

# 最大系数多重同步挤压变换识别结构瞬时频率\*

刘景良<sup>1,2</sup>, 李宇祖<sup>1</sup>, 苏杰龙<sup>1</sup>, 盛叶<sup>1,2</sup>, 骆勇鹏<sup>1,2</sup>

(1. 福建农林大学交通与土木工程学院 福州, 350002)

(2. “数字福建”智能交通技术物联网实验室 福州, 350002)

**摘要** 针对多重同步挤压变换及其改进算法存在的未重排点问题,提出了一种基于最大系数的多重同步挤压变换(maximum coefficient based multi-synchrosqueezing transform, 简称MCMSST)方法来识别时变结构非平稳响应信号的瞬时频率(instantaneous frequency, 简称IF)。首先,引入傅里叶频谱来辅助多分量响应信号选取截止频率;其次,对响应信号进行短时傅里叶变换(short time fourier transform, 简称STFT),针对短时傅里叶变换系数求取针对时间的偏导,从而获得估算的瞬时频率;然后,在对瞬时频率的估算值进行多次迭代的基础上,仅保留时频系数模值最大处所对应的估算瞬时频率,并将其余位置的瞬时频率值归零;最后,对时频系数模值最大处所对应的瞬时频率进行时频重排即可得到细化后的瞬时频带。由于基于MCMSST方法提取的是瞬时频带,故采用时频系数模极大值法在限定的频带范围内提取瞬时频率曲线。通过2组数值算例和1个铝合金悬臂梁质量突变试验,验证了所提方法的有效性。研究表明,MCMSST方法不仅彻底解决了未重排点问题,而且提高了瞬时频率的识别精度和抗噪能力。

**关键词** 时变;多重同步挤压变换;未重排点;时频系数;瞬时频率

**中图分类号** TN911.6;TU311.3

## 引言

长期服役状态下的土木工程结构本质上属于时变和非线性结构系统<sup>[1]</sup>。从时变的角度识别结构的瞬时特征参数更符合实际情况,对于深入理解结构动力灾变机理、损伤识别理论、振动控制和健康监测具有重要的理论意义和工程应用价值。其中,瞬时频率的精确识别至关重要<sup>[2]</sup>。由于时变结构的响应信号具有非平稳性,而时频分析方法是一种将一维时域信号映射到二维时频面的信号处理技术,非常适用于非平稳信号的处理。然而,经典的时频分析方法存在一些不足。例如:短时傅里叶变换<sup>[3]</sup>的窗函数固定导致其时频分辨率不会随着信号时变特征的改变而改变;Wigner-Ville分布(Wigner-Ville distribution, 简称WVD)<sup>[4]</sup>在分析非线性调频多分量信号时出现的交叉项有可能引发时频图模糊不清;小波变换(wavelet transform, 简称WT)<sup>[5]</sup>对结构低频响应信号的频率分辨率不足,具体表现为小波量图中的时频曲线分布较宽;而S变换对高频信号的频率分辨率不足<sup>[6]</sup>。为进一步提升时变结构非平稳响

应信号的时频精度,可将时频分析方法与后处理方法相结合。常见的后处理方法有重分配算法(reassignment method, 简称RS)<sup>[7]</sup>、参数化时频分析方法(parametric time-frequency analysis, 简称PTFA)<sup>[8]</sup>以及同步挤压变换(synchrosqueezing transform, 简称SST)<sup>[9]</sup>等。由于SST不仅可以提高信号的时频分辨率,还能够对分量信号进行重构,因此广泛用于时变结构的瞬时频率识别<sup>[10-11]</sup>。然而,SST估算的瞬时频率精度仍然不足,获得的时频系数容易产生偏移现象<sup>[12]</sup>。为此,Oberlin等<sup>[12]</sup>提出了二阶同步挤压变换(second order synchrosqueezing transform, 简称SSST)。在此基础上,Pham等<sup>[13]</sup>提出了高阶同步挤压变换(high order synchrosqueezing transform, 简称HSST)。HSST虽然提高了瞬时频率估算精度,但易受噪声干扰且计算效率不高。Yu等<sup>[14]</sup>提出了多重同步挤压变换(multi-synchrosqueezing transform, 简称MSST)。通过多次迭代估算的瞬时频率,MSST不仅提升了HSST的计算效率,还具有更好的时频聚集性。然而,MSST针对瞬时频率估算值采取四舍五入取整方式,导致其时频系数在同一

\* 国家自然科学基金青年基金资助项目(51608122);中国博士后科学基金面上资助项目(2018M632561);福建省自然科学基金面上资助项目(2020J01581,2020J01579);福建农林大学优秀硕士学位论文基金资助项目(113/1122YS01005)  
收稿日期:2022-03-30;修回日期:2022-05-18

