

螺栓结合面微观接触特性的不确定性量化*

李 玲, 吕国豪, 林 红, 王晶晶, 蔡安江

(西安建筑科技大学机电工程学院 西安, 710055)

摘要 针对螺栓结合面微观接触特性具有不确定性,传统基于确定性理论建立的模型难以完整表征结合面微观接触特性的问题,提出了一种基于蒙特卡洛法的螺栓结合面微观接触特性的不确定性量化方法。首先,基于分形理论,表征了同一粗糙度结合面微凸体轮廓高度,并采用矩谱法求解了结合面表面形貌参数区间;其次,利用中心极限定理,将表面形貌参数区间变为符合微凸体轮廓高度分布的高斯分布函数,解决了随机抽样误差的累加造成的置信水平降低;最后,将表面形貌参数的不确定性嵌入蒙特卡洛法,获得了结合面接触特性的区间估计,通过对比分析揭示了考虑不确定性因素时接触间隙对接触特性的影响规律。研究表明,表面形貌参数的不确定性对螺栓结合面接触特性变化具有显著影响,并导致不确定性的影响不断累加。该方法为准确量化螺栓结合面的不确定性提供了理论依据与参考。

关键词 螺栓结合面;不确定性;接触特性;分形理论;蒙特卡洛法

中图分类号 TH113;TG502

引 言

机械设备中存在大量螺栓结合面,螺栓结合面接触特性的研究受诸多不确定性因素影响,如接触刚度和阻尼、表面粗糙度、装配工艺和载荷等。这些因素使得机械系统的动态特性具有一定的不确定性,导致其动力学特性极为复杂,难以建立完整的理论模型^[1-2]。这些不确定性因素的测量、建模和量化能够促进和优化工程结构设计^[3]。因此,研究结合面微观接触特性的不确定性,可以提高机械系统设计结果的可信度。

Greenwood 等^[4]在 Hertz 接触理论的基础上利用概率统计方法建立了粗糙表面之间的弹性接触 (Greenwood-Williamson, 简称 GW) 模型。Chang 等^[5]利用微凸体体积守恒原理考虑了微凸体的塑性变形,并将 GW 模型推广到塑性 (Chang-Etsion-Bogy, 简称 CEB) 模型。Zhao 等^[6]基于接触力学理论,将粗糙表面接触时微凸体发生的弹性变形和塑性变形联系起来,提出了弹塑性微观接触 (Zhao-Maietta-Chang, 简称 ZMC) 模型。文献 [7-8] 用有限元方法求解了半球形接触问题,得到了弹性、弹塑性和全塑性状态下的接触本构规律,并将其推广到整个结合面 (Kougut-Etsion, 简称 KE) 模

型。Li 等^[9]基于 GW 模型,利用不动点迭代法获得了基体变形影响下的微凸体变形,得到了更加精确的弹性接触模型。上述概率统计模型受测量仪器和数学方法限制,使得模型有一定局限性^[10]。Sayles 等^[11]通过对机械加工表面进行研究,发现机加工表面符合分形特征,并提出了一种基于分形理论模拟粗糙表面的方法。但是,无论是概率统计模型还是分形模型,都未能考虑表面形貌参数的不确定性对接触特性的影响。

近年来,有学者开始考虑不确定性因素对螺栓连接接触特性的影响。Silva 等^[12]采用概率法,从物理影响和几何参数两方面分析了螺栓连接圆柱壳结构非线性振动和稳定性的影响。Hakula 等^[13]在概率法的基础上,求解出具有不确定性参数的复杂壳体的频响函数,并采用蒙特卡洛法验证了该方法的正确性。然而,在不确定性的分析中,采用概率法难以获取不确定性参数的概率分布^[14-15],因此学者们提出了一种区间分析法,并将其应用于转子^[16-19]、齿轮^[20-21]和螺栓^[22-23]等的动力学不确定性分析中。Castelluccio 等^[24]采用有限元模拟,研究了螺纹紧固件的模型输入和形状不确定性,并将紧固件建模中的不确定性和可变性的来源描述为几何、材料、力学和方法论中的不确定性。

* 国家自然科学基金资助项目(51975449);陕西省重点研发计划资助项目(2021GY-309)

