复杂荷载下, 斜裂缝作为裂缝的重要组成部分可直接表征构件性能。然而, 我国相关规范<sup>[5]</sup>并未直接给出斜裂缝宽度的计算方法, 而是通过控制满足正常使用状态要求的抗剪承载力来间接限制斜裂缝宽度。笔者以黏结滑移理论为基础, 考虑混凝土抗剪承载力退化、剪跨比和配箍率等因素的影响, 提出具有较强理论基础的斜裂缝宽度计算方法。

斜裂缝的产生和发展与混凝土强度、配箍率等因素有关。笔者将文献[3, 6-7]和本研究提出的斜裂缝宽度计算方法进行了比较。表 1 为最大斜裂缝宽度计算公式考虑因素对比。可以看出, 文献[3, 6-7]提出的方法考虑的因素各有侧重, 均不能全面反映各种因素的影响。本研究所提方法考虑因素相对全面, 能反映不同因素对斜裂缝宽度的影响。

黏结滑移理论认为, 裂缝的开展是由于钢筋与混凝土的变形不协调而产生相对滑移导致的, 其宽度取决于相邻裂缝间距内钢筋与混凝土的变形差。当裂缝出现后, 由钢筋主要承担拉应力。在相邻裂缝间, 钢筋将拉应力部分传递给混凝土。由于通过黏结应力传递给混凝土的应力不会超过混凝土抗拉强度, 因此在该段内不会产生新裂缝。在计算钢筋混凝土构件的抗剪承载力  $V_s$  时, 主要考虑混凝土及

\* 国家重点研发计划资助项目(2017YFC1500603, 2017YFC1500604); 国家自然科学基金资助项目(51878017)  
收稿日期: 2021-06-07; 修回日期: 2021-08-24

表1 最大斜裂缝宽度计算公式考虑因素对比

Tab.1 Comparison of factors considered in calculation methods for diagonal crack widths

| 计算方法  | 公式类别 | 纵筋配筋率 | 混凝土抗剪承载力退化 | 混凝土抗拉强度 | 剪跨比 | 配箍率 | 箍筋表面形状 | 箍筋配置角度 | 斜裂缝开展角度 |
|-------|------|-------|------------|---------|-----|-----|--------|--------|---------|
| 文献[3] | 经验公式 | √     | ×          | √       | √   | √   | ×      | √      | ×       |
| 文献[6] | 经验公式 | √     | ×          | √       | √   | √   | ×      | ×      | ×       |
| 文献[7] | 经验公式 | ×     | ×          | ×       | ×   | √   | √      | ×      | ×       |
| 本研究   | 理论公式 | ×     | √          | √       | √   | √   | √      | √      | √       |

腹筋的贡献,其计算公式为

$$V_{cs} = V_c + V_s \quad (1)$$

其中: $V_c$ 和 $V_s$ 分别为混凝土和腹筋的抗剪承载力。

根据文献[5],混凝土抗剪承载力为

$$V_c = \alpha_c f_t b h_0 \quad (2)$$

其中: $\alpha_c$ 为待定系数,在均布荷载作用下 $\alpha_c=0.7$ ,在集中荷载作用下 $\alpha_c=1.75/(\lambda+1)$ ; $\lambda$ 为构件的剪跨比,当 $\lambda \leq 1.5$ 时,取 $\lambda=1.5$ ,当 $1.5 < \lambda < 3$ 时,取 $\lambda$ 的实际值,当 $\lambda \geq 3$ 时,取 $\lambda=3$ ; $f_t$ 为混凝土的抗拉强度; $b$ 为截面宽度; $h_0$ 为截面有效高度。

由文献[3]可知,在斜裂缝出现后,穿过斜裂缝区段的箍筋变形迅速增大,在斜裂缝产生前作用在钢筋混凝土构件上的剪力绝大部分由混凝土承担。因此,假定当钢筋混凝土构件所受剪力 $V < V_c$ 时,构件未产生斜裂缝,构件所受剪力全部由混凝土承担;当构件所受剪力 $V$ 等于混凝土抗剪承载力设计值 $V_c$ 时,构件处于即将产生斜裂缝的临界状态,且随着斜裂缝的产生和开展,混凝土承担的剪力降低,其大小为 $V_{c1} = \eta V_c$ 。其中, $\eta$ 为混凝土抗剪承载力退化系数,在本研究中针对普通混凝土 $\eta$ 取0.50。图1为典型钢筋混凝土构件受力示意图。其中: $\alpha$ 为箍筋配置方向与构件纵轴的夹角; $\beta$ 为裂缝开展方向与构件纵轴的夹角。

在斜裂缝截面处,设混凝土承担的剪力为 $V_{c1}$ ,箍筋承担的剪力为 $V_{s1}$ ,根据平衡条件可知

$$V = V_{c1} + V_{s1} \sin \alpha \quad (3)$$

斜裂缝截面处的水平投影长度 $c$ 可表示为

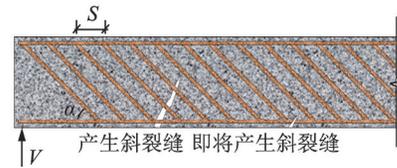
$$c = h_0 / \tan \beta \quad (4)$$

根据箍筋承担的剪力 $V_{s1}$ ,推导得到裂缝截面处的箍筋应力 $\sigma_1$ 为

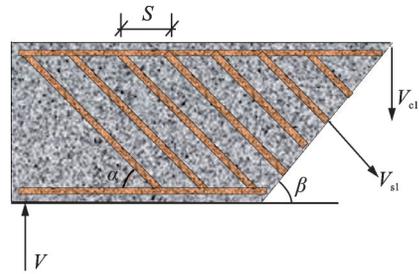
$$\sigma_1 = \frac{V_{s1}}{A_{sv} c} s = \frac{V_{s1} \tan \beta}{n A_{sv1} h_0} s \quad (5)$$