时刻无法重排至一点<sup>[15]</sup>,使得识别非平稳信号的瞬时频率精度有所降低。为此,Yu<sup>[15]</sup>提出了改进的多重同步挤压变换(improved multi-synchrosqueezing transform,简称IMSSST),但仍无法彻底解决未重排点问题。为此,笔者提出基于最大系数的多重同步挤压变换算法来彻底解决未重排点问题。

## 1 基本理论

设定多分量调幅调频信号为

$$s(t) = A_1(t)e^{i\varphi_1(t)} + A_2(t)e^{i\varphi_2(t)} \quad (1)$$

其中: $A_1(t)$ 和 $A_2(t)$ 为信号幅值; $\varphi_1(t)$ 和 $\varphi_2(t)$ 为相位。

对多分量信号进行STFT,即

$$f(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)e^{-i\omega t} dt \quad (2)$$

其中: $\omega$ 为频率。

由于不能直接求取多个短时傅里叶变换系数的最大值,因此需要确定若干个截止频率,将短时傅里叶系数矩阵分割成相应的几个部分并求取各个部分的最大系数。

以如式(3)所示的多分量信号 $s(t)$ 为例,对其进行傅里叶变换,获得的 $s(t)$ 频谱图如图1所示。由于2个峰值之间的波谷处频率可作为截止频率,因此 $s(t)$ 的截止频率可选取27 Hz附近的某个值。当信号为频率混叠的多分量时变信号时,通过傅里叶频谱难以选择截止频率。此时,需要引入能够处理模式混叠的信号分解方法来对多分量信号进行有效分离。

$$s(t) = s_1(t) + s_2(t) \quad (3)$$

其中: $s_1(t) = \sin\{2\pi[18t + 6\cos(1.5t)]\}$ ;  $s_2(t) = \sin\{2\pi[37t + 6\cos(1.5t)]\}$ 。

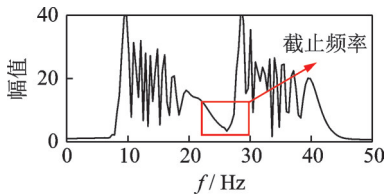


图1  $s(t)$ 的频谱图

Fig.1 The spectrum of  $s(t)$

为了得到目标信号的估算瞬时频率表达式,设 $\epsilon$ 足够小,且 $|A'(t)| \leq \epsilon$ 和 $|\varphi'''(t)| \leq \epsilon$ 。根据二阶泰勒展开公式, $A(u)$ 和 $\varphi(u)$ 在 $t$ 时刻可表示为

$$A(u) = A(t) + O\{A'(t)\} \quad (4)$$

$$\varphi(u) = \varphi(t) + \varphi'(t)(u-t) + 0.5\varphi''(t)(u-t)^2 + O\{\varphi'''(t)\} \quad (5)$$

其中: $O\{A'(t)\}$ 和 $O\{\varphi'''(t)\}$ 分别表示 $A'(t)$ 和 $\varphi'''(t)$ 的无穷小,可忽略不计。

将式(4)和(5)代入式(1),可得

$$s(u) = A_1(t)e^{i\left\{\varphi_1(t) + \varphi_1'(t)\tau + \frac{1}{2}\varphi_1''(t)\tau^2\right\}} + A_2(t)e^{i\left\{\varphi_2(t) + \varphi_2'(t)\tau + \frac{1}{2}\varphi_2''(t)\tau^2\right\}} \quad (6)$$

其中: $\tau = u - t$ 。

对式(6)进行STFT,可得

$$G(t, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(u-t)s(u)e^{-i\omega\tau} du = A_1(t)e^{i\varphi_1(t)} \frac{1}{\sqrt{1-i\varphi_1''(t)}} e^{-\frac{\{\omega - \varphi_1'(t)\}^2}{2(1-i\varphi_1''(t))}} + A_2(t)e^{i\varphi_2(t)} \frac{1}{\sqrt{1-i\varphi_2''(t)}} e^{-\frac{\{\omega - \varphi_2'(t)\}^2}{2(1-i\varphi_2''(t))}} \quad (7)$$

