

通过整体叶盘切缝的振动抑制方法初探*

赵睿, 罗华耿

(厦门大学航空航天学院 厦门, 361000)

摘要 针对航空发动机整体叶盘设计在进一步降低发动机质量、减少连接件复杂性的同时,也带来阻尼不足引起的振动问题,首先,提出了一种基于叶盘切缝并辅以填充物的方法,使系统在振动过程中产生非弹性碰撞能量损耗以及填充材料的阻尼损耗,从而为整体叶盘振动提供额外的阻尼;其次,建立了切缝整体叶盘与切缝填充后的时变参数动力学简化模型;最后,分别从仿真与实验的角度对切缝整体叶盘与切缝填充后的自由振动响应进行了分析,并利用希尔伯特变换法,识别了整体叶盘结构的瞬时频率以及瞬时阻尼比。结果表明,整体叶盘切缝的碰撞与填充物可以增加系统阻尼,能够起到抑制振动的作用。

关键词 整体叶盘;切缝;碰撞减振;阻尼;非线性参数辨识

中图分类号 TB535⁺.1;O322;TH1113.1

引言

随着材料科学的发展以及相关加工工艺的进步,航空发动机整体叶盘逐渐取代榫接叶盘。与榫接叶盘相比,整体叶盘具有轮盘薄、质量轻等优点,且没有榫头与榫槽的摩擦与碰撞,因此降低了材料的磨损。但是,整体叶盘的轮盘及叶片质量与刚度相差较小,容易发生耦合振动^[1];整体叶盘阻尼较小,容易产生高周疲劳破坏;此外在制造及运行过程中难以避免叶盘失谐现象的发生,其产生的振动局部化问题也易导致振动破坏^[1]。因此,研究涡轮叶盘系统的振动抑制机理、探索有效的振动抑制方法具有重要的现实意义,是发动机振动抑制领域的热点之一。

针对整体叶盘振动抑制,最常用的减振方法是从增加摩擦阻尼或碰撞增加额外阻尼入手^[2]。基于增加摩擦阻尼进行振动抑制的方法^[3-4]已有初步探索。文献[5-6]通过在涡轮叶盘的轮缘内侧靠近根部位置安装阻尼环,提出了带摩擦阻尼环整体叶盘的非线性动力学分析方法,取得了较好的振动抑制效果。Green等^[7]依据硬涂层中涂层颗粒之间的内部摩擦能够达到振动抑制效果的理论,利用实验验证了此减振机理的正确性。Allara^[8]基于涡轮叶片的接触摩擦模型,提出了一种利用接触刚度和摩擦因数来模拟表征摩擦接触面刚度和阻尼的方法。Wei等^[9]研究了干摩擦阻尼和黏性阻尼对循环对称

结构局部振动的影响,得出两类阻尼均可降低结构局部振动的结论,且干摩擦阻尼比黏性阻尼更易影响振动局部化。陈香等^[10]设计了涡轮整体叶盘带冠叶片的干摩擦阻尼振动抑制实验方案,分析了不同阻尼参数阻尼块的减振抑制效果,实验结果为干摩擦阻尼器设计参数的选取提供了数据支持。陈璐璐等^[11]通过数值方法优化叶盘叶片的凸肩位置,从而实现抑制叶片的振动响应。

许多学者对基于碰撞增加额外阻尼振动抑制的方法也进行了研究。Kaneko等^[12]研究了在旋转状态下的自带冠叶片,结果表明,由于离心力的存在使叶冠在冠间发生碰撞,消耗了叶片的振动能量并最终实现振动抑制。Lu等^[13-14]研究了含有碰撞阻尼器系统的振动,包括单自由度系统结构参数的改变以及两自由度系统激励方式的改变对碰撞阻尼器振动结果的影响,研究表明,增加一定程度的阻尼质量比能够提高阻尼器的减振效果。卢绪祥等^[15-16]研究了自带冠叶片碰撞减振机理,得知碰撞振动表现为非线性。赵亚英等^[17]基于有限元分析软件对带冠叶片的碰撞过程进行了有限元仿真,得出叶冠间隙在一定范围内通过碰摩可以有效减少振动的结论。

笔者提出了一种新的整体叶盘阻尼减振方法,通过在整体叶盘的设计过程中进行切缝处理,并补以高阻尼材料,使得叶片受外激励下振动时,叶盘间隙发生碰撞和摩擦,从而引起振动能量的耗散,为整体叶盘提供了额外阻尼,实现整体叶盘振动抑制的

