

混凝土内部受压力学性能试验与本构分析*

何浩祥, 王 崢, 程时涛, 高 伟

(北京工业大学工程抗震与结构诊治北京市重点实验室 北京, 100124)

摘要 为了精准测量受压混凝土内部应力-应变关系,通过在丙烯酸树脂杆上布置电阻式应变片,测量得到混凝土试块内部应变,研发大量程微型土压力盒实现混凝土内部应力测量。将相关测试装置预埋在混凝土试块内部,完成混凝土试块单轴压缩试验,获得精准的混凝土内部应力-应变关系数据。结果表明,混凝土内部本构模型相对于传统本构模型具有良好的延性,且峰值强度远高于传统本构模型。结合国内外几种具有代表性的混凝土本构方程对试验进行了有限元模拟,针对应力-应变曲线、峰值强度及峰值应变进行了对比分析。分析结果表明:实测的混凝土内部应力-应变曲线合理准确,相关测量方法具有良好的精度和可行性;基于我国规范模型的有限元模拟结果与试验结果吻合最好,可进一步推广使用。

关键词 混凝土;内部应力-应变曲线;本构模型;传感器;峰值强度;峰值应变

中图分类号 TU528;TH823

引言

混凝土受压本构模型是描述混凝土处于受压状态时宏观应力-应变关系的函数,是分析超静定结构内力、计算钢筋混凝土构件强度和实现抗震设计的重要基础^[1-2],提出或选取合理且准确的混凝土本构模型一直是科学和工程的研究热点。

近年来,随着对混凝土损伤机制的深入认识,提出了多种改进本构模型,主要包括非线性弹性本构模型、经典塑性力学模型和损伤力学模型等^[2-4]。

由于现有试验技术手段存在不足,目前大多数混凝土本构模型是以试件整体层面的试验数据为基础得到宏观应力-应变关系,无法全面准确地反映试件内部不同区域混凝土的力学性能特征和变化细节。混凝土单轴压缩试验数据主要通过位移计、应变片及力传感器从混凝土的整体或表层获取,并通过观察混凝土表面裂缝的出现和发展评估混凝土损伤发展的宏观情况,无法直接测试到混凝土内部的应力、应变和损伤状态的数值和演变过程。为解决上述问题,需要利用先进有效的试验技术精确测出混凝土内部的应力-应变关系,进而提出更为精确的内部本构模型。

混凝土结构应变的测量方法可分为测量宏观应变和测量内部应变2种。在一般的混凝土受压试验中,主要使用应变片或位移计测量混凝土材料的宏

观应变。由于混凝土裂缝的开展将导致应变片失效,直接采用应变片难以测得宏观应变的全过程。采用精密的位移计能够测量到混凝土试件在表观层面上的应变全过程信息,因而成为宏观应变测试的最有效方法。通常采用预埋自制应变传感器或光纤光栅应变传感器^[3]测量混凝土内部应变。光纤光栅应变传感器耐损性弱,不能有效测量试验全过程信息。文献[5]将沿长度方向均匀贴有应变片的丙烯酸树脂杆埋入混凝土试件,成功测量了不同位置的应变。文献[6-7]也采用类似方法测量混凝土内部应变。由于测试混凝土试件内部应力的技术手段存在不足,尚无法全面获得混凝土内部的应力-应变全曲线,亟需提升相关测试技术水平。

采用电液伺服机等设备可以直接获得混凝土试件的宏观应力,却无法测出混凝土内部应力变化情况。电阻应变式土压力盒是利用粘贴在土压力盒受力膜上圆环形电阻应变片作为敏感元件,当压力作用于受力膜时,电阻应变片产生变形,利用电阻应变组成的电桥输出电压^[8]。传统的土压力盒耐腐蚀,具有长期稳定性,但量程无法充分满足混凝土应力的测试要求,需要进一步改进。

笔者研发了具有超大量程的微型土压力盒,具有测量混凝土内部应力的能力。采用微型土压力盒与嵌入在树脂杆内的电阻式应变传感器分别对混凝土内部应力和应变进行测量,获得了完整的混凝土