其中: $g(u)$ 为STFT的窗函数。

对式(7)求取时间的偏导,即

$$\tilde{\omega}(t, \omega) = \frac{\partial_i G(t, \omega)}{iG(t, \omega)} = \varphi_1'(t) + c_1 + \varphi_2'(t) + c_2 \quad (8)$$

$$\text{其中: } c_1 = \frac{\varphi_1''(t) \{\omega - \varphi_1'(t)\} \{\varphi_1''(t) - i\}}{\{i + \varphi_1''(t)\} \{\varphi_1''(t) - i\}}; c_2 =$$

$$\frac{\varphi_2''(t) \{\omega - \varphi_2'(t)\} \{\varphi_2''(t) - i\}}{\{i + \varphi_2''(t)\} \{\varphi_2''(t) - i\}}。$$

以式(8)的实部为瞬时频率估算值,得到

$$\tilde{\omega}(t, \omega) = \varphi_1'(t) + \frac{\varphi_1''^2(t)}{1 + \varphi_1''^2(t)} \{\omega - \varphi_1'(t)\} + \varphi_2'(t) + \frac{\varphi_2''^2(t)}{1 + \varphi_2''^2(t)} \{\omega - \varphi_2'(t)\} \quad (9)$$

对 $\tilde{\omega}(t, \omega)$ 进行 $N$ 次迭代,可得

$$\tilde{\omega}^{[N]}(t, \omega) = \varphi_1'(t) + \varphi_2'(t) + \left\{ \frac{\varphi_1''^2(t)}{1 + \varphi_1''^2(t)} \right\}^N \times \left\{ \omega - \varphi_1'(t) \right\} + \left\{ \frac{\varphi_2''^2(t)}{1 + \varphi_2''^2(t)} \right\}^N \left\{ \omega - \varphi_2'(t) \right\} \quad (10)$$

理论上,MSST是将时频系数 $G(t, \omega)$ 重排至 $\{t, \tilde{\omega}^{[N]}(t, \omega)\}$ 位置,然而在信号的离散化过程中,必须对 $\tilde{\omega}^{[N]}(t, \omega)$ 进行取整操作。为此,Yu等采用四舍五入的方式对 $\tilde{\omega}^{[N]}(t, \omega)$ 进行取整<sup>[15]</sup>,即

$$\text{Round}\{\tilde{\omega}^{[N]}(t, \omega)\} = \begin{cases} \tilde{\omega}^{[N]}(t, \omega) & (\tilde{\omega}^{[N]}(t, \omega) < z + 0.5) \\ \lceil \tilde{\omega}^{[N]}(t, \omega) \rceil & (\tilde{\omega}^{[N]}(t, \omega) \geq z + 0.5) \end{cases} \quad (11)$$

其中:  $z = \lfloor \tilde{\omega}^{[N]}(t, \omega) \rfloor$  表示  $\tilde{\omega}^{[N]}(t, \omega)$  的整数部分。

通常情况下,对同一时刻的  $\tilde{\omega}^{[N]}(t, \omega)$  进行四舍五入取整后,会得到同一个估算瞬时频率。在特殊情况下,  $\tilde{\omega}^{[N]}(t, \omega)$  在同一时刻可能被舍入到2个相邻的估算瞬时频率值,从而导致未重排点的产生<sup>[16]</sup>。

为解决这一问题,首先求取每一时刻的短时傅里叶变换系数模值的极大值,即

$$G_e(t, \omega) = \max[|G(t, \omega)|] \quad (12)$$

其中:  $\max[\cdot]$  为求取括号内函数的极大值;  $|G(t, \omega)|$  为  $G(t, \omega)$  的模值。

然后,保留短时傅里叶系数极大值位置所对应估算的瞬时频率值,并将其余位置处的瞬时频率值归零,结果为

$$\tilde{\omega}_r^{[N]}(t, \omega) = \begin{cases} \tilde{\omega}^{[N]}(t, \omega) & |G(t, \omega)| = G_e(t, \omega) \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (13)$$

最后,对  $\tilde{\omega}_r^{[N]}(t, \omega)$  进行时频重排,即

$$T_s^{[N]}(t, \eta) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(t, \omega) \delta\{\eta - \tilde{\omega}_r^{[N]}(t, \omega)\} d\omega \quad (14)$$

通过式(14)可获取目标信号的细化瞬时频带。由于MCMSSST仅保留了短时傅里叶变换系数模值最大时所对应的瞬时频率,即每一时刻仅有一个对应的瞬时频率,因此识别的频带具有更高的时频聚集性。