* 中国航发产学研合作资助项目(HFZL2020CXY009)
收稿日期:2021-07-08;修回日期:2021-08-28

目的。首先,根据分段非线性模型,建立了叶盘扇区的动力学模型,并进行数值仿真模拟分析;其次,开展扇区、整体叶盘模态测试实验,并基于希尔伯特变换法进行参数辨识;然后,分析了不同碰撞条件下的结构阻尼变化规律,并依据模态测试结果修正仿真模型参数;最后,总结了所提出的整体叶盘减振方法的可行性,为后续整体叶盘结构减振设计提供思路。

1 叶盘扇区动力学模型的建立及仿真分析

1.1 单自由度仿真模型的建立

叶盘切缝如图1所示。选取循环对称叶盘结构的一个扇区,简化为一个单自由度双侧带间隙非线性振动模型,如图2所示。

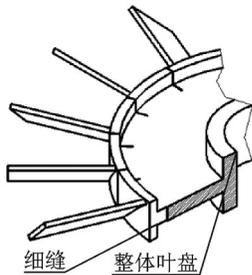


图1 叶盘切缝

Fig.1 Model of a blisk with slitting

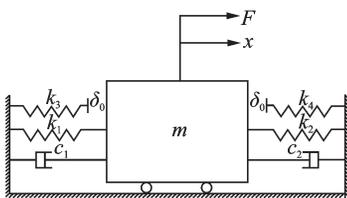


图2 带间隙非线性振动模型

Fig.2 Dynamics model of a blisk with slitting

叶盘模型的运动微分方程如下

$$m \ddot{x}(t) + (c_1 + c_2) \dot{x}(t) + k(x) = F \quad (1)$$

$k(x) =$

$$\begin{cases} (k_1 + k_2)x(t) + k_3(x - \delta_0) & (x(t) > \delta_0) \\ (k_1 + k_2)x(t) & (-\delta_0 \leq x(t) \leq \delta_0) \\ (k_1 + k_2)x(t) + k_4(x + \delta_0) & (x(t) < -\delta_0) \end{cases} \quad (2)$$

$$F = a_0 \sin(2\pi f_0 t) \quad (3)$$

其中: m 为质量; k_1, k_2 为系统刚度; c_1, c_2 为系统阻尼; k_3, k_4 分别为系统左右两边的碰撞刚度; δ_0 为细缝间

隙; F 为作用于系统的外力; a_0 为外力的幅值; f_0 为外力的激励频率; $k(x)$ 为结构恢复力; x 为沿轮盘切线方向位移,即叶盘周向位移。

通过调整参数大小,可以模拟分析叶片在不同参数下的振动响应规律。

对上述运动微分方程做如下归一化处理

$$k_0 = m(2\pi f_0)^2 \quad (4)$$

$$\zeta_0 = c_0/4m\pi f_0 \quad (5)$$

$$a_0/k_0 \stackrel{\text{def}}{=} u_0 \quad (6)$$

$$k_3 = k_4 \stackrel{\text{def}}{=} \alpha k_0 \quad (7)$$

$$f_{00}/f_0 \stackrel{\text{def}}{=} \beta \quad (8)$$

$$\delta_0/u_0 \stackrel{\text{def}}{=} \gamma \quad (9)$$

其中: f_0 为固有频率; $k_0 = 2k_1 = 2k_2$; $c_0 = 2c_1 = 2c_2$; β, γ 为无量纲参数。

将式(1)~(3)写成统一形式,可得

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega_1 \dot{x}(t) + \omega_i^2 x(t) = F_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (10)$$

$$\omega_i = \begin{cases} \omega_1^2 = (2\pi f_0)^2 & (-\delta_0 \leq x(t) \leq \delta_0) \\ \omega_2^2 = (2\pi f_0)^2 + k_3/m & (x(t) > \delta_0) \\ \omega_3^2 = (2\pi f_0)^2 + k_4/m & (x(t) < -\delta_0) \end{cases} \quad (11)$$

$$F_i = \begin{cases} F_1 = F/m & (-\delta_0 \leq x(t) \leq \delta_0) \\ F_2 = (F + k_3\delta_0)/m & (x(t) > \delta_0) \\ F_3 = (F - k_4\delta_0)/m & (x(t) < -\delta_0) \end{cases} \quad (12)$$