* 国家重点研发计划资助项目(2017YFC1500603, 2017YFC1500604);国家自然科学基金资助项目(51878017)

收稿日期:2021-11-10;修回日期:2021-12-30

内部受压本构曲线,并结合几种典型的混凝土本构模型对混凝土内部应力-应变曲线进行了拟合精度验证及有限元分析研究。

1 混凝土内部应力应变测量方法

为了准确获得混凝土内部的应力-应变关系,笔者提出一种新的混凝土内部性能测量方法。为测量混凝土棱柱体等类型的试块内部不同位置的应变,可将电阻式应变片沿丙烯酸树脂杆长度方向均匀粘贴,并将长度约为混凝土试件高度1/3左右的丙烯酸树脂杆布置在混凝土模具中心部位。由于混凝土是由骨料、砂和水泥等多相材料组成,测量内部应力的传感器需具有与混凝土材料相容性好、强度高、灵敏度高、量程大及响应快等特点。综合比较各类传感器,笔者推荐使用土压力盒作为内部应力测量传感器。普通的土压力盒量程一般在10 MPa以内,难以满足测试需求。图1为棱柱体试件模具内传感器布置图。笔者研发了一种大量程土压力盒,如图1(a)所示,其直径为2.1 cm,厚度为1.0 cm,内部具有高性能芯片,使土压力盒具有60 MPa的大量程和高灵敏度。

试验中使用动静态应变测试仪采集内部应力测量数据,混凝土内部受压应力的计算公式为

$$P = \mu \epsilon K \quad (1)$$

其中: P 为压力值; $\mu \epsilon$ 为应变值; K 为率定系数。

试验开始前需要对土压力盒进行标定,图2为大量程土压力盒标定结果。可见,在相同条件下对土压力盒进行重复加载后测到的曲线与第1次加载结果吻合度非常高,且在标定状态下土压力盒测得的应变值与应力保持着良好的线性关系,表明土压力盒性能稳定可靠。

为了达到良好的测试精度和效果,在安装混凝土内部应力及应变测量传感器时应注意:①需将丙烯酸树脂杆表面打磨粗糙以增强与混凝土的黏结,且在丙烯酸树脂杆表面涂抹一层砂浆,用来增加粗糙度;②在丙烯酸树脂杆上粘贴应变片后,应变片表面涂抹环氧树脂进行防潮处理;③在浇筑混凝土前,将内部应变传感器固定在模具中,且在混凝土振捣过程中保证内部应变计不偏离原来的方向;④由于水泥与水产生热效应,在土压力盒导线引出处涂抹水泥砂浆避免因混凝土的水化热放出热量过高而破坏导线。