收稿日期:2021-05-20;修回日期:2021-09-27

笔者考虑了螺栓结合面表面形貌参数的不确定性,通过分形理论表征了微凸体表面轮廓高度,采用矩谱法求解了螺栓结合面表面形貌参数区间,并根据中心极限定理将表面形貌参数区间转变为符合微凸体高度分布的高斯分布函数。在此基础上,通过蒙特卡洛法建立了GW模型、改进的GW模型和ZMC模型对考虑结合面表面形貌参数不确定性的区间估计。研究结果可为螺栓结合面的动态性能预测与优化提供更加准确的理论依据和实验参考。

1 粗糙表面形貌参数表征

1.1 表面轮廓高度表征

在室温条件下,通过实验测量了结合面的分形参数,试样及其测试位置如图1所示。实验仪器为放大倍数×1 000的Talysurf表面轮廓仪,表面测量仪的最小采样间距为0.25 μm,采样长度为3 mm;待测表面的尺寸为20 mm×20 mm,材料为20CrMo;测量选择的样品粗糙度 R_a 为6.529 6 μm。图中红色1,2,3线段表示测量位置,由下向上进行测量。

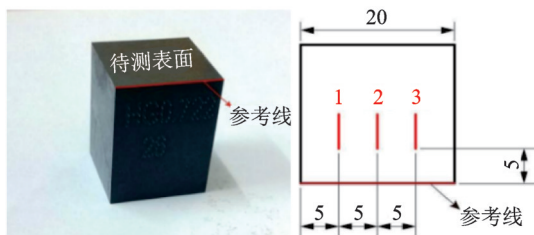


图1 试样及其测试位置(单位:mm)

Fig.1 Sample and its test location (unit:mm)

根据测得的实验数据,结合结构函数法^[24]得到结合面表面分形参数, R_a 为6.529 6 μm时分形维数 D 与分形粗糙度 G 的值如表1所示。由表可知,同一被测表面多次测量的分形参数值是在一定范围内波动的。 D 和 G 的区间范围分别为[1.172 7~1.178 3]和[0.628 2~1.648 6]。

表1 $R_a=6.529 6 \mu\text{m}$ 时分形维数 D 与分形粗糙度 G 的值
Tab.1 Values of fractal dimension D and fractal roughness G when $R_a=6.529 6 \mu\text{m}$

组号	D	$G/10^{-8} \text{mm}$
1	1.174 2	0.968 3
2	1.173 6	0.966 5
3	1.172 7	0.628 2
4	1.177 5	1.345 1
5	1.176 3	1.257 1
6	1.178 3	1.648 6

为表征结合面表面轮廓高度,对分形参数进行模拟。根据分形理论^[25],二维轮廓高度曲线表达式为

$$z(x) = L \left(\frac{G}{L} \right)^{D-2} (\ln \gamma)^{1/2} \sum_{n=0}^{n_{\max}} \gamma^{n(D-3)} \times \left[\cos \varphi_{1,n} - \cos \left(\frac{2\pi \gamma^n x}{L} - \varphi_{1,n} \right) \right] \quad (1)$$

其中: $z(x)$ 为微凸体高度; x 为横向距离; L 为样品长度; n 为空间频率指数; γ 为标度参数,通常 $\gamma=1.5$; $\varphi_{1,n}$ 为随机相位; n_{\max} 为最大频率指数。

随机选取了第3,5,6组的数据,并代入式(1)中进行模拟。同一粗糙度下微凸体轮廓高度如图2所示,在粗糙度为6.529 6 μm时微凸体轮廓高度峰值和谷值存在明显差异,轮廓高度的数值随着 D 和 G 的增大而增大。由 D 和 G 的值对微凸体轮廓高度分布的表征可以发现,即使分形维数与分形粗糙度系数的变化很小,对轮廓高度的影响依然显著。因此,即使是同一被测表面,其表面形貌参数也具有不确定性。