其中: ω_i 为分段线性每一段的固有圆频率; F_i 为分段线性每一段的等效外激励N。

1.2 基于希尔伯特变换的结构瞬时特征参数估计

基于希尔伯特变换的非线性参数识别方法^[18-22]是将非线性系统等效为一个线性时变系统,实现对时变参数的识别。式(10)~(12)是一个分段线性系统,很难直接将这样的系统参数描述为显式时变参数,但可以将其等价为一个时变参数的系统。

具有等价黏性阻尼的线性时变单自由度系统的自由振动微分方程为

$$m(t) \ddot{x}(t) + c(t) \dot{x}(t) + k(t)x(t) = 0 \quad (13)$$

若已知结构在自由振动条件下的位移响应、速度响应、加速度响应以及对应的希尔伯特变换,就能识别出结构的时变模态参数,其计算式为

$$f_0(t) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\dot{x}(t)\hat{\hat{x}}(t) - \dot{\hat{x}}(t)\hat{x}(t)}{x(t)\hat{\hat{x}}(t) - x(t)\hat{x}(t)}} \quad (14)$$

$$\zeta_0(t) = \frac{1 - x(t)\hat{\hat{x}}(t) + \ddot{x}(t)\hat{x}(t)}{2\sqrt{[x(t)\hat{\hat{x}}(t) - x(t)\hat{x}(t)][\dot{x}(t)\hat{\hat{x}}(t) - \dot{\hat{x}}(t)\hat{x}(t)]}} \quad (15)$$

其中: $f_0(t)$ 为无碰撞条件下的线性系统的固有频率; $\zeta_0(t)$ 为阻尼比; $m(t)$ 为质量; $\ddot{x}(t)$ 和 $\dot{\hat{x}}(t)$ 为加速度响应及其希尔伯特变换; $\dot{x}(t)$ 和 $\hat{x}(t)$ 为速度响应及其希尔伯特变换; $x(t)$ 和 $\hat{x}(t)$ 为位移响应及其希尔伯特变换。

为简化表达,后文中速度响应表示为 $v(t)$,加速度响应表示为 $a(t)$ 。

1.3 扇区模型数值算例分析

对上述单自由度系统,分别计算线性与非线性系统的自由衰减响应,为后续分析做参考。令外激励 $F_i=0$ N,固有频率 $f_0=3.5$ Hz,阻尼比 $\zeta_0=1.55\%$, $u_0=0.021$, $\gamma=1$ 。设系统的初始位移 $x(0)=5u_0$,初始速度 $v(0)=0$ 。先取 $\alpha=0$,即碰撞刚度为0,此时系统为单自由度线性系统,即无碰撞引起的刚度非线性。线性与非线性状态下瞬时响应与参数识别结果对比如图3所示。由四阶龙格-库塔法求解得到结构的位移、速度和加速度响应曲线如图3(a)所示。在其他参数不变的情况下,修改 $\alpha=8$,此时碰撞刚度为有限值,而且初始位移大于初始缝隙,所以系统为单自由度非线性系统,响应计

算过程中会发生碰撞状态,计算所得结构的位移、速度和加速度响应曲线如图3(b)所示。

根据式(14)和式(15)对响应信号进行相应的希尔伯特变换及数值微分计算,即可得到系统的瞬时模态参数,如图3(c,d)所示。其中,线性系统的识别结果与仿真中所设置的参数理论值一致,从而验证了识别单自由度结构的时变参数设置的正确性。同时可见,非线性状态时频率最大值略有上升,且阻尼大于线性状态。

由于参数识别假定了非时变参数的线性结构,所以图中所识别的系统参数(如瞬时频率以及瞬时阻尼)均为时变函数。另外,由于位移与时间的关系已知,所以所识别的时变参数也可以转化成位移的函数,如图3(e,f)所示。

2 实验验证

为了验证碰撞减振应用在整体叶盘振动抑制中的可行性,设计了模态测试实验来获取切缝叶盘的模态参数,通过不同结构、材料的叶盘模态参数比较,判断碰撞减振的实际效果。

2.1 实验总体设计

实验用力锤对切缝整体叶盘结构施加脉冲激振力,采用NI数据采集仪对叶盘加速度数据进行采集,实验测试实况及部分仪器如图4所示,本次实验的激励与加速度响应拾取均在垂直于叶盘面的方向上进行。

利用带通滤波以及希尔伯特变换,可以对分析频率范围内任意阶模态实施非线性参数识别。本研究仅对叶盘的第1阶模态开展分析与讨论。

由于现有工艺的限制,叶盘加工缝隙能实现的最小尺寸为0.2 mm,所以仅依靠锤击激励产生的振动很难发生碰撞,因此在锤击实验时叶盘缝隙间填充了不同材料以增加叶盘的等效阻尼。