其中: $s$ 为箍筋间距; $A_{sv}$ 为箍筋间距范围内各肢的总截面面积; $n$ 为箍筋肢数; $A_{sv1}$ 为单根箍筋截面面积。

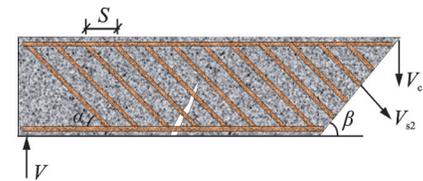
将式(5)代入式(3),得到钢筋混凝土构件在剪力 $V$ 作用下出现斜裂缝后的箍筋应力 $\sigma_1$ 为



(a) 钢筋混凝土构件的整体受力  
(a) Overall forces of reinforced concrete members



(b) 斜裂缝截面处的受力  
(b) Forces at diagonal crack section



(c) 即将产生斜裂缝截面处的受力  
(c) Forces at the section where diagonal crack will appear

图1 典型钢筋混凝土构件受力示意图

Fig.1 Schematic diagram of the forces of typical reinforced concrete members

$$\sigma_1 = \frac{V - V_{c1} s \tan \beta}{\sin \alpha} \frac{1}{A_{sv} h_0} = \frac{V - \eta V_c s \tan \beta}{\sin \alpha} \frac{1}{n A_{sv1} h_0} \quad (6)$$

根据钢筋应力-应变本构关系,得到与箍筋应力 $\sigma_1$ 相应的斜裂缝截面处的箍筋应变 $\epsilon_s$ 。

在即将产生斜裂缝截面处,混凝土承担的剪力为 $V_c$ ,箍筋承担的剪力为 $V_{s2}$ ,由平衡条件可知

$$V = V_c + V_{s2} \sin \alpha \quad (7)$$

取斜裂缝截面与即将产生斜裂缝的相邻截面之间的箍筋为隔离体,由平衡条件可知

$$\tau l m \pi d = V_{s1} - V_{s2} = \frac{1 - \eta}{\sin \alpha} V_c \quad (8)$$

其中: $\tau$ 为黏结应力,可根据文献[8]建议取值; $l$ 为裂缝间距; $m$ 为箍筋有效根数, $m = n h_0 / (s \tan \beta)$ ; $d$ 为箍筋直径。

斜裂缝间距 $l$ 的计算公式为

$$l = \frac{(1-\eta)V_c}{\sin\alpha} \frac{1}{\tau\pi d} \frac{s \tan\beta}{nh_0} \quad (9)$$

通常情况下,箍筋的布置方向与构件纵轴方向垂直( $\alpha=90^\circ$ ),斜裂缝开展方向与构件纵轴方向的夹角 $\beta$ 等于 $45^\circ$ ,此时斜裂缝截面处的箍筋应力 $\sigma_1$ 以及斜裂缝间距 $l$ 的计算公式分别为

$$\sigma_1 = \frac{(V-\eta V_c)s}{nA_{sv1}h_0} \quad (10)$$

$$l = \frac{(1-\eta)V_c}{\tau\pi d} \frac{s}{nh_0} \quad (11)$$

斜裂缝宽度的计算公式为

$$w_m = (\bar{\epsilon}_s - \bar{\epsilon}_c)l = (1 - \bar{\epsilon}_c/\bar{\epsilon}_s)\psi\epsilon_s l \quad (12)$$

其中: $\bar{\epsilon}_s$ 和 $\bar{\epsilon}_c$ 分别为斜裂缝间距范围内受拉钢筋和混凝土的平均应变; $\epsilon_s$ 为斜裂缝截面处的箍筋应变; $\psi\epsilon_s$ 为箍筋平均应变; $\psi$ 为钢筋应变不均匀系数,其值可按文献[5]确定。

考虑在裂缝开展过程中混凝土的变形远小于钢筋的变形,程文灏等<sup>[9]</sup>建议 $\bar{\epsilon}_s/\bar{\epsilon}_c$ 取0.15。因此,式(12)可表示为

$$w_m = 0.85\psi\epsilon_s l \quad (13)$$

根据文献[10]中的试验数据,采用笔者提出的斜裂缝宽度计算方法及其他3种典型方法计算不同剪力作用下的最大斜裂缝宽度。表2为最大斜裂缝宽度计算结果对比。可以看出,本研究方法的计算结果更接近实测值。

表2 最大斜裂缝宽度计算结果对比

Tab.2 Comparison of calculation results of maximum diagonal crack width

| 剪力/kN  | 实测值/mm | 文献[3]方法 |        | 文献[6]方法 |        | 文献[7]方法 |        | 本研究方法  |       |
|--------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|--------|-------|
|        |        | 计算值/mm  | 误差/%   | 计算值/mm  | 误差/%   | 计算值/mm  | 误差/%   | 计算值/mm | 误差/%  |
| 359.33 | 0.29   | 0.13    | -55.17 | 0.23    | -20.69 | 0.27    | 6.90   | 0.34   | 17.58 |
| 410.67 | 0.41   | 0.34    | -17.07 | 0.32    | -21.95 | 0.31    | -24.39 | 0.42   | 1.22  |
| 516.67 | 0.50   | 0.78    | 56.00  | 0.50    | 0      | 0.39    | -22.00 | 0.57   | 14.00 |
| 550.00 | 0.57   | 0.92    | 61.40  | 0.55    | -3.51  | 0.42    | -26.32 | 0.62   | 8.77  |
| 591.67 | 0.70   | 1.09    | 55.71  | 0.62    | -11.43 | 0.45    | -35.72 | 0.68   | -2.86 |
| 633.33 | 0.75   | 1.26    | 68.00  | 0.69    | -8.00  | 0.48    | -36.00 | 0.74   | -1.33 |