如图1(c,d)所示,为了测试混凝土试件的内部应力和应变,在浇筑混凝土前需将应力及应变测量传感器固定在混凝土试件模具内部。应变传感器安

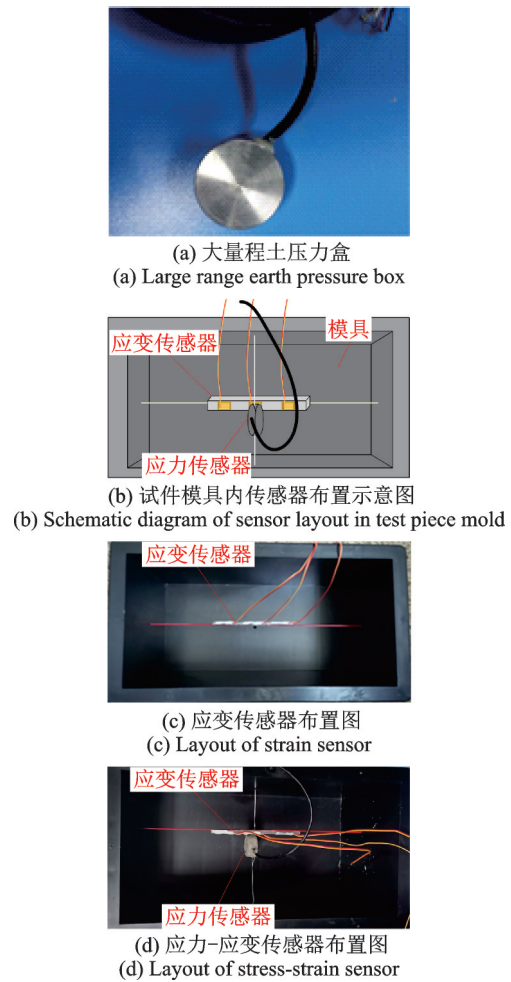


图1 棱柱体试件模具内传感器布置图

Fig.1 Sensor layout in the mold of prismatic specimen

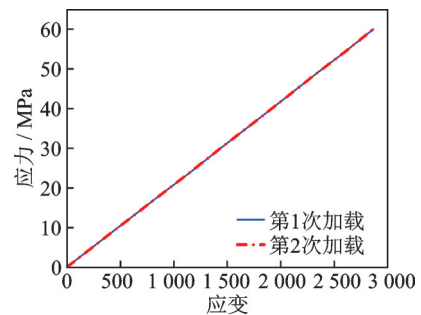


图2 大量程土压力盒标定结果

Fig.2 Calibration results of large range earth pressure box

装步骤为:①沿丙烯酸树脂杆长度方向均匀粘贴多个应变片,并做好防水处理;②在混凝土试件模具上下两侧打孔,保证对侧小孔在同一条直线上;③选择粗细适当与足够长度的线绳与丙烯酸树脂杆平行绑定,线绳两端从模具上下的小孔穿出并打结,使丙烯酸树脂杆固定在模具中心位置。

考虑到土压力盒表面光滑且为圆柱体,将其固定在模具中心位置较为困难。图3为内部应力及应变传感器安装流程图,其安装步骤如下:

- 1) 对土压力盒进行重新标定。土压力盒表面光滑,与混凝土粘结性能较差,建议在土压力盒表面涂抹水泥砂浆,增加土压力盒表面粗糙度。
- 2) 在混凝土试件模具左右两侧打孔,保证对侧

小孔再同一条直线上。

- 3) 将扎丝做成与压力盒相同直径的圆环,套紧应力测量传感器,使土压力盒固定在与内部应变测量传感器同一位置。

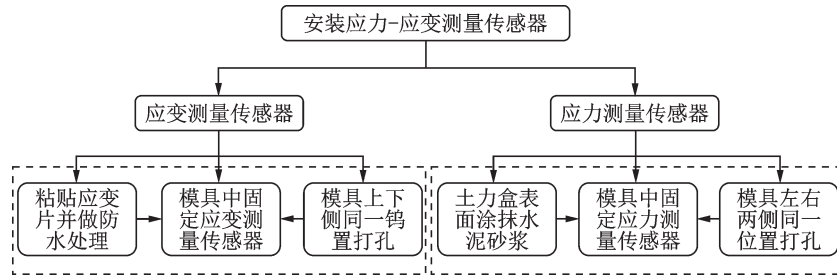


图 3 内部应力及应变传感器安装流程图

Fig.3 Installation flow chart of internal stress and strain sensor

2 试验过程及结果分析

2.1 试件加工

为直接测量并研究混凝土内部应力-应变关系,根据《普通混凝土配合比设计规程》确定如表 1 所示的混凝土材料配比方案。制作 3 个尺寸均为 150 mm × 150 mm × 300 mm 的混凝土棱柱体试件,在混凝土中

布置内部应力传感器及应变传感器,通过单轴压缩试验获取混凝土内部应力及应变试验数据。在试件制备过程中,采用 PC32.5R 水泥作为基体,采用连续级配的碎石作为粗骨料,最大粒径为 15 mm,选用河砂作为细骨料。在试块内部不同高度处竖向布置应变传感器,沿处于中间位置的应变传感器处布置应力传感器,使应力传感器受力面垂直于加载方向。