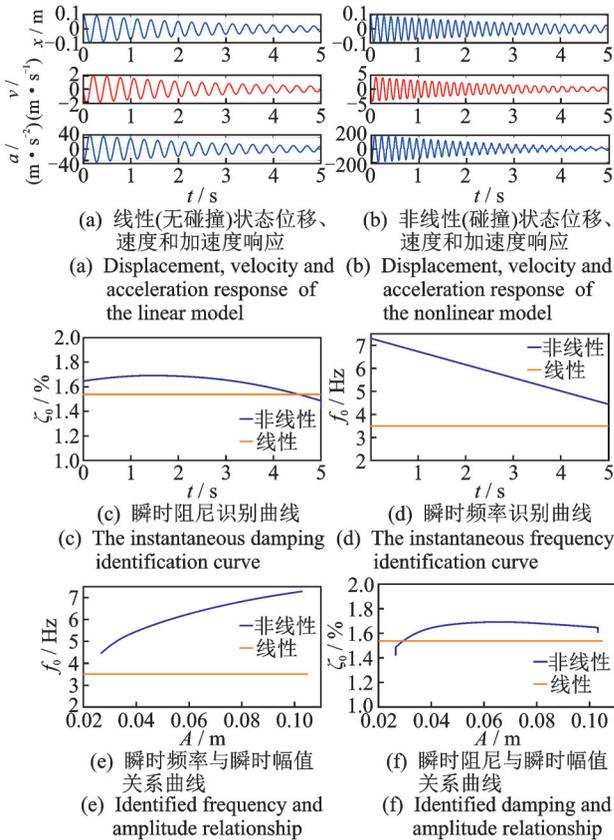


图3 线性与非线性状态下瞬时响应与参数识别结果对比
Fig.3 Identified parameters from linear and nonlinear systems



(a) 扇区叶盘测试 (b) 整体叶盘测试 (c) 信号采集模块
(a) Sector blisk test (b) Whole blisk test (c) Signal acquisition module

图4 实验测试实况及部分仪器

Fig.4 Experimental setup and instrumentations

2.2 扇区结构瞬时特征参数识别实验

对铝合金填充的扇区叶盘进行实验,得到原始

加速度响应信号及其傅里叶频谱如图5所示。理论上,傅里叶变换是一个线性变换,为确定带通滤波的范围,对加速度信号 $a(t)$ 进行傅里叶频谱分析,用以判定加速度信号中第1阶模态响应的频率范围,为滤波器设计提供参考。如扇区叶盘1阶频率范围在820 Hz左右,为此设计了截止频率为850 Hz的低通滤波器,滤波后加速度、速度及位移响应信号如图6所示。对加速度信号的一次和二次积分作适当的去趋势化,可分别得到速度与位移时间波形。