## 2 基于位移的裂缝宽度计算方法

钢筋混凝土柱的裂缝宽度及损伤状态与结构性能密切相关,建立柱水平位移量与最大裂缝宽度的函数关系,可为损伤评估提供有效途径。

钢筋混凝土柱水平位移量包括由弯矩 $M$ 引起的弯曲变形量 $\Delta f$ 、由剪力 $V$ 引起的剪切变形量 $\Delta v$ 以及滑移变形量 $\Delta s$ 。其中,滑移变形量 $\Delta s$ 贡献较小,为简化计算,通常在塑性铰长度中加以考虑。根据裂缝产生原理可知,横向裂缝和斜裂缝分别与弯矩和剪力密切相关。将弯矩和剪力作为中间变量,分别建立根据弯曲变形量、剪切变形量计算横向裂缝宽度、斜裂缝宽度的计算方法及流程。

### 2.1 基于弯曲变形的柱横向裂缝宽度计算方法

根据塑性铰理论可知,当钢筋混凝土柱的弯曲变形量 $\Delta f$ 小于等于屈服变形 $\Delta y$ 时,截面曲率沿构件的长度方向呈线性分布,当 $\Delta f > \Delta y$ 时,构件端部产生塑性铰。 $\Delta f$ 已知时,根据 $\Delta f$ 求得对应的端部截面曲率 $\varphi$ ,公式为

$$\varphi = \begin{cases} \frac{3\Delta f}{L^2} & (\Delta f \leq \Delta y) \\ \frac{\Delta f - \Delta y}{L_p} \frac{2}{2L - L_p} + \varphi_y & (\Delta f > \Delta y) \end{cases} \quad (14)$$

其中: $L$ 为构件有效长度; $L_p$ 为塑性铰区域长度,根据文献[11], $L_p = 0.08L + 0.022f_y d_1$ ;  $f_y$ 为纵筋屈服强度; $d_1$ 为纵筋直径; $\varphi_y$ 为截面屈服曲率,根据文献[12], $\varphi_y = 1.957\epsilon_y/H$ ;  $\epsilon_y$ 和 $H$ 分别为纵筋屈服应变及矩形截面计算高度。

构件最大弯矩处的截面为最危险截面,易产生横向裂缝。对于柱构件而言,其端部截面处产生的横向裂缝为其最大横向裂缝。因此,只需根据端部截面曲率求得端部截面弯矩,得到与弯曲变形量 $\Delta f$ 对应的最大横向裂缝宽度。根据平截面假定,钢筋混凝土柱端部截面处距截面中心轴 $y_c$ 处的混凝土应变为

$$\epsilon_c = \epsilon_0 + y_c \varphi \quad (15)$$

其中: $\epsilon_0$ 为截面中心点的应变。

引入条带法的思想,将钢筋混凝土构件截面分为等宽条带,各条带对应的应变分别为

$$\epsilon_{ci} = \epsilon_0 + \left(\frac{h}{2} - y_{ci}\right) \varphi \quad (16)$$

$$\varepsilon_{si} = \varepsilon_0 + \left( \frac{h}{2} - y_{si} \right) \varphi \quad (17)$$

其中： $\varepsilon_{ci}$ 、 $\varepsilon_{si}$ 分别为第*i*个混凝土、钢筋条带的应变； $h$ 为截面的有效高度； $y_{ci}$ 、 $y_{si}$ 分别为对应第*i*个混凝土、钢筋条带至截面受压区边缘的距离。

将各条带应变代入混凝土或钢筋的本构中<sup>[8]</sup>，得到对应的应力 $\sigma_{ci}$ 和 $\sigma_{si}$ 分别为

$$\sigma_c = \begin{cases} f_c' \left[ \frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon} - \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon} \right)^2 \right] & (\varepsilon_c \leq \varepsilon) \\ f_c' \left[ 1 - 0.5 \left( \frac{\varepsilon_c - \varepsilon}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon} \right) \right] & (\varepsilon_c > \varepsilon) \end{cases} \quad (18)$$

$$\sigma_s = \begin{cases} E_s \varepsilon_s & (0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_y) \\ \sigma_y + b_s E_s (\varepsilon_s - \varepsilon_y) & (\varepsilon_s > \varepsilon_y) \end{cases} \quad (19)$$

其中： $f_c'$ 为混凝土圆柱体抗压强度； $\varepsilon$ 为混凝土峰值压应变； $\varepsilon_{cu}$ 为混凝土极限压应变； $E_s$ 为纵筋的弹性模量； $b_s$ 为钢筋硬化系数； $\sigma_y$ 为纵筋屈服应力。

由静力平衡条件可知，钢筋混凝土柱端部截面的轴向力 $N_1$ 和弯矩 $M$ 分别为

$$N_1 = \sum \sigma_{ci} A_{ci} + \sum \sigma_{si} A_{si} \quad (20)$$

$$M = \sum \sigma_{ci} A_{ci} \left( \frac{h}{2} - y_{ci} \right) + \sum \sigma_{si} A_{si} \left( \frac{h}{2} - y_{si} \right) \quad (21)$$

由于截面中心点处的应变 $\varepsilon_0$ 无法根据弯曲变形量 $\Delta f$ 直接确定，因此需对 $\varepsilon_0$ 进行迭代试算。将柱构件所受轴力 $N$ 作为已知条件，当截面轴向力 $N_1$ 与轴力 $N$ 充分接近时，此时的截面中心点应变 $\varepsilon_0$ 和截面弯矩 $M$ 即为与弯曲变形 $\Delta f$ 相对应的准确值。