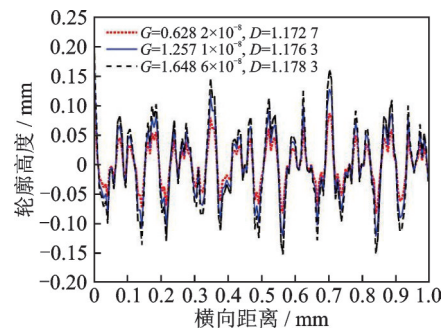


图2 同一粗糙度下微凸体轮廓高度

Fig.2 The profile height of the micro convex under the same roughness

1.2 表面形貌参数的确定

为求解受分形参数影响下的表面形貌参数区间(粗糙密度 η 、粗糙半径 R 和表面高度标准差 σ_s),引入矩普法^[25]。表面形貌参数计算式为

$$\eta = m_4 / (6\pi \sqrt{3} m_2) \quad (2)$$

$$R = 0.375 \sqrt{\pi / m_4} \quad (3)$$

$$\sigma_s = \sqrt{\left(1 - \frac{0.896 8}{(m_0 m_4) / m_2^2}\right) m_0} \quad (4)$$

其中: m_0, m_2 和 m_4 分别为零阶、2阶和4阶谱矩。

$$m_0 = \int_{\omega_l}^{\omega_h} \Phi(\delta) d\delta = \frac{G^{2(D-1)}}{4(2-D) \ln \gamma} \left[\frac{1}{\omega_l^{(4-2D)}} - \frac{1}{\omega_h^{(4-2D)}} \right] \quad (5)$$

$$m_2 = \int_{\omega_l}^{\omega_h} \delta^2 \Phi(\delta) d\delta = \frac{G^{2(D-1)}}{4(D-1) \ln \gamma} [\omega_h^{2(D-2)} - \omega_l^{2(D-2)}] \quad (6)$$

$$m_4 = \int_{\omega_l}^{\omega_h} \delta^4 \Phi(\delta) d\delta = \frac{G^{2(D-1)}}{4D \ln \gamma} [\omega_h^{2D} - \omega_l^{2D}] \quad (7)$$

其中： $\Phi(\delta)$ 为功率谱函数； ω_h 和 ω_l 分别为频谱带宽的上限和下限， $\omega_l=1/L$ ， $\omega_h=1/T$ ； L 为样本长度； T 为测量仪器的最小采样间距。

由式(2)~(7)可知，表面形貌参数的值与分形参数密切相关，并且表面形貌参数的变化直接影响着微凸体形态的变化。表面形貌参数区间如表 2 所示，可通过实验测得的分形参数区间来计算。

表 2 表面形貌参数区间

表面形貌参数	区间
粗糙密度/ μm^{-2}	[0.075 1~0.076 9]
微凸体半径/ μm	[1.213 5~1.509 1]
表面高度标准差/ μm	[74.308 2~96.455 2]

2 结合面接触参数的不确定性量化

2.1 形貌参数的不确定性表征

由于实验次数及测量方法的限制，难以获得完备数据。为此，采用蒙特卡洛法对表面形貌参数区间随机抽样，以弥补实验次数及测量方法的不足。利用中心极限定理，将表面形貌参数区间转变为与微凸体高度分布^[4]一致的高斯分布函数，从而避免随机抽样误差的累加造成的置信水平降低。

根据中心极限定理，设随机变量 x_1, x_2, \dots, x_n 相互独立，服从同一分布且有有限的数学期望 μ 和方差 $\sigma^2 > 0$ ，对于任意 x 满足

$$\lim_{n \rightarrow \infty} F_n(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{Y_n - n\mu}{\sqrt{n} \sigma} \leq x \right\} = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (8)$$

其中： Y_n 为随机变量 $x_i (i=1, 2, \dots, N)$ 之和； $F_n(x)$ 为 Y_n 标准化的分布函数。

标准化后 $\text{Var}(x_i)$ 会存在微小的误差，此时 Y_n 是微小误差的累加，即每一次抽取的随机数都会产生误差，经过至少 1 000 次随机模拟后产生的误差将十分显著。为减小抽取随机数标准化后存在的误差，假设随机变量序列 X_i 相互独立，且具有相同的期望和方差，即 $E(X_i) = \mu$ ， $D(X_i) = \sigma^2$ ，令 $Y_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ ，可得表面形貌参数服从高斯分布的表

达式为

$$F_n = \frac{Y_n - E(Y_n)}{\sqrt{D(Y_n)}} = \frac{Y_n - n\mu}{\sqrt{n} \sigma} \quad (9)$$