表 1 混凝土材料配比

Tab.1 Concrete material ratio

材料	水	水泥	砂	碎石	水灰比	砂率
数值	180 kg/m ³	474 kg/m ³	489 kg/m ³	1 257 kg/m ³	0.38	0.3

2.2 试验过程

单轴压缩试验在 3 000 kN 电液伺服液压机上进行,试验加载速率为 0.5 mm/min。加载前将量程为 100 t 的力传感器置于试块下方。沿试件侧面中心布置传统电阻式应变片,在混凝土试块旁平行布置位移计,由此获取试件整体的宏观应变。在棱柱体受压试验中,若应用普通液压试验机对试件进行加载,仅可获得应力-应变曲线上段的数据,当试件达到最大承载力时试件将急剧破坏,无法测量到有效的下降段数据。试验布置图及混凝土试件破坏情况如图 4 所示。笔者根据文献[2]方法,在普通液压试验机上附加 2 个最大出力均为 50 t 的千斤顶作为刚性元件,完成了试件应力-应变全曲线测试。图 4(a)为试件受压布置图。当应力-应变曲线进入下降段后,混凝土试块表面相继出现裂缝,裂缝方向大体平行于受力方向,继续增大应变,试块表面出现多条不连续的纵向裂缝。试验结束后,试块表面出现贯通宏

观裂缝,试块表面破坏情况如图 4(b)所示,试块内部破坏情况如图 4(c)所示。可以看出,试块内部应变传感器最终仍然竖立于试块内部,在加载过程中未发生弯折,而应力传感器仍平行于试块截面。可见,在混凝土单轴压缩试验全过程中试块的应力和应变得到了有效监测。

2.3 试验结果分析及有限元初步模拟

3 个试件内部实测应力-应变曲线如图 5 所示。试验现象和实测数据均表明,混凝土单轴压缩的破坏过程是混凝土内部微裂缝、微缺陷开展导致损伤逐步累积的过程。裂缝开展主要分为 3 个阶段^[2]: 裂缝相对稳定期 ($\sigma/\sigma_{max} < 0.3 \sim 0.4$), 裂缝稳定发展期 ($\sigma/\sigma_{max} < 0.75 \sim 0.9$) 以及不稳定裂缝发展期 ($\sigma/\sigma_{max} > 0.9$)。

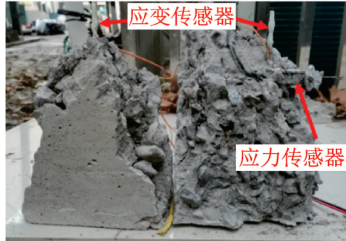
从图 5 可以看出,随着混凝土压应力增大,裂缝稳定发展,混凝土内部应力-应变增长速度相对宏观应力-应变渐缓,当宏观应力达到峰值点时,试件内



(a) 试块受压布置图
(a) Specimen compression layout



(b) 试块表面破坏情况
(b) Surface damage of test block



(c) 试块内部破坏情况
(c) Internal damage of test block

图4 试验布置图及混凝土试件破坏情况

Fig.4 Damage of concrete specimen

部应力尚未达到峰值。当宏观应力下降到峰值应力 $0.89\sigma_{max}$ 左右时,内部应力达到峰值。此后内部应力也开始下降,但下降趋势较宏观应力-应变曲线更缓慢。总体结果表明,混凝土试件内部中心处的应力峰值高于宏观应力峰值,相同应力下内部应力峰值

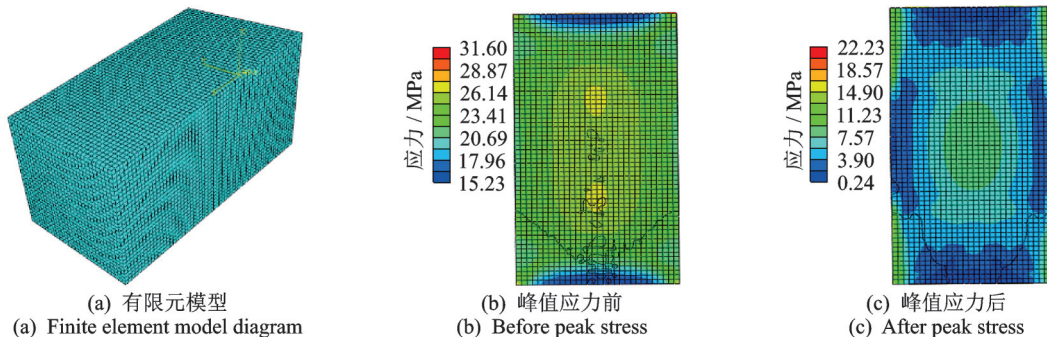
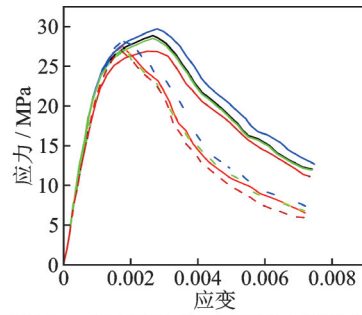