需要说明的是：构件所受弯矩 $M$ 、剪力 $V$ 和轴力 $N$ 均为未知，且轴力 $N$ 对构件的恢复力模型有重要影响<sup>[13]</sup>。笔者建议对实际轴力进行合理预估，从而开展近似计算。在地震等极端荷载作用下，根据抗震设计规范中规定的轴压比限值来确定柱轴力估计值并用其开展近似计算。此外，构件的轴压比与位移延性系数之间密切关联。郑文忠等<sup>[14]</sup>建立了钢筋混凝土柱的位移延性系数的拟合计算公式，可通过该公式确定构件所受轴力的估计值。

当端部截面弯矩 $M$ 确定之后，根据现有的横向裂缝宽度计算方法即可计算得到其最大横向裂缝宽度。图2为根据弯曲变形计算最大横向裂缝宽度的流程图。

## 2.2 基于剪切变形的柱斜裂缝宽度计算方法

钢筋混凝土柱在剪力作用下将产生剪切变形，计算构件的剪切变形量 $\Delta v$ 时，常根据所受剪力大小将构件划分为2种状态进行考虑<sup>[8]</sup>。假定钢筋混凝土柱的剪切变形沿构件长度方向均匀分布<sup>[15]</sup>，当 $\Delta v$ 已知时，计算得到构件端部截面的剪切应变 $\gamma$

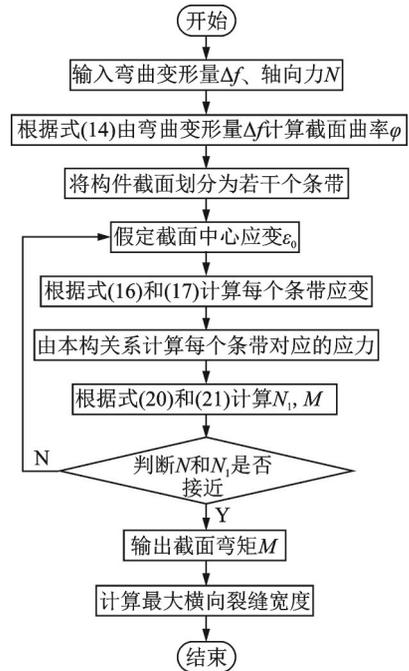


图2 根据弯曲变形计算最大横向裂缝宽度的流程图  
Fig.2 Flow chart for calculating maximum transverse crack width based on bending deformation

$$\gamma = \Delta v / L \quad (22)$$

在状态 I 时，构件未开裂，此时可将其视为均质材料构件，剪力 $V$ 与剪切应变 $\gamma$ 的关系为

$$\gamma = \frac{V}{G_b A_s} = \frac{V}{0.42 E_b A_s} \quad (23)$$

其中： $G_b$ 为混凝土的剪切模量； $E_b$ 为混凝土弹性模量； $A_s$ 为构件横截面面积，对于矩形截面， $A_s = 5bh/6$ 。

在状态 II 时，构件产生斜裂缝，且斜裂缝之间的混凝土不承担拉力，此时构件可被视为由钢筋拉杆（箍筋）和斜压杆（斜裂缝间的混凝土）组成的桁架结构体系。假定桁架结构中，与构件长度方向平行的弦杆不承受剪力，则构件的变形量由桁架结构中腹杆的变形量决定。设钢筋拉杆与构件长度方向的夹角为 $\alpha$ ，斜压杆与构件长度方向的夹角为 $\beta$ ，则剪力 $V$ 与剪切应变 $\gamma$ 之间的关系<sup>[8]</sup>可表示为

$$\gamma = \frac{V}{Zb_0} \left[ \frac{1}{E_b (\cot\alpha + \cot\beta)^2 \sin^4 \beta} + \frac{1}{E_c \mu_s (\cot\alpha + \cot\beta)^2 \sin^4 \alpha} \right] \quad (24)$$

其中： $Z$ 为桁架的有效高度，可近似取 $Z = 0.9h_0$ ； $E_c$ 为抗剪钢筋弹性模量。

$\mu_s$ 为抗剪配筋率，计算式为

$$\mu_s = \frac{A_{e,s}}{e_s \sin \alpha b_0} \quad (25)$$

其中： $A_{e,s}$ 为箍筋或抗剪钢筋的截面面积； $b_0$ 为腹杆厚度； $e_s$ 为箍筋或抗剪钢筋间距。

由式(23)计算得到与混凝土抗剪承载力  $V_c$  相对应的剪切应变  $\gamma_y$ 。将式(23),(24)进行变换,根据剪切应变  $\gamma$  计算相应的剪力  $V$ ,计算公式为

$$V = \begin{cases} 0.42E_b A_s & (\gamma \leq \gamma_y) \\ \gamma Z b_0 \frac{E_b E_c \mu_s (\cot \alpha + \cot \beta)^2 \sin^4 \alpha \sin^4 \beta}{E_c \mu_s \sin^4 \alpha + E_b \sin^4 \beta} & (\gamma > \gamma_y) \end{cases} \quad (26)$$

确定构件所受剪力的大小之后,根据式(6),(9)和(13)计算得到当柱的剪切变形量为  $\Delta v$  时的最大斜裂缝宽度。

### 3 复合受力下基于水平位移的柱裂缝宽度的方法

当已知钢筋混凝土柱所受的弯矩  $M$  与剪力  $V$  时,根据现有的横向裂缝宽度计算方法以及提出的斜裂缝宽度计算方法,得到构件产生的最大横向裂缝宽度以及最大斜裂缝宽度,并可将两者叠加得到复合受力状态下的最大裂缝宽度。当构件所受的弯矩  $M$  与剪力  $V$  未知时,其水平总位移量  $\Delta$  能够直观反映构件所受荷载大小。图3为钢筋混凝土柱的水平总位移量组成示意图。矩形钢筋混凝土悬臂柱处于压弯剪复合受力状态下时,产生的水平总位移  $\Delta$  可看作是构件在纯弯矩  $M$  作用下产生的弯曲变形量  $\Delta f$  与纯剪力  $V$  作用下产生的剪切变形量  $\Delta v$  之和。为建立压弯剪复合受力状态下钢筋混凝土柱水平总位移与最大裂缝宽度的直接关系,笔者提出钢筋混凝土柱