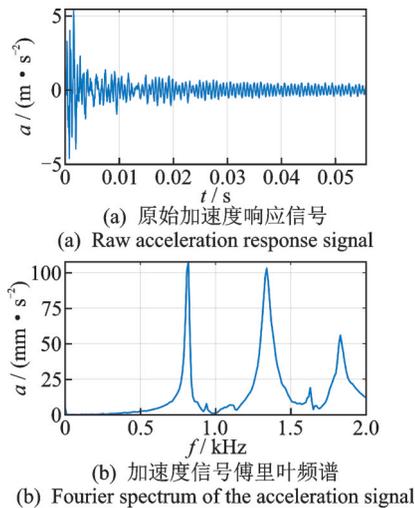


图5 原始加速度响应信号及其傅里叶频谱

Fig.5 Raw acceleration response and its Fourier spectrum

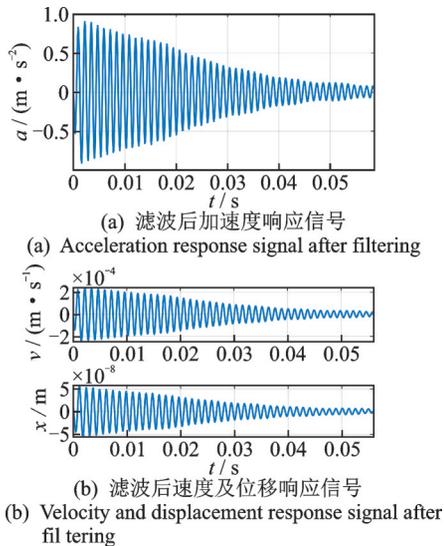


图6 滤波后加速度、速度及位移响应信号

Fig.6 Acceleration, velocity and displacement response signal after filtering

扇区叶盘非线性参数识别结果如图7所示,所识别的参数也可以表达成位移的函数,见图7(c,d)。

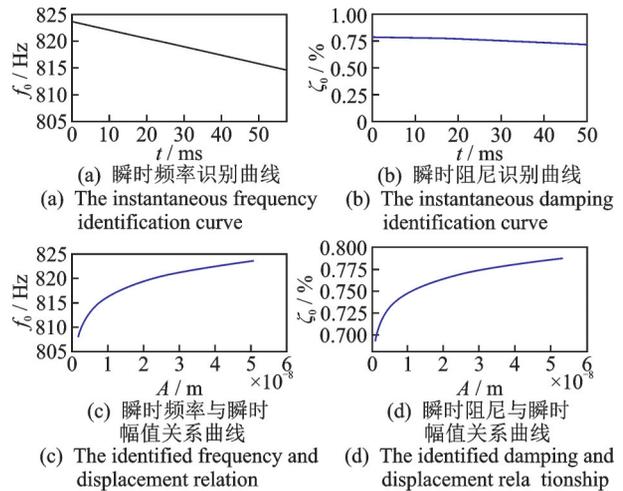


图7 扇区叶盘非线性参数识别结果

Fig.7 Sector blisk nonlinear parameter identification results

2.3 单自由度仿真模型修正

因前述仿真模型并未考虑叶盘缝隙中填充材料的影响,为了尽可能使仿真模型更加贴近实验条件下的真实叶盘结构,本节基于模态实验结果对仿真模型进行修正。

缝隙填充后叶盘仍然可以看作是一个非线性系统,其非线性主要来自于以下方面:①填充材料本身的非线性;②填充材料与缝隙接触面在相对运动过程中的拉压非对称性。依据文献[18-22],可将非线性系统等效为线性时变系统进行参数识别,因此在修改模型时等效成随位移变化的刚度和阻尼。由图7(c,d)扇区叶盘非线性参数识别结果,对原模型进行修正,修正后叶盘模型如图8所示。其中: $m(t)$ 为质量; $k_1(x), k_2(x)$ 为系统的刚度; F 为系统的外力且取0; $c_1(x), c_2(x)$ 为系统的阻尼; x 为沿轮盘切线方向位移。

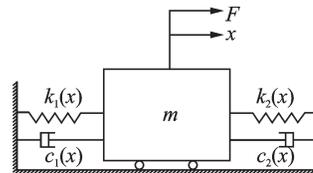


图8 修正后叶盘模型

Fig.8 The revised blisk model

修正叶盘模型的运动微分方程如下

$$m(t) \ddot{x}(t) + c(x) \dot{x}(t) + k_c(x)x(t) = 0 \quad (16)$$

$$c(x) = 2\zeta_0 \sqrt{k_c(x)} \quad (17)$$

$$k_1(x) = k_2(x) = 0.5k_c(x) \quad (18)$$

$$c_1(x) = c_2(x) = \zeta_0 \sqrt{k_c(x)(1 + \sqrt{x})^2} \quad (19)$$

$$k(x) = k_c(x)x(t) \quad (20)$$

其中: $c(x)$ 为结构时变阻尼; $k(x)$ 为修正前结构恢复力; x 为沿轮盘切线方向位移; ζ_0 为阻尼比; $k_c(x)$ 为修正后结构刚度。

将参数识别结果代入修正后的模型中并与实验结果进行对比,如图9所示。结果显示,修正后的模型与实验结果吻合良好,表明模型修正方法的正确性,能够较好地反映真实叶盘结构的动力学特性。