由于MCMSSST提取的结果为瞬时频带,故引入时频系数模极大值法对MCMSSST识别的频带进行瞬时频率曲线的精确提取。

首先,搜索MCMSSST频带中每一时刻模极大值的位置并记录该位置,其结果为

$$\text{IF}(t, \eta) = \max[T_s^{[N]}(t, \eta)] \quad (15)$$

其次,将得到的每一时刻的时频系数模极大值按照时间顺序连接,即可精确提取瞬时频率曲线。

## 2 数值算例验证

### 2.1 多分量信号数值算例

多分量调幅调频信号  $y(t)$  为

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) \quad (16)$$

其中:  $y_1(t) = 8\cos[20\pi t + 10\sin(0.6\pi t)]$ ;  $y_2(t) = 8\cos[40\pi t + 8\cos(0.5\pi t)]$ 。

设信号的采样频率为100 Hz,采样时间为6 s,

$y(t)$  时域波形如图2所示。

由于MCMSSST仅保留每一时刻的时频系数模极大值,因此该方法在识别多分量信号时,需要选取合适的截止频率对分量信号的时频系数进行划分,从而避免多个分量信号的时频系数模极大值的混合。 $y(t)$  的频谱图如图3所示,可选择15~17 Hz范围内某一频率作为截止频率。笔者以15 Hz作为截止频率,对短时傅里叶系数矩阵进行分割并对分割后的2个残余矩阵分别求取最大系数。 $y(t)$  的瞬时频带识别结果如图4所示。将图4局部放大,0~1 s之间  $y_1(t)$  和  $y_2(t)$  的瞬时频带识别结果分别如图5,6所示。

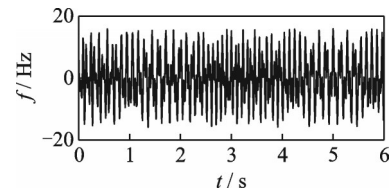


图2  $y(t)$  时域波形

Fig.2 The time domain waveform of  $y(t)$

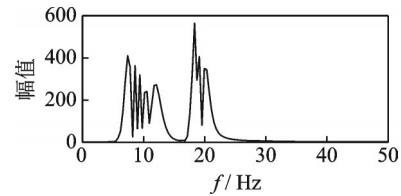
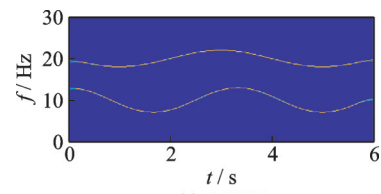
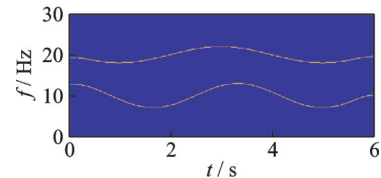


图3  $y(t)$  的频谱图

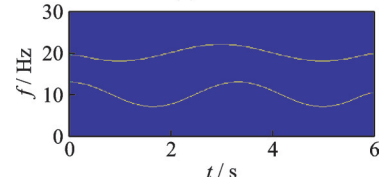
Fig.3 The spectrum of  $y(t)$



(a) MSST



(b) IMSST



(c) MCMSSST

图4  $y(t)$  的瞬时频带识别结果

Fig.4 The instantaneous frequency bands of  $y(t)$  extracted by various methods

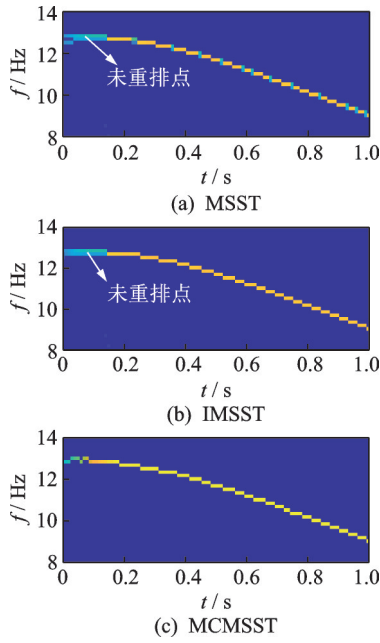


图 5 0~1 s 之间  $y_1(t)$  的瞬时频带识别结果  
Fig.5 The instantaneous frequency bands of  $y_1(t)$  between 0~1 s

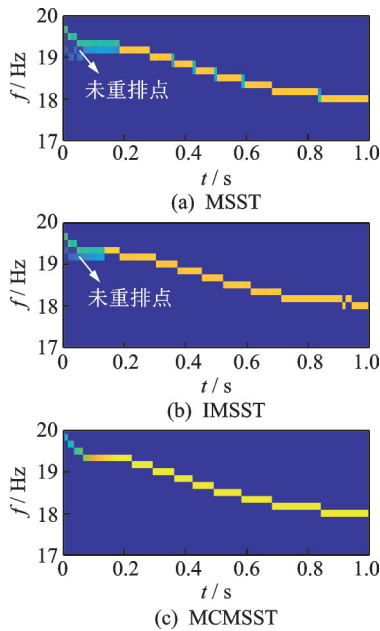


图 6 0~1 s 之间  $y_2(t)$  的瞬时频带识别结果  
Fig.6 The instantaneous frequency bands of  $y_2(t)$  between 0~1 s