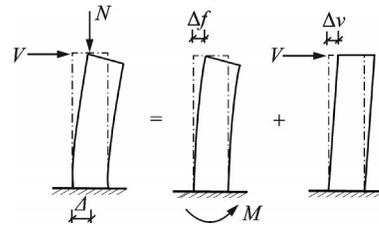


图3 钢筋混凝土柱的水平总位移量组成示意图

Fig.3 Composition of horizontal displacement of column

在压弯剪复合受力状态下,根据水平总位移计算最大裂缝宽度的计算方法和流程。

在外荷载不确定的条件下,柱构件所产生的弯曲变形量  $\Delta f$  与剪切变形量  $\Delta v$  占水平总位移量  $\Delta$  的比例未知。根据  $\Delta v$  计算得到相应的剪力  $V$ ,根据  $\Delta f$  计算得到相应的弯矩  $M$ ,根据  $V_1 = M/L$  计算得到与弯矩  $M$  相对应的剪力  $V_1$ 。同时,对于任意一个构件而言,当处于受力平衡状态时,  $V = V_1$ ,由此可确定  $\Delta f$  和  $\Delta v$  的大小。压弯剪复合受力状态下,将  $V = V_1$  作为判别条件,假设弯曲变形量  $\Delta f$  通过反复迭代,得到在某一水平总位移量  $\Delta$  中弯曲变形量  $\Delta f$  和剪切变形量  $\Delta v$  的精确值。随后,分别求得最大横向裂缝宽度和最大斜裂缝宽度,进而获得最大裂缝宽度。图4为钢筋混凝土柱在压弯剪复合受力状态下根据水平总位移计算最大裂缝宽度的流程图。

值得注意的是,当柱的水平位移量超过极限承载力对应的水平位移量时,柱的承载力随着水平位移量的逐渐增加而减小。因此,笔者建议在根据钢筋截面面积计算钢筋应变时,应考虑钢筋的颈缩效

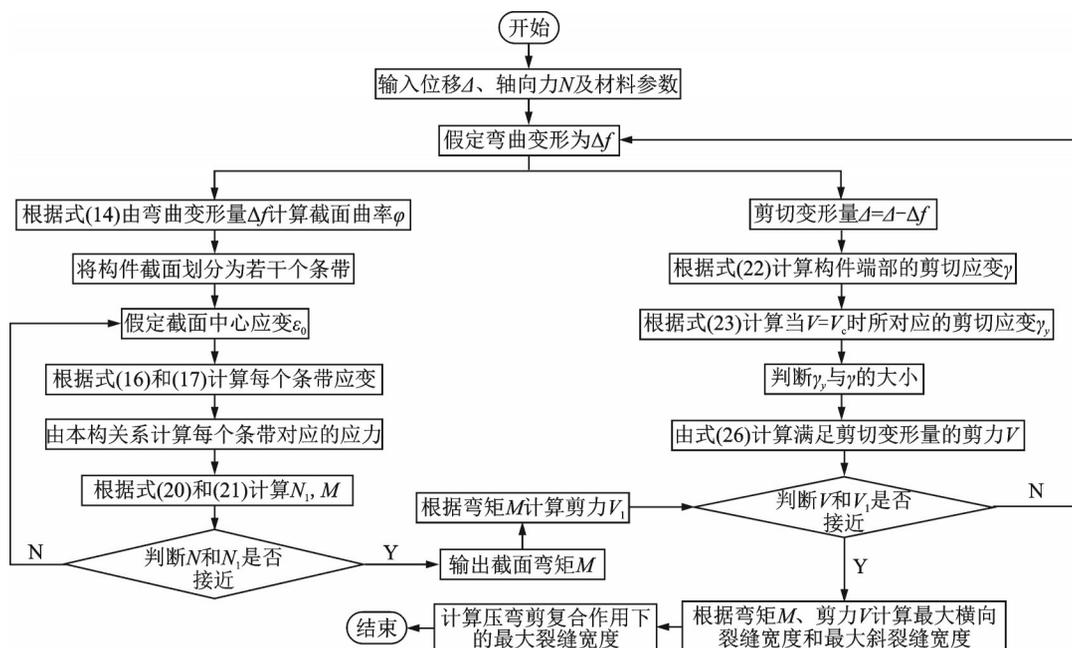


图4 根据水平总位移计算最大裂缝宽度流程图

Fig.4 Flow chart for calculating maximum crack width from total horizontal displacement

应。在水平总位移量超过极限承载力对应的水平位移量的情况下,钢筋截面面积 $A_{sv1}'$ 的计算公式为

$$A_{sv1}' = \left(1 - \frac{\Delta - \Delta t}{\Delta s}\right) A_{sv1} \quad (27)$$

其中: $\Delta t$ 为与极限承载力相对应的水平位移量; $\Delta s$ 为与钢筋混凝土柱构件严重损伤相对应的水平位移量,其值可按文献[16]确定; $A_{sv1}$ 为钢筋的原始截面面积。

在确定最大裂缝宽度后,笔者结合文献[2-3],提出钢筋混凝土柱损伤的量化评估标准:当最大裂缝宽度 $<0.5$  mm时,构件基本完好,其位移角 $\theta < \theta_1$ ;当最大裂缝宽度在 $0.5 \sim 1.0$  mm时,构件轻微损伤, $\theta_1 \leq \theta < 0.5(\theta_2 - \theta_1)$ ;当最大裂缝宽度在 $1.0 \sim 2.0$  mm时,

构件属中等损伤, $0.5(\theta_2 - \theta_1) \leq \theta < \theta_2$ ;当最大裂缝宽度 $>2.0$  mm时,构件严重损伤, $\theta \geq \theta_2$ 。其中: $\theta_1, \theta_2$ 分别为构件屈服和承载力显著退化时的位移角,在实际震损评估中可根据文献[17-18]确定。