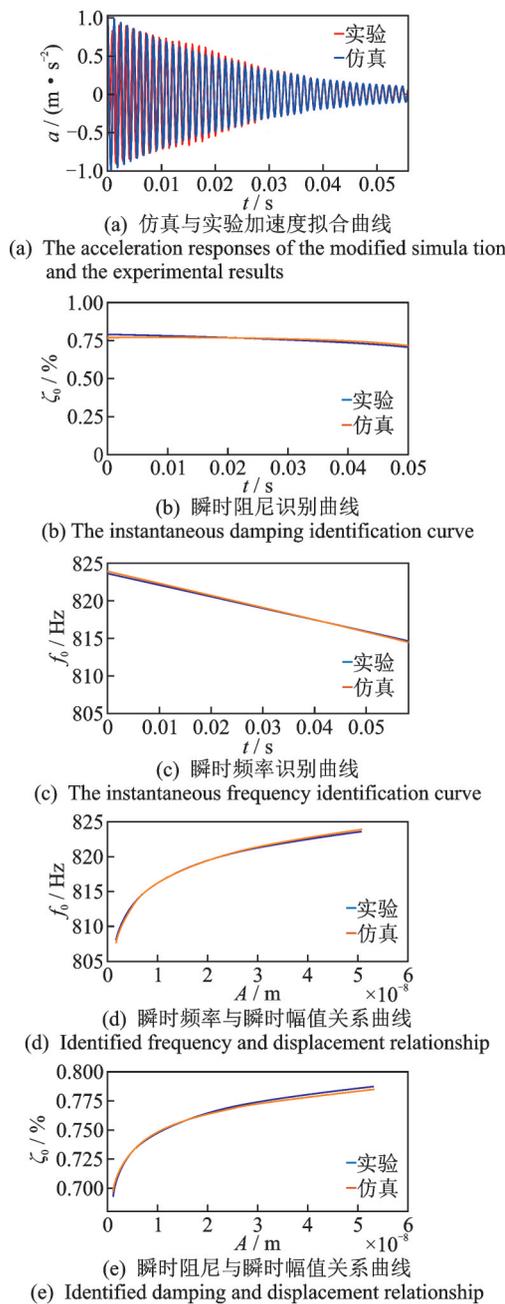


图9 修正模型后仿真与实验结果对比
Fig.9 Comparison of the parameter identifications between the modified simulation and the test

2.4 整体叶盘结构特征参数识别实验

为验证不同的填充材料对等效阻尼的影响,本次实验采用了3种不同的填充材料:铝膜、纸以及橡胶。时域响应如图10所示,未切缝整体叶盘及切缝整体叶盘非线性参数识别结果如图11所示,不同状态下参数识别结果对比如表1所示。