其中： F_n 为表面形貌参数的分布律。

根据 $F_n \rightarrow N(\mu, \sigma^2)$ ，能够求解符合微凸体高斯分布的表面形貌参数区间，如表 3 所示。

表 3 高斯分布的表面形貌参数区间

表面形貌参数	区间
粗糙密度/ μm^{-2}	$N(0.075\ 9, 2.641\ 2 \times 10^{-7})$
微凸体半径/ μm	$N(1.333\ 7, 0.067\ 5^2)$
表面高度标准差/ μm	$N(86.167\ 9, 4.792\ 7^2)$

2.2 确定性的结合面接触参数

由图(1)可知，结合面分形参数存在不确定性，其不确定性首先通过矩谱法传递至表面形貌参数。为分析表面形貌参数的不确定性对结合面接触特性的影响程度，给出文献[9]模型中接触载荷、接触面积和法向接触刚度的表达式为

$$F_* = \frac{4}{3} ER_*^{1/2} N_* \left[\int_{d_n}^{d_n^*} f(z_n - d_n)^{3/2} \varphi_*(z_n) dz_n + \int_{d_n^*}^{\infty} f(z_n - d_n)^{3/2} \varphi_*(z_n) dz_n \right] = \frac{4}{3} ER_*^{1/2} \left[N_* \int_{d_n}^{d_n^*} f(z_n - d_n)^{3/2} \varphi_*(z_n) dz_n + \delta^{*3/2} \right] \quad (10)$$

$$A_* = \pi R_* N_* \left[\int_{d_n}^{d_n^*} f(z_n - d_n) \varphi_*(z_n) dz_n + \int_{d_n^*}^{\infty} f(z_n - d_n) \varphi_*(z_n) dz_n \right] = \pi R_* \left[N_* \int_{d_n}^{d_n^*} f(z_n - d_n) \varphi_*(z_n) dz_n + \delta^* \right] \quad (11)$$

$$K_{t*} = 2\pi ER_*^{1/2} N_* \left[\int_{d_n}^{d_n^*} f(z_n - d_n)^{1/2} \varphi_*(z_n) dz_n + \int_{d_n^*}^{\infty} f(z_n - d_n)^{1/2} \varphi_*(z_n) dz_n \right] = \pi ER_*^{1/2} \left[N_* \int_{d_n}^{d_n^*} f(z_n - d_n)^{1/2} \varphi_*(z_n) dz_n + \delta^{*1/2} \right] \quad (12)$$

$$K_{t*} = \frac{\lambda(1 - \nu)}{2 - \nu} K_{n*} \quad (13)$$

其中：下标*表示不确定性变量； $f(z_n - d_n)$ 为单个微

凸体所载荷; E 为等效弹性模量; d_n^* 为无量纲接触间隙, $d_n^* = \sqrt{6} - 2\sqrt{3/N}$; $N = \eta A_n$, A_n 为名义接触面积; R_n 为不确定性微凸体半径; ν 为较软材料的泊松比; λ 为法向接触刚度与切向接触刚度的比值系数, 一般取为 2。

由于微凸体半径 R 和粗糙密度 η 的变化, 使得结合面实际接触面积发生变化, 从而导致结合面接触载荷产生显著变化。表面高度标准差 σ 直接决定了结合面微凸体分布特征, 其很大程度影响着结合面接触刚度。因此, 结合面表面形貌参数的变化必将影响结合面接触特性。

2.3 接触参数不确定性量化

通过对实验获得的 D 和 G 的不确定性区间进行随机抽样, 并根据中心极限定理得到服从高斯分布的表面形貌参数样本 $X_i (i=1, 2, \dots, n_{SE})$, n_{SE} 为样本点的容量。表面形貌参数的不确定性按照前一次抽取的每个样本点 X_i 进行传递。在给定样本点 X_i 的情况下, 一个样本容量为 n_{SA} 的随机样本 $a_{ij} (j=1, 2, \dots, n_{SA})$ 对应的结合面接触特性 x 的概率分布函数^[26] 可以表示为

$$\text{Prob}_{SA}(\tilde{x} \leq x | \hat{e}_i) \cong \sum_{j=1}^{n_{SA}} \delta_x [f(a_{ij} | \hat{e}_i)] / n_{SA} \quad (14)$$