图6 有限元模型图及不同阶段应力云图

Fig.6 Finite element model diagram and stress contour plots at different stages

可以看出,模型上下区域应力明显低于其他区域,内部核心区域应力高于其余区域,对称位置的应力值相近。在宏观应力达到峰值之前,内部核心区域处于裂缝稳定发展期,而底部区域的裂

缝发展不稳定,内部核心区域应力距其峰值点仍相差较大。在宏观应力达到峰值之后,模型底部区域有明显的斜裂缝,应力分布更加不均匀。以上结果证明混凝土内部不同区域的应力值确实具



— 实测宏观应力-应变平均值; — 实测内部应力-应变平均值;
— 试件1实测内部应力-应变; — 试件2实测内部应力-应变;
— 试件3实测内部应力-应变; - - 试件1实测宏观应力-应变;
- - 试件2实测宏观应力-应变; - - 试件3实测宏观应力-应变

图5 实测应力-应变曲线

Fig.5 Measured stress-strain curve

对应的应变明显大于宏观峰值应变,因而具有更高的延性^[9]。

为了深入探讨混凝土试件内部的力学性能和应力分布情况,笔者利用有限元软件 ABAQUS 对试件进行了精细化模拟。图6为有限元模型图及不同阶段应力云图。选择 ABAQUS 给出的混凝土塑性损伤模型模拟混凝土材料,将实测的宏观应力-应变数据作为材料本构。弹性模量根据实测曲线取为 $E_c = f_{cc} / (3\epsilon)$, 其中 f_{cc} 为试验外峰值应力; ϵ 为 $f_{cc} / 3$ 处对应的应变;混凝土泊松比取为 0.2。混凝土单元类型选用 8 节点三维实体缩减积分单元。考虑收敛问题与计算精度进行网格划分,最终的网格尺寸为高度的 1/60。该模型中一端固定,约束所有的转动自由度和横向平动自由度,另一端采用轴向位移加载方式。有限元模型如图 6(a) 所示。最后对混凝土试件模型进行单轴压缩试验模拟,并提取混凝土内部 5 个典型位置的应力-应变曲线。

有明显差异。

采用试验本构模拟的混凝土模型内部不同位置的应力-应变曲线如图 7 所示。位置 2 为内置应力-应变测量传感器放置处,在有限元模型里的区域为混凝土中心 75 mm×75 mm×150 mm 处。其余位置的结果均为典型的受力位区域。可以看出,位置 2 的模拟结果与实测结果吻合良好,且根据有限元得到的宏观应力-应变曲线与实测结果也十分接近,表明笔者采用的模拟方法具有较高的精度。此外,混凝土内部不同位置应力-应变曲线也具有明显差异,位置 1,3 与位置 2 应力应变曲线峰值强度及峰值应变差异较大,位置 1,3 及位置 4,5 上升段曲线形状较为接近,但下降段具有明显差异。文献[10]对混凝土进行了细观模拟,模拟结果表明混凝土细观尺度上不同断面的强度存在差异、具有随机性,相关结果也辅助证明了本研究有限元模拟的准确性。本研究试验结果与模拟结果吻合较好,证明使用内部传感器测量混凝土内部应力-应变全曲线具有较高可行性,混凝土试块内部峰值强度及延性均优于传统单轴压缩试验结果,能够为混凝土内部力学性能理论研究提供真实数据。