## 4 实例分析

为验证本研究方法的可行性和准确性,选择文献[15]中的3个典型钢筋混凝土矩形柱构件试验数据进行分析。构件的截面宽度和截面高度均为400 mm,柱高 $L$ 为1 600 mm,剪跨比 $\lambda$ 为4,纵筋采用HRB400,直径为20 mm。构件设计参数及裂缝关键数据如表3所示。

表3 构件设计参数及裂缝关键数据

Tab.3 Design parameters and key crack data of members

| 构件(编号)            | 箍筋            | N/kN  | 位移角          |              |             |             | 承载力显著退化 $\theta_2$ | 破坏模式    |      |
|-------------------|---------------|-------|--------------|--------------|-------------|-------------|--------------------|---------|------|
|                   |               |       | 裂缝宽度<br>1 mm | 裂缝宽度<br>2 mm | 保护层<br>部分剥落 | 保护层<br>严重破坏 |                    |         |      |
| A(C-4.0-0.28-0.9) | $\Phi 6@100$  | 2 211 | 1/85         | 1/49         | 1/40        | 1/30        | 0.008 5            | 0.041 0 | 弯剪破坏 |
| B(C-4.0-0.78-0.3) | $\Phi 10@100$ | 737   | 1/63         | 1/33         | 1/27        | 1/25        | 0.008 8            | 0.036 8 | 弯曲破坏 |
| C(C-4.0-0.78-0.9) | $\Phi 10@100$ | 2 211 | 1/74         | 1/41         | 1/33        | 1/22        | 0.008 3            | 0.023 2 | 弯曲破坏 |

根据钢筋混凝土柱的具体设计参数以及材料特性参数进行迭代计算,得到满足相应水平总位移的水平外荷载 $V$ 。试件力-位移曲线试验值与计算值对比如图5所示。曲线的关键荷载参数对比如表4所示。根据图5和表4可以看出,由迭代计算得到的力-位移曲线与试验骨架曲线基本吻合,由此证明笔者所提出方法具有良好的精度。

表4 关键荷载参数对比

Tab.4 Comparison of key load parameters

| 构件 | 屈服荷载       |            |       | 极限荷载       |            |      |
|----|------------|------------|-------|------------|------------|------|
|    | 试验值/<br>kN | 计算<br>值/kN | 误差/%  | 试验值/<br>kN | 计算<br>值/kN | 误差/% |
| A  | 290        | 256        | 11.72 | 326        | 308        | 5.52 |
| B  | 230        | 210        | 8.70  | 264        | 257        | 2.65 |
| C  | 300        | 267        | 11.00 | 318        | 305        | 4.08 |

通过迭代计算,弯曲变形量与剪切变形量随位移的变化如图6所示。当钢筋混凝土柱所受水平外荷载未达到其极限承载力时,弯曲变形量与剪切变形量均逐渐增大。当水平外荷载超过其极限承载力后,随水平总位移的增大,钢筋混凝土柱的弯曲变形量继续增大,而剪切变形量的变化较小。

最大裂缝宽度随位移的变化如图7所示。图7直观地反映了钢筋混凝土柱在单向加载作用下,最大裂缝宽度随水平总位移量变化的动态演变过程。值得注意的是,实测的最大裂缝宽度略大于计算结果。其原因是在试验加载过程中采用了更接近于真实地震条件的往复加载模式,使钢筋混凝土柱的裂缝因滞回和疲劳效应进一步扩展,而计算得到的裂缝宽度仅根据力-位移曲线来确定,可理解为单向加载下的结果。

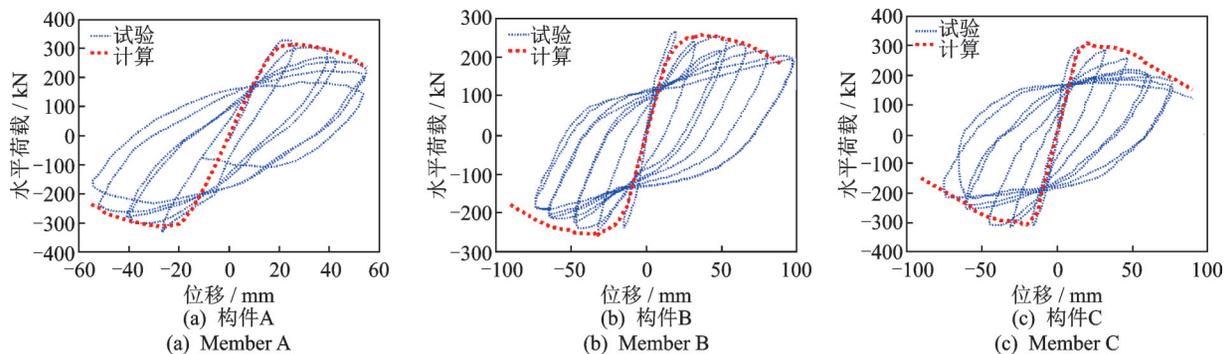


图5 试件力-位移曲线试验值与计算值对比

Fig.5 Comparison of experimental and calculated values of force-displacement curve