对比图11各状态下的振动时域响应可知:存在

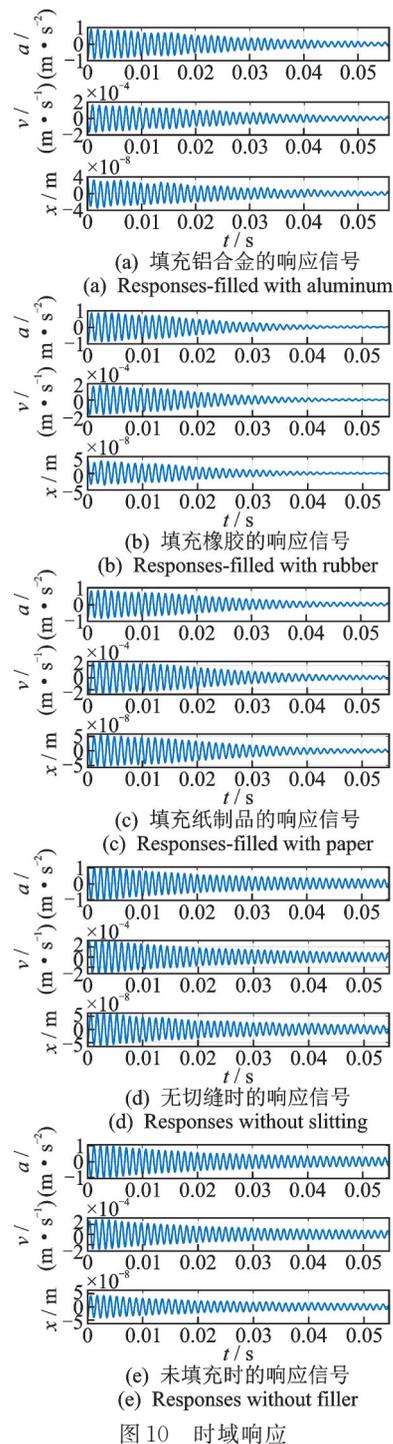


图10 时域响应
Fig.10 Time domain response

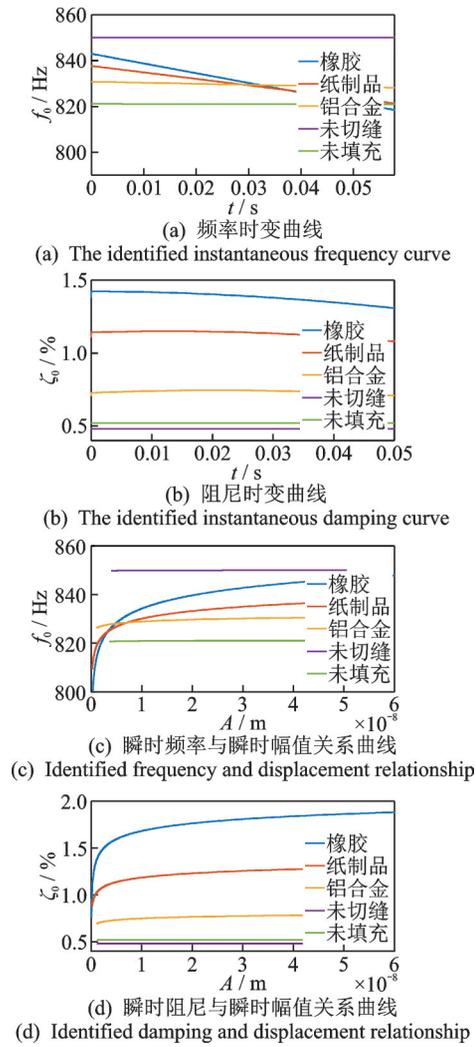


图 11 叶盘非线性参数识别结果

Fig.11 Nonlinear parameter identification results of blisk

表 1 不同状态下参数识别结果对比

Tab.1 The parameter identification results under different condition

状态	频率 均值/Hz	频率均值变 化率/%	阻尼 均值/%	阻尼均值 变化率/%
未切缝	850.00	0	0.48	0
未填充	821.00	-3.41	0.52	8.33
铝合金	829.50	-2.41	0.75	56.25
纸制品	826.50	-2.76	1.13	135.42
橡胶	823.00	-3.18	1.41	193.75

填充材料以及碰撞时的振动比无碰撞时的振动衰减速率更快;不同填充物对比结果显示,橡胶振动响应衰减速率最快;不同频率与阻尼的识别结果表明,未切缝整体叶盘和切缝未填充材料整体叶盘时的频率与阻尼数值基本恒定,验证了实验中的非线性现象是由填充材料以及碰撞因素所引起;存在不同填充物时,阻尼更大且阻尼及频率会随振动时间与幅值

改变,与未填充状态相比频率均值有所增大;不同填充物的阻尼相比,橡胶>纸制品>铝合金,但均比未填充时阻尼大。因此,切缝填充物的阻尼有助于增加整体叶盘的阻尼。

3 结论

1) 所设计的叶盘切缝对所分析的 1 阶频率影响不大(小于 4%)。

2) 可以通过切缝的碰撞增加振动的能量耗散,从而提高叶盘的阻尼比,但所增加的阻尼跟切缝的大小有关。

3) 切缝填充能进一步提高叶盘的阻尼,且阻尼大小与填充物的材料性质有关。本研究测试的切缝填充材料中,阻尼性能最好的橡胶将叶盘的等价阻尼提高到了未作处理时整体叶盘的约 3 倍。

4) 由于目前实验室条件的限制,实验仅在叶盘静态时进行,未考虑旋转状态下离心力、转速等指标,后续研究可以考虑模拟更真实的叶盘工作状态进行测试验证。

5) 整体叶盘切缝后,在缝隙底部会造成较为严重的应力集中,需要优化设计切缝以避免此现象。

6) 进一步优化切缝与切缝填充物,以优化叶盘的多模态阻尼。

参 考 文 献

[1] 陈玉刚.整体叶盘振动特性分析与硬涂层阻尼减振设计研究[D].大连:大连理工大学,2017.

[2] 张亮,刘铁箭,李欣,等.失谐叶盘结构减振问题研究综述[J].河北科技大学学报,2016,37(2):109-117.
ZHANG Liang, LIU Tiejian, LI Xin, et al. Research overview on vibration damping of mistuned bladed disk assemblies[J]. Journal of Hebei University of Science and Technology, 2016, 37(2):109-117.(in Chinese)

[3] 许愕俊,田忠贤.论叶片摩擦阻尼减振[J].航空发动机,2000(1):49-54.
XU Ejun, TIAN Zhongxian. On friction damping of blades [J]. Aeroengine, 2000(1):49-54. (in Chinese)

[4] CIGEROGLU E, OZGUVEN H N. Nonlinear vibration analysis of bladed disks with dry friction dampers [J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 295(3/4/5):1028-1043.