3 各类本构模型对比分析

目前,绝大部分混凝土的受压本构模型及其力学函数是基于宏观受压数据建立的,表 2 为 7 种经典本构模型。能否利用现有的本构关系和函数建立

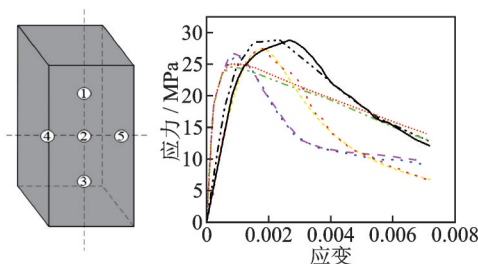


图 7 采用试验本构模拟的混凝土模型内部不同位置的应力-应变曲线

Fig.7 Stress-strain curves at different positions inside a concrete model by simulation based on experimental constitutive data

混凝土内部的材料本构模型是需要验证的。为了解决上述问题,笔者首先采用 7 种本构模型函数作为拟合函数,对实测的混凝土内部应力-应变数据进行拟合,并对各种函数的拟合精度进行对比分析,遴选出拟合精度较高的模型。然后,基于实测的综合应力-应变本构,采用有限元软件 ABAQUS 进行混凝土单轴压缩试验模拟,提取内部关键位置的应力-应变数据,将其与实测曲线进行对比分析,进一步验证采用本构模型的可行性。

3.1 基于实测曲线的本构关系拟合

采用本试验得到的实测应力-应变数据,按表 2 中 7 类全曲线方程进行非线性拟合,分别得到适用

表 2 7 类经典本构模型

Tab.2 Various classical constitutive models

函数类型	表达式	模型来源	整体本构参数	内部本构拟合参数
指数式	$\sigma = 6.75\sigma_0[e^{-1.812x} - e^{-1.218x}]$	梅村魁模型 ^[2]	$\sigma_0 = 30$	$\sigma_0 = 27.2$
	$\sigma = \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} c_i e^{-k_i \mu \epsilon}$	SIR 模型 ^[11]	—	$c_i = 101.27$
有理分式	$\sigma = \frac{c_1 x + (c_2 - 1)x^2}{1 + (c_1 - 2)x + c_2 x^2} f_c$	Sargin 模型 ^[2]	$c_1 = 2$ $c_2 = 0.5$	$c_1 = 2.23$ $c_2 = 0.8$
	$\sigma = \frac{E_0 \epsilon}{1 + (c - 2)x + x^2} f_c$	Saenz 模型 ^[2]	$c = 2.2$	$c = 2.51$
	$\sigma = \frac{c_1 x - x^2}{1 + (c_1 - 2)x} f_c$	欧洲规范模型 ^[2]	$c_1 = 2$	$c_1 = 2.23$
	$y = 2x - x^2$ $(0 \leq x \leq 1)$	$y = 1 - 0.15 \left(\frac{x-1}{x_u-1} \right)$ $(x \geq 1)$	美国规范模型 ^[2]	$x_u = 0.0033$ $x_u = 0.001$
	$\sigma = \frac{p_c n E_c \epsilon}{n - 1 + x^n}$ $(0 \leq x \leq 1)$	$\sigma = \frac{p_c E_c \epsilon}{a_c (x - 1)^2 + x}$ $(x \geq 1)$	中国规范模型 ^[1]	$p_c = 0.41$ $n = 2.56$ $p_c = 0.25$ $n = 1.60$

整体本构参数为传统本构经验参数;内部本构拟合参数为基于传统本构和内部实测曲线的拟合参数,其中: $x = \epsilon/\epsilon_p$; $y = \sigma/f_c$

于混凝土宏观本构和内部本构的参数值。拟合曲线与实测曲线对比如图8所示。由于本构模型函数均是针对混凝土宏观应力-应变关系提出的,因此图8(a)中的拟合曲线与实测曲线吻合程度更好。中国规范模型^[1]的拟合精度最高,Sargin模型^[2]与梅村魁模型^[2]也具有较好的精度,其他几种模型的拟合曲线在下降段的偏差较明显。由图8(b)可看出,中国规范模型^[1]的拟合精度仍然最高