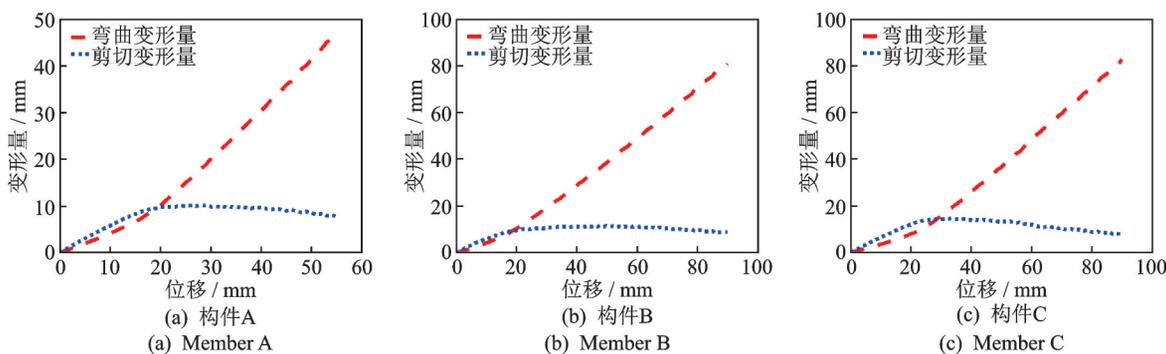


图 6 弯曲变形量与剪切变形量随位移的变化

Fig.6 Variation of bending deformation and shear deformation with displacement

鉴于此,可考虑引入通过大量试验数据或工程经验确定的放大系数,从而使计算结果与实测结果更接近或者略大,保证分析结果具有良好的安全冗余度。

由图 7 可看出,在裂缝发展的前期过程中,裂缝宽度随构件水平位移增加且呈线性增长趋势。当构件进入严重损伤状态后,混凝土呈片状脱落,受拉钢筋的颈缩现象加剧甚至部分被拉断,钢筋与混凝土之间出现较大变形差,而计算得到的裂缝宽度随水平位移量的增加呈指数增长的趋势,这与试验现象相符。此外,保护层严重破坏时的水平位移量正好位于理论裂缝宽度的指数增长的区段内。根据位移角  $\theta_1$  和  $\theta_2$  对构件损伤程度进行评估的结果与笔者提出的最大裂缝宽度对应的损伤程度基本一致。由此证明位移与最大裂缝宽度之间具有密切关联。

由于构件 A 的配箍率较小,因而斜裂缝宽度较大,斜裂缝对最大裂缝宽度的影响无法忽略,而构件 B 和构件 C 的配箍率较大,斜裂缝对最大裂缝宽度的影响较小,在最大裂缝宽度中横向裂缝占主要地位。根据试验结果可知,构件 A 的破坏模式为弯剪破坏,构件 B 和构件 C 的破坏模式为弯曲破坏。因此,可通过横向裂缝和斜裂缝的宽度数值以及所占比例来判断钢筋混凝土柱的破坏模式。

在复合受力状态下,笔者所提方法计算最大裂缝宽度的前提是轴力  $N$  已知。轴力对最大裂缝宽度的影响如图 8 所示。对于地震作用,柱所受弯矩  $M$ 、剪力  $V$  和轴力  $N$  均为未知。因此,根据水平总位移量计算震损柱的最大裂缝宽度时,需要对轴力  $N$  进行合理预估。通常,轴力  $N$  的预估值和准确值之

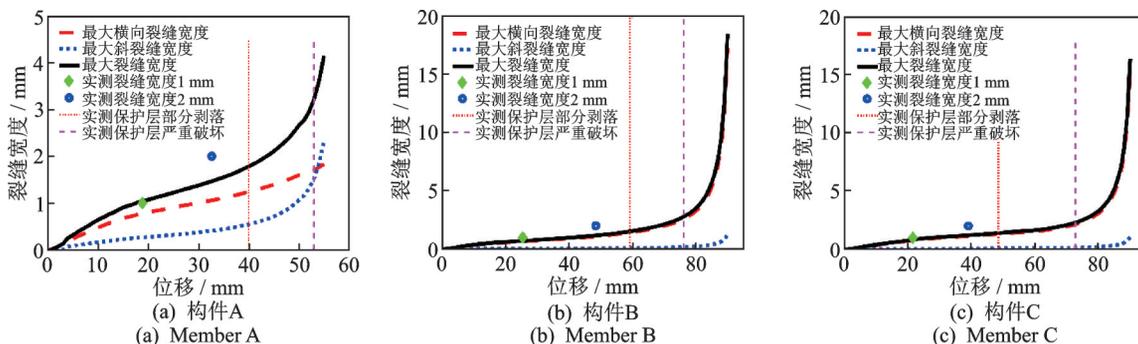


图 7 最大裂缝宽度随位移的变化

Fig.7 Variation of maximum crack width with displacement

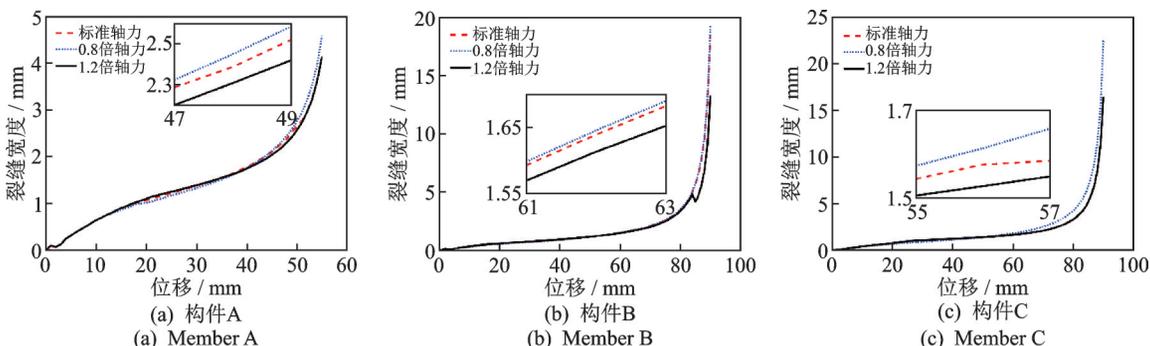


图 8 轴力对最大裂缝宽度的影响

Fig.8 Effect of axial force on the maximum crack width

间存在一定差异,假定 $N$ 存在 $\pm 20\%$ 的偏差。

可见,在裂缝宽度线性增长的区段内,预估轴力和准确轴力下的裂缝宽度发展曲线基本重合,最大误差为 $5.81\%$ 。在裂缝宽度发展曲线进入拐点前,最大误差为 $15.94\%$ ,处于能够接受的范围之内。当裂缝宽度发展曲线进入拐点后,由于构件损伤严重混凝土大量脱落,此时评价构件损伤已无较大意义,可不予考虑。因此,笔者建议在计算裂缝宽度时根据轴力预估值来确定轴力的假设是合理可行的。