结合面接触特性的最小值 x_m 和最大值 x_M 为

$$x_m \cong \min \{x_{m1}, x_{m2}, \dots, x_{mn_{SE}}\} \quad (15)$$

$$x_M \cong \max \{x_{M1}, x_{M2}, \dots, x_{Mn_{SE}}\} \quad (16)$$

结合面接触特性 x 为公式中的形式参数, 实际参数分别为结合面接触载荷 F 、接触面积 A 、法向接触刚度 K_n 与切向接触刚度 K_t , 其概率密度函数为 $\text{Prob}_{SA}(\tilde{x} \leq x_{Mi} | \hat{e}_i) = 1$ 。

为量化结合面接触特性的不确定性, 采用图 3 所示的双循环的蒙特卡洛法抽样技术。

3 讨论与分析

3.1 模型对比验证

为验证本研究考虑表面形貌参数不确定性的有效性, 选择 GW 模型^[4]、ZMC 模型^[6] 和本研究模型, 将其法向和切向接触刚度随法向载荷的变化进行对比, 并建立了 3 种模型的不确定性带宽, 以验证本研究模型的正确性与适用性。选用表 3 和表 4 的参数值作为仿真参数。

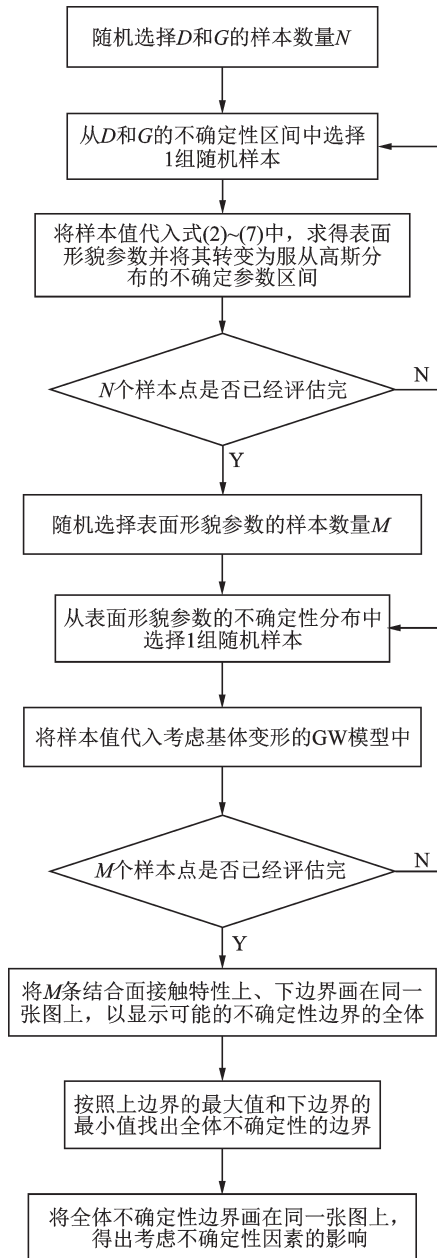


图 3 双循环的蒙特卡洛法抽样技术

Fig.3 Monte Carlo sampling technique with double loop

表 4 仿真参数

Tab.4 Simulation parameters

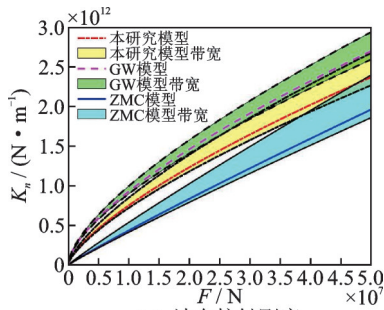
参数	数值
名义接触面积/mm ²	4
材料等效弹性模量/GPa	210
材料泊松比	0.278
粗糙密度/ μm^{-2}	0.075 7
微凸体半径/ μm	1.297 2
表面高度标准差/ μm	88.830 6

由于表面形貌参数存在不确定性, 使得所建立的结合面接触刚度存在不确定性带宽, 相较于求解结合面接触特性的确定性模型, 采用蒙特卡洛法能

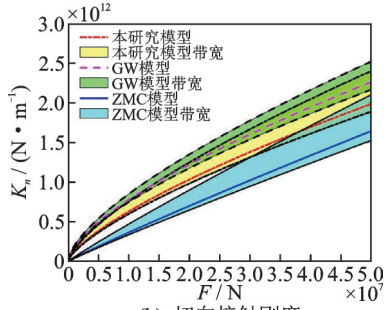
够建立完整的结合面不确定性接触模型。这 3 种基于表面形貌参数不确定性模型的变化趋势分别与确定性模型曲线一致,其中接触刚度的不确定性带宽随着法向接触载荷的增大而逐渐变宽。这是因为随着结合面接触更加充分,接触的微凸体个数越来越多,从而导致表面形貌参数传递至结合面接触载荷与接触刚度的不确定性逐渐累加。