由图 5,6 可知:相比 MSST,IMSST 识别的频带中未重排点的个数已经有所减少,但仍然没有彻底排除未重排点,而 MCMSSST 识别的频带中已经不存在未重排点,故具有最佳的时频聚集性。

为进一步对比 3 种方法识别瞬时频率的精度,采用时频系数模极大值进行瞬时频率曲线的提取,图 7 为  $y(t)$  的瞬时频率识别结果。图 7(b),7(c) 为图 7(a) 的局部放大图。可以看出,MCMSSST 识别

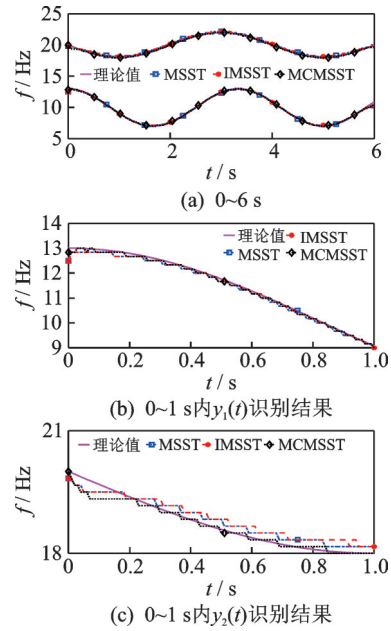


图 7  $y(t)$  的瞬时频率识别结果

Fig.7 Instantaneous frequency identification results of  $y(t)$  的瞬时频率曲线与理论值更加吻合,识别精度最佳。

为清楚比较瞬时频率识别精度,以瞬时频率在整个时间历程内的均方根作为精度指标(index of accuracy, 简称 IA)来衡量瞬时频率的识别精度,其表达式为

$$IA = \frac{\sqrt{\int_0^T [f_d(t) - f_e(t)]^2 dt}}{\sqrt{\int_0^T [f_e(t)]^2 dt}} \quad (17)$$

其中: $f_d(t)$  为瞬时频率识别值; $f_e(t)$  为瞬时频率理论值。

IA 值越小,说明识别值与理论值越接近,即精度更高。3 种方法识别  $y(t)$  的瞬时频率精度指标如表 1 所示。其中:IA<sub>1</sub> 和 IA<sub>2</sub> 分别为  $y_1(t)$  和  $y_2(t)$  的瞬时频率精度指标。由表 1 可知:相较于 MSST,IMSST 的 IA 值有所增加,这是由于 IMSST 对估算的瞬时频率采用 2 次四舍五入取整的方式造成的。由于 MCMSSST 识别的瞬时频率的 IA 值最小,因此 MCMSSST 不仅解决了未重排点问题,还提升了瞬时频率的识别精度。

表 1  $y(t)$  的瞬时频率识别精度指标  
Tab.1 IA of instantaneous frequency identification of  $y(t)$  %

精度指标	方法		
	MSST	IMSST	MCMSSST
IA <sub>1</sub>	1.07	1.12	0.81
IA <sub>2</sub>	0.88	1.09	0.38

2.2 参数分析

以式(16)所示的 $y(t)$ 为例分析噪声水平对MC-MSST精度的影响。分别对 $y(t)$ 添加10%,20%,30%,40%和50%的高斯白噪声,其信噪比SNR为

$$SNR = 20\lg \frac{A_{\text{signal}}}{A_{\text{noise}}} = 10\lg \frac{A_{\text{signal}}^2}{A_{\text{noise}}^2} \quad (18)$$

其中: $A_{\text{signal}}$ 和 $A_{\text{noise}}$ 分别为信号和噪声的均方根值;噪声水平为 $A_{\text{noise}}^2$ 与 $A_{\text{signal}}^2$ 之间的比值。

分别对信号分别进行MSST,IMSST及MCMSST变换,并对变换后的频带进行瞬时频率曲线的精确提取。不同噪声水平下 $y(t)$ 的瞬时频率识别结果如图8所示。由图8可知,MCMSST识别的瞬时频率与理论值最为吻合,IMSST识别效果相对最差。

不同噪声水平下信号 $y(t)$ 瞬时频率识别精度指标如表2所示。其中, $IA_1$ 和 $IA_2$ 分别为分量信号 $y_1$ 及 $y_2$ 的瞬时频率精度指标。由表2可知,在同一噪声水

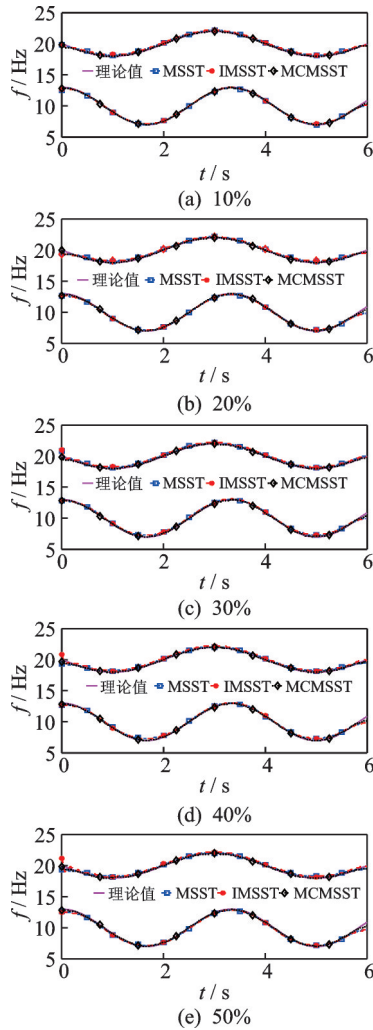


图8 不同噪声水平下 $y(t)$ 的瞬时频率识别结果

Fig.8 Instantaneous frequency identification results of  $y(t)$  under different noise levels

表2 不同噪声水平下信号 $y(t)$ 瞬时频率识别精度指标  
Tab.2 IA of instantaneous frequency identification of the  $y(t)$  at different noise level %

噪声水平/%	精度指标	方法		
		MSST	IMSST	MCMSST
10	$IA_1$	1.10	1.13	0.83
20	$IA_1$	1.70	1.71	0.86
30	$IA_1$	1.94	1.98	0.87
40	$IA_1$	2.03	2.06	1.02
50	$IA_1$	2.12	2.20	1.05
10	$IA_2$	0.89	1.11	0.40
20	$IA_2$	0.95	1.14	0.41
30	$IA_2$	0.97	1.16	0.44
40	$IA_2$	0.98	1.17	0.46
50	$IA_2$	1.00	1.20	0.47

平下MCMSST的IA值最小,因此其抗噪性能最好。此外,随着噪声水平的增加,3种瞬时频率识别方法的IA值虽然有所增加,但MCMSST的变化最小,这再一次说明MCMSST具有最佳的抗噪性能。

3 质量突变悬臂梁试验验证

采用文献[13]中的质量突变等截面铝合金悬臂梁试验来验证所提方法的有效性,图9为铝合金悬臂梁试验装置图。其中:悬臂梁的横截面尺寸为40 mm×15 mm,长度为500 mm,质量为0.81 kg,悬臂端质量块为1 kg。通过带钢锤头的力锤对悬臂梁施加激励,梁上共设置5个锤击点,间距为100 mm。在质量块上端放置一块悬挂的磁铁,通过力锤敲击悬臂梁的自由端,在某个时刻放下细绳使永磁铁垂直靠近质量块,并将其吸起以实现结构质量的改

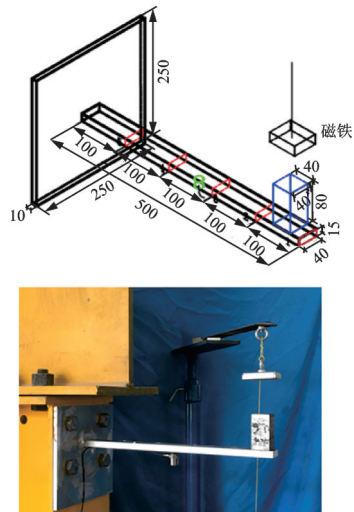


图9 铝合金悬臂梁试验装置图(单位:mm)

Fig.9 The aluminum cantilever beam test rig (unit: mm)

变。设采样频率为 2 kHz,在梁的跨中位置安装加速度传感器。试验前,基于“冻结法”分别测定悬臂梁结构在有质量块和无质量块工况的固有频率,再将两者作为质量突变前后的瞬时频率理论值。试验时,通过力锤敲击悬臂梁的自由端,在 2 s 附近利用磁铁吸引质量块以改变悬臂梁质量,在 2.3 s 时刻再次通过力锤锤击悬臂梁以防止响应衰减过快,得到的实测加速度响应信号如图 10 所示。