综上所述,笔者所提方法具有良好的可行性和准确性。根据横向裂缝宽度和斜裂缝宽度的发展情况,能够判断钢筋混凝土柱构件在复合受力状态下的破坏模式。

## 5 结 论

1) 基于黏结滑移理论,提出了最大斜裂缝宽度计算方法。试验数据证明,本研究考虑的因素更加全面且计算结果更精确。

2) 考虑钢筋混凝土柱变形量的组成,分别提出根据弯曲变形量、剪切变形量计算横向裂缝宽度、斜裂缝宽度的方法和流程。

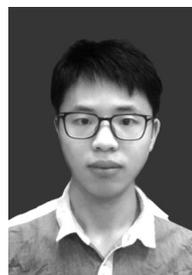
3) 针对压弯剪复合受力状态,将弯矩、剪力作为中间量,进一步提出根据钢筋混凝土柱水平总位移量计算其最大裂缝宽度的方法和流程,该方法能够用于计算震损钢筋混凝土柱的最大裂缝宽度。

4) 本研究方法计算复合受力状态下的钢筋混凝土柱最大裂缝宽度具有较强的可行性和准确性,同时可根据弯曲裂缝宽度和斜裂缝宽度的变化判断钢筋混凝土柱的破坏模式。

## 参 考 文 献

- [1] 李宏男,肖诗云,霍林生.汶川地震震害调查与启示[J].建筑结构学报,2008,29(4):10-19.  
LI Hongnan, XIAO Shiyun, HUO Linsheng. Damage investigation and analysis of engineering structures in the Wenchuan earthquake[J]. Journal of Building Structures, 2008, 29(4):10-19. (in Chinese)
- [2] JGJ/T 415—2017 建筑震后应急评估和修复技术规程[S].北京:中国建筑工业出版社,2017.
- [3] 聂建国,沈聚敏.钢筋混凝土梁的斜裂缝宽度[J].建筑结构,1994,24(6):37-40,32.  
NIE Jianguo, SHEN Jumin. Diagonal crack width of reinforced concrete beam[J]. Building Structure, 1994, 24(6):37-40, 32. (in Chinese)
- [4] CEB-FIP. Fib model code for concrete structures[S]. Paris, France: Comité Euro-International du Béton, 1978.
- [5] GB 50010—2010 混凝土结构设计规范[S].北京:中国建筑工业出版社,2011.

- [6] 赵国藩,李树瑶,廖婉卿.钢筋混凝土结构的裂缝控制[M].北京:海洋出版社,1991:232-248.
- [7] СНИД II-21—1975 苏联混凝土及钢筋混凝土结构设计规范[S].北京:中国建筑科学院译,1982.
- [8] 江见鲸,李杰,金伟良.高等混凝土结构理论[M].北京:中国建筑工业出版社,2007:38-80.
- [9] 程文灏,康谷贻,颜德姮.混凝土结构设计原理[M].北京:中国建筑工业出版社,2002:196-197.
- [10] 张鹏.配置HRB500箍筋混凝土梁斜裂缝试验研究[D].天津:河北工业大学,2015.
- [11] PAULAY T, PRIESTLY M J N. Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings [M]. New York: John Wiley & Sons, 1992: 136-360.
- [12] JTJ/TB 02-01—2008 公路桥梁抗震设计细则[S].北京:人民交通出版社,2008.
- [13] 郭子雄,吕西林.高轴压比框架柱恢复力模型试验研究[J].土木工程学报,2004(5):32-38.  
GUO Zixiong, LÜ Xilin. Experimental study on the hysteretic model of RC columns with high axial compressive ratio[J]. China Civil Engineering Journal, 2004(5):32-38. (in Chinese)
- [14] 郑文忠,周滔,王英.混凝土柱位移延性系数计算方法及分析[J].建筑结构学报,2014,35(supp2):151-158.  
ZHENG Wenzhong, ZHOU Tao, WANG Ying. Calculation method and analysis on displacement ductility coefficient of concrete column [J]. Journal of Building Structures, 2014, 35(supp2):151-158. (in Chinese)
- [15] LEHMAN D E, MOEHLE J P. Seismic performance of well-confined concrete bridge columns [R]. Berkeley: Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, 2000.
- [16] 崔济东. RC梁、柱及剪力墙变形性能指标限值研究与试验验证[D].广州:华南理工大学,2017.
- [17] ASCE/SE 41—2013 Seismic evaluation and retrofit of existing buildings [S]. Reston, VA: American Society of Civil Engineers, 2014.
- [18] 钱稼茹,冯宝锐.钢筋混凝土柱弯矩转角骨架线特征点及性能点转角研究[J].建筑结构学报,2014,35(11):10-19.  
QIAN Jiaru, FENG Baorui. Study on rotation angles at characteristic point and performance point of  $M-\theta$  skeleton curve for RC columns[J]. Journal of Building Structures, 2014, 35(11): 10-19. (in Chinese)



**第一作者简介:**程时涛,男,1995年9月生,博士生。主要研究方向为结构损伤评估及震损加固。  
E-mail: cst950908@163.com

**通信作者简介:**何浩祥,男,1978年5月生,博士、教授、博士生导师。主要研究方向为结构健康监测和减震控制。  
E-mail: hhx7856@163.com