刚度模型对比验证如图 4 所示。由图 4(a)可知,本研究模型的不确定性带宽与 GW 模型和 ZMC 模型的带宽都有一定接触,且位于二者的不确定性带宽中间。同时可以发现,GW 模型和 ZMC 模型的接触刚度与法向接触载荷的线性关系更为相似。这是由于本研究模型与 GW 模型考虑了微凸体的弹性变形,而 ZMC 模型考虑了微凸体的弹塑性变形,本研究模型在 GW 模型对于微凸体弹性变形的基础上,考虑了结合面间微凸体接触对基体变形的影响,属于对 GW 模型的修正。因此,本研究模型的不确定性带宽与 GW 模型的不确定性带宽更为接近。

图 4(b)为上述 3 种模型切向接触刚度与法向接触载荷的关系曲线,可知切向接触刚度与法向接触刚度的变化规律基本相同。工程实际中,结合面的表面形貌是不确定的,相较将其等效为确定值,由蒙特卡洛法建立的不确定性带宽更能反映细微的不确定性对接触特性产生的影响,同时也能对结合面接触特性进行合理估计。



(a) Normal contact stiffness



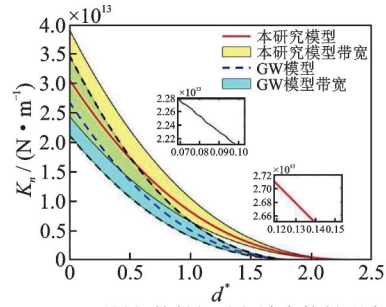
(b) Tangential contact stiffness

图 4 刚度模型对比验证

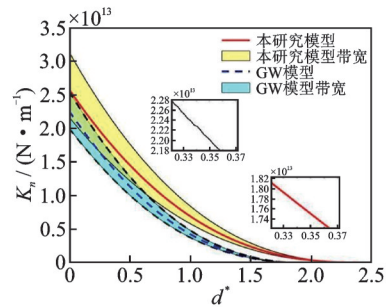
Fig.4 Comparison and verification of stiffness models

3.2 结合面不确定性的接触特性分析

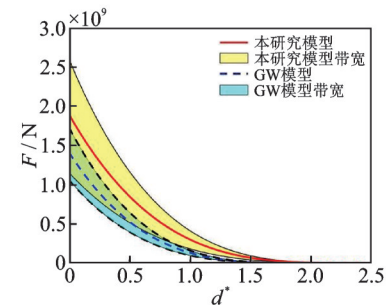
接触刚度与结合面无量纲接触间隙的关系如图 5 所示,该图显示结合面在同一粗糙度下,本研究模型与 GW 模型考虑不确定性因素时结合面接触刚度 K 、法向接触载荷 F 、实际接触面积 A 与无量纲表面接触间隙 d^* 的关系。图中的不确定性带宽为随着



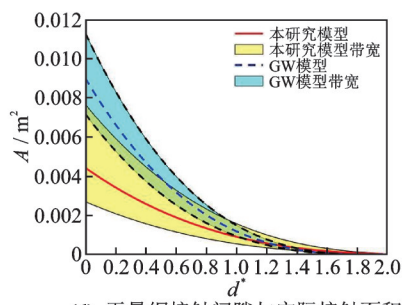
(a) Dimensionless contact gap and normal contact stiffness



(b) Dimensionless contact gap and tangential contact stiffness



(c) Dimensionless contact gap and normal contact load



(d) Dimensionless contact gap and actual contact area

图 5 接触刚度与结合面无量纲接触间隙的关系

Fig.5 The relationship between contact stiffness and the dimensionless contact gap of the joint surface