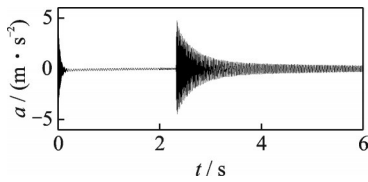


图 10 实测加速度响应信号

Fig.10 The measured acceleration response

由于本试验采集的响应信号近似为单分量信号,暂不对其进行截止频率的选取。采用 3 种方法识别悬臂梁响应信号的瞬时频带如图 11 所示。对图 11 进行局部放大,0~0.2 s 的瞬时频带识别结果如图 12 所示。由图 12 可知,相比 MSST,IMSST 提取的频带中未重排点数量有所减少,故 IMSST 的时频聚集性优于 MSST,但 MCMSSST 提取的频带中已经不存在未重排点,这说明了 MCMSSST 具有更好的时频聚集性。

为进一步对比,采用时频系数模极大值法对图

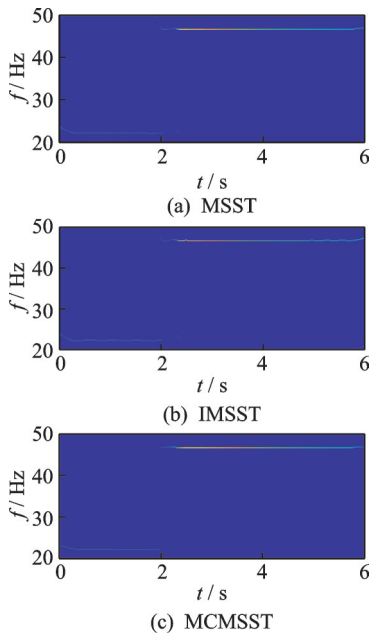


图 11 采用 3 种方法识别悬臂梁响应信号的瞬时频带

Fig.11 The instantaneous frequency band of the response from the aluminum cantilever beam extracted by three kinds of methods

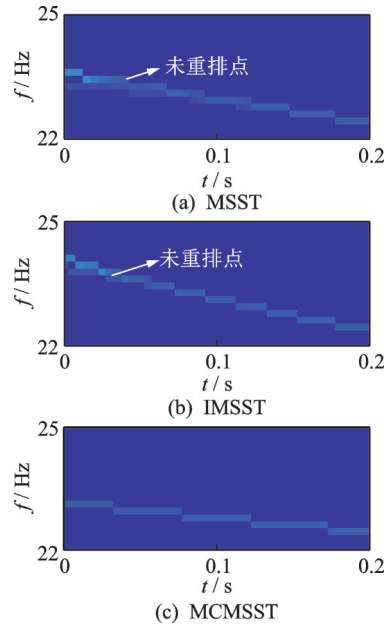


图 12 0~0.2 s 的瞬时频带识别结果

Fig.12 The instantaneous frequency band of the response from the aluminum cantilever beam between 0~0.2 s

12 中的频带识别结果进行瞬时频率曲线的提取。悬臂梁响应信号的瞬时频率识别结果如图 13 所示。13(b)为图 13(a)的局部放大图。可以看出:相比 MSST 和 IMSST, MCMSSST 的瞬时频率识别结果更加接近理论值,该方法的识别精度最优。

为更好地比较 3 种方法的瞬时频率识别精度,采用 IA 值进行比对。MSST 的 IA 值为 2.49%, IMSST 的 IA 值为 3.10%, MCMSSST 的 IA 值为 1.70%。相较于 MSST,虽然 IMSST 对估算的瞬时频率采用 2 次四舍五入取整的方式减少未重排点,但造成了 IMSST 的瞬时频率识别精度下降。相比 MSST, MCMSSST 的 IA 值最小,在去除未重排点的同时,还提升了瞬时频率的识别精度。

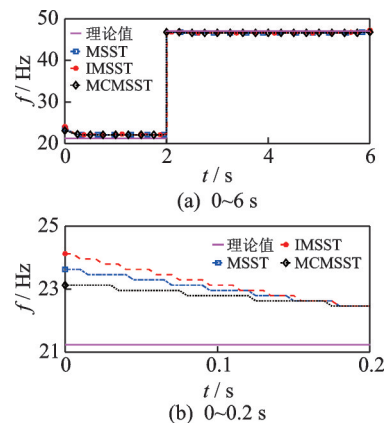


图 13 悬臂梁响应信号的瞬时频率识别结果

Fig.13 The identified instantaneous frequency of the response from the aluminum cantilever beam

## 4 结 论

1) MCMSST能够有效识别质量突变的悬臂梁结构的瞬时频率,且识别精度优于IMSST和MSST方法。

2) MCMSST彻底解决了MSST及IMSST存在的未重排点问题,具有最佳的时频聚集性。由于MCMSST仅保留短时傅里叶系数模值最大时对应的瞬时频率,其抗噪性能也优于MSST及IMSST。

## 参 考 文 献

- [1] WANG Z C, REN W X, CHEN G D. Time-frequency analysis and applications in time-varying/nonlinear structural systems: a state-of-the-art review [J]. *Advances in Structural Engineering*, 2018, 21(10): 1562-1584.
- [2] 沈中祥,袁平平,刘义. ISEGST在非线形RC结构瞬时频率识别中的应用[J]. *振动与冲击*, 2021, 40(22): 283-288.  
SHEN Zhongxiang, YUAN Pingping, LIU Yi. Application of ISEGST in instantaneous frequency identification of nonlinear RC structures[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2021, 40(22): 283-288. (in Chinese)
- [3] 包文杰,涂晓彤,李富才,等. 参数化的短时傅里叶变换及齿轮箱故障诊断[J]. *振动、测试与诊断*, 2020, 40(2): 272-277.  
BAO Wenjie, TU Xiaotong, LI Fucui, et al. The adaptive short-Fourier transform method based on fast path optimization and its application for fault diagnosis of planetary gearbox [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2020, 40(2): 272-277. (in Chinese)
- [4] SUR A, JOSHI K D, SHARMA A, et al. Instantaneous frequency extraction of highly nonstationary optical interferometric signal using reassigned smoothed pseudo Wigner-Ville distribution [J]. *Optik*, 2021, 231: 166436.
- [5] KIJEWski T, KAREEM A. Wavelet transforms for system identification in civil engineering[J]. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2003, 18(5): 339-355.
- [6] 赵朋. 基于改进的S变换时频谱重排的时变结构瞬时频率识别研究[D]. 合肥:合肥工业大学, 2019.
- [7] SÉBASTIEN F, ROLAND B, GAËL R. Reassigned time-frequency representations of discrete time signals and application to the Constant-Q transform[J]. *Signal Processing*, 2017, 132: 170-176.
- [8] ANGRISANI L, D'ARCO M. A measurement method based on a modified version of the chirplet transform for instantaneous frequency estimation[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2002, 51(4): 704-711.
- [9] DAUBECHIES I, LU J F, WU H T. Synchrosqueezed wavelet transforms: an empirical mode decomposition-like tool [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2011, 30(2): 243-261.
- [10] 刘景良,郑锦仰,林友勤,等. 变分模态分解和同步挤压小波变换识别时变结构瞬时频率[J]. *振动与冲击*, 2018, 37(20): 24-31.  
LIU Jingliang, ZHENG Jinyang, LIN Youqin, et al. Instantaneous frequency identification of time-varying structures using variational mode decomposition and synchro squeezing wavelet transform [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2018, 37(20): 24-31. (in Chinese)
- [11] WANG Z C, REN W X, LIU J L. A synchrosqueezed wavelet transform enhanced by extended analytical mode decomposition method for dynamic signal reconstruction [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, 332(22): 6016-6028.
- [12] OBERLIN T, MEIGNEN S, PERRIER V. Second-order synchrosqueezing transform or invertible reassignment towards ideal time-frequency representations [J]. *Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(5): 1335-1344.
- [13] PHAM D H, MEIGNEN S. High-order synchrosqueezing transform for multicomponent signals analysis-with an application to gravitational-wave signal[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(12): 3168-3178.
- [14] YU G, WANG Z H, ZHAO P. Multi-synchrosqueezing Transform [J]. *Transactions on Industrial Electronics*, 2019, 66(7): 5441-5455.
- [15] YU G. A multisynchrosqueezing-based high-resolution time-frequency analysis tool for the analysis of non-stationary signals[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2021, 492: 115813.
- [16] 李宇祖,刘景良,廖飞宇,等. 基于向上取整的多重同步挤压变换识别时变结构瞬时频带[J]. *振动与冲击*, 2022, 41(21): 201-208.  
LI Yuzu, LIU Jingliang, LIAO Feiyu, et al. Identification of instantaneous frequency band of time-varying structures based on multi-synchrosqueezing transform with ceiling method [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2022, 41(21): 201-208. (in Chinese)



**第一作者简介:**刘景良,男,1983年11月生,副教授、硕士生导师。主要研究方向为结构健康监测、桥梁振动与稳定。曾发表《移动荷载作用下时变简支钢桥结构损伤识别方法研究》(《振动、测试与诊断》2021年第41卷第1期)等论文。  
E-mail: liujingliang@fafu.edu.cn