[5] LAXALDE D, THOUVEREZ F, LOMBARD J P. Vibration control for integrally bladed disks using friction ring dampers [C]//ASME Turbo Expo 2007:

- Power for Land, Sea and Air. Montreal, Canada: ASME, 2007.
- [6] LAXALDE D, THOUVEREZ F, SINOUE J J, et al. Qualitative analysis of forced response of blisks with friction ring dampers[J]. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 2007, 26(4):676-687.
- [7] PATSIAS S, SAXTON C, SHIPTON M. Hard damping coatings: an experimental procedure for extraction of damping characteristics and modulus of elasticity [J]. *Materials Science and Engineering: A*, 2004, 370(1/2):412-416.
- [8] ALLARA M. A model for the characterization of friction contacts in turbine blades[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 320(3):527-544.
- [9] WEI S T, PIERRE C. Effects of dry friction damping on the occurrence of localized forced vibrations in nearly cyclic structures [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1989, 129(3):397-416.
- [10] 陈香,朱靖,李光辉,等. 涡轮带冠叶片干摩擦阻尼减振实验[J]. *航空动力学报*, 2012, 27(4):817-823.
CHEN Xiang, ZHU Jing, LI Guanghui, et al. Experiment on dry friction damping of shrouded turbine blades [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2012, 27(4):817-823. (in Chinese)
- [11] 陈璐璐,张大义,文敏,等. 带凸肩风扇叶片振动特性及设计方法研究[J]. *推进技术*, 2015, 36(9):1389-1394.
CHEN Lulu, ZHANG Dayi, WEN Min, et al. Dynamical effects of shrouds on fan blade vibration and its corresponding design method[J]. *Tournal of Propulsion Technology*, 2015, 36(9):1389-1394. (in Chinese)
- [12] KANEKO Y, MORI K, OHYAMA H. Development and verification of 3000 rpm 48 inch integral shroud blade for steam turbine[J]. *JSME International Journal*, 2006, 49(2):205-211.
- [13] LU Z, LU X L, MASRI S F. Studies of the performance of particle dampers under dynamic loads [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2010, 26(20):5415-5433.
- [14] LU Z, MASRI S F, LU X L. Studies of the performance of particle dampers attached to a two-degrees-of-freedom system under random excitation [J]. *Journal of Vibration and Control*, 2011, 17(10):1454-1471.
- [15] 卢绪祥,黄树红,刘正强,等. 汽轮机自带冠叶片碰撞减振的研究现状与发展[J]. *振动与冲击*, 2010, 29(2):11-16.
LU Xuxiang, HUANG Shuhong, LIU Zhengqiang, et al. Impact-damping studies for integral shroud blades of a turbine machinery[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2010, 29(2):11-16. (in Chinese)
- [16] 卢绪祥,刘正强,黄树红,等. 含间隙碰撞振动系统的非线性振动特性[J]. *动力工程学报*, 2012, 32(5):388-393.
LU Xuxiang, LIU Zhengqiang, HUANG Shuhong, et al. Nonlinear vibration characteristics of a vibro-impact system with clearance[J]. *Journal of Chinese Society of Power Engineering*, 2012, 32(5):388-393. (in Chinese)
- [17] 赵亚英,陈长秀,赵熹. 汽轮机带冠叶片阻尼振动特性的有限元分析[J]. *安徽理工大学学(自然科学版)*, 2014, 34(1):61-67.
ZHAO Yaying, CHEN Changxiu, ZHAO Xi. The finite element analysis on damping vibration dynamic characteristics for shrouded blades of steam turbine[J]. *Journal of Anhui University of Science and Technology (Natural Science)*, 2014, 34(1):61-67. (in Chinese)
- [18] FELDMAN M. Non-linear system vibration analysis Hilbert transform-I: free vibration analysis method 'freevib'[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1994, 8(2):119-127.
- [19] FELDMAN M. Non-linear system vibration analysis Hilbert transform-II: forced vibration analysis method 'forcevib'[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1994, 8(3):309-318.
- [20] FELDMAN M, BRAUN S. Identification of non-linear system parameters via the instantaneous frequency: application of the Hilbert transform and Wigner-Ville technique[C]//*Proceedings of the 13th IMAC*. Nashville, TN, USA:SEA, 1995:637-642.
- [21] FELDMAN M. Identification of weakly nonlinearities in multiple coupled oscillators[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 303:357-370.
- [22] FELDMAN M. Time-varying vibration decomposition and analysis based on the Hilbert transform [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 295:518-530.



第一作者简介:赵睿,女,1997年5月生,硕士生。主要研究方向为振动分析与控制、实验模态分析、参数识别及有限元分析等。

E-mail:2813324635@qq.com