接触间隙的改变,对结合面接触特性的区间估计。结合面接触间隙和接触刚度的曲线,相比结合面接触载荷与接触刚度的曲线更能直观反映机械系统结合面动态接触过程的性能。

由图5(a,b)可知,宏观上,本研究模型与GW模型通过蒙特卡洛法建立的不确定性带宽差异并不明显,且接触程度较为相似。由式(13)可知,切向接触刚度和法向接触刚度与材料的泊松比相关,则切向接触刚度的不确定性带宽一定与法向接触刚度的不确定性带宽紧密相连,都随着表面接触间隙的减小,结合面接触刚度的不确定性带宽逐渐增大,并且接触也更加充分。微观上,由其中的放大图可知,不确定性带宽的上、下限曲线并不像确定性模型的曲线一样光滑,而是存在一定程度的波动,这是采用蒙特卡洛法对接触刚度不确定性传递的结果,属于对结合面微观接触特性的不确定性估计。

由图5(c,d)可知,本研究模型与GW模型的不确定性带宽接触程度发生了较大变化。这是因为当接触间隙越来越小时,结合面间相接触的微凸体个数也越来越多,当到达一定程度时基体发生变形,结合面间实际接触面积增大的程度逐渐放缓,而接触载荷受影响的程度却相对较小,接触间隙较大时接触特性的不确定性带宽较小,但未完全趋于零,这是因为结合面相互接触时,粗糙表面上峰值较大的微凸体会首先发生接触。

由图5可以发现,随着接触间隙逐渐减小,其带宽也逐渐增大,并且接触更加充分,即随着结合面接触间隙减小,表面形貌参数的细微变化对结合面接触特性的影响越来越显著。这是因为随着接触间隙逐渐减小,接触的微凸体个数越来越多,从而使得表面形貌参数的不确定性传递至结合面接触特性时,伴随着不确定性的累加。因此,考虑表面形貌参数的不确定性对结合面接触特性的影响不容忽视。

4 结 论

1) 随着接触间隙逐渐减小,结合面间接触越来越充分。当到达一定程度时基体发生变形,结合面间实际接触面积带宽增大的程度逐渐放缓,而接触载荷带宽受影响的程度却相对较小。

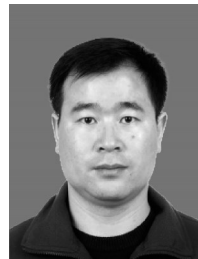
2) 法向接触载荷与接触刚度的不确定性带宽均随着无量纲接触间隙的减小而显著增加,这说明随着接触的微凸体个数越来越多,结合面接触参数的不确定性也在不断累加。

3) 基于多种结合面接触模型,分别构建了其不确定性区间,为准确量化螺栓结合面的不确定性提供了理论依据与参考。因此,该建模方法具有成本低、效率高和适用性强的特点。

参 考 文 献

- [1] BRAKE M. The mechanics of jointed structures: recent research and open challenges for developing predictive models for structural dynamics[M]. Switzerland: Springer Nature, 2018:585-672.
- [2] CAI L, ZHANG Z, QIANG C, et al. An approach to optimize the machining accuracy retainability of multi-axis NC machine tool based on robust design[J]. Precision Engineering, 2016, 43:370-386.
- [3] DOU W, HE X, TANG B. Stability analysis of machine tool spindle under uncertainty [J]. Advances in Mechanical Engineering, 2016, 8(5):357-362.
- [4] GREENWOOD J A, WILLIAMSON J. Contact of nominally flat surfaces[J]. Proceedings of the Royal Society of London, 1966, 295(1442):300-319.
- [5] CHANG W, ETSION I, BOGY D B. An elastic-plastic model for the contact of rough surfaces[J]. Journal of Tribology, 1987, 109(2): 257-263.
- [6] ZHAO Y, MAIETTA D M, CHANG L. An asperity microcontact model incorporating the transition from elastic deformation to fully plastic flow[J]. Journal of Tribology, 2000, 122(1):86-93.
- [7] KOGUT L, ETSION I. Elastic-plastic contact analysis of a sphere and a rigid flat [J]. Journal of Applied Mechanics, 2002, 69(5):657-662.
- [8] KOGUT L, ETSION I. A finite element based elastic-plastic model for the contact of rough surfaces [J]. Tribology Transactions, 2003, 46(3):383-390.
- [9] LI L, WANG J, PEI X, et al. A modified elastic contact stiffness model considering the deformation of bulk substrate [J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2020, 34(2):777-790.
- [10] XU K, YUAN Y, ZHANG L. A normal contact stiffness model of joint surface based on fractal theory [J]. Computer Modeling in Engineering and Sciences, 2019, 119(3):459-479.
- [11] SAYLES R S, THOMAS T R. Surface topography as a nonstationary random process[J]. Nature, 1978, 271(5644):431-434.
- [12] SILVA F M A, GONALVES P B, PRADO Z. Influence of physical and geometrical system parameters uncertainties on the nonlinear oscillations of cylindrical shells[J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical

- Sciences and Engineering, 2012, 34:622-632.
- [13] HAKULA H, AARNIOJA V K, LAAKSONEN M. Cylindrical shell with junctions: uncertainty quantification of free vibration and frequency response analysis [J]. Shock and Vibration, 2018, 2018:1-16.
- [14] GOVERS Y, KHODAPARAST H H, LINK M, et al. A comparison of two stochastic model updating methods using the DLR AIRMOD test structure[J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2015(52/53):105-114.
- [15] 陈辉, 翟敬宇, 徐安杨, 等. 硬涂层阻尼结构的随机振动疲劳寿命分析 [J]. 振动、测试与诊断, 2020, 40(6):1212-1220.
- CHEN Hui, ZHAI Jingyu, XU Anyang, et al. Random vibration fatigue life analysis of hard coating damping structure [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2020, 40(6):1212-1220.(in Chinese)
- [16] MA Y, LIANG Z, CHEN M, et al. Interval analysis of rotor dynamic response with uncertain parameters [J]. Journal of Sound & Vibration, 2013, 332(16):3869-3880.
- [17] FU C, REN X, YANG Y, et al. Dynamic response analysis of an overhung rotor with interval uncertainties [J]. Nonlinear Dynamics, 2017, 89(3):2115-2124.
- [18] ZHANG J, BO F, TAN L, et al. Dynamical properties analysis of rotor systems with uncertain-but-bounded parameters[J]. Information Technology Journal, 2013, 12(13):2605-2610.
- [19] 王军, 洪杰, 陈萌, 等. 航空发动机转子系统动力特性的非概率分析 [J]. 航空动力学报, 2012, 27(1):75-81.
- WANG Jun, HONG Jie, CHEN Meng, et al. Non-probabilistic analysis on aero-engine rotordynamics [J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(1):75-81.(in Chinese)
- [20] WEI S, HAN Q K, PENG Z K, et al. Dynamic analysis of para-metrically excited system under uncertainties and multi-frequency excitations [J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2016(72/73):762-784.
- [21] WEI S, ZHAO J S, HAN Q K, et al. Dynamic response analysis on torsional vibrations of wind turbine geared transmission system with uncertainty[J]. Renewable Energy, 2015, 78:60-67.
- [22] LANGER P, SEPAHVAND K, GUIST C, et al. Finite element modeling for structural dynamic analysis of bolted joints under uncertainty[J]. Procedia Engineering, 2017, 199:954-959.
- [23] JALALI H, KHODAPARAST H, MADINEI M I, et al. Stochastic modelling and updating of a joint contact interface[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 129:645-658.
- [24] CASTELLUCCIO G M, BRAKE M. On the origin of computational model sensitivity, error, and uncertainty in threaded fasteners[J]. Computers & Structures, 2017, 186:1-10.
- [25] MAJUMDAR A, BHUSHAN B. Fractal model of elastic-plastic contact between rough surfaces[J]. Journal of Tribology, 1991, 113(1):1-11.
- [26] 黄杰, 姚卫星, 陈炎, 等. 不确定性陶瓷热防护系统的双随机动态理论 [J]. 振动、测试与诊断, 2019, 39(6):1211-1217.
- HUANG Jie, YAO Weixing, CHEN Yan, et al. Double random dynamic theoretical study for uncertainty ceramic thermal protection system [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2019, 39(6):1211-1217.(in Chinese)



第一作者简介:李玲,男,1981年7月生,博士、教授。主要研究方向为机床动力学、接触力学和摩擦学。曾发表《Contact stiffness model of joint surface considering continuous smooth characteristics and asperity interaction》(《Tribology Letters》2021, Vol. 69, No.2)等论文。

E-mail: liling@xauat.edu.cn

通信作者简介:林红,女,1975年9月生,博士、讲师。主要研究方向为数字化设计与制造。

E-mail: h759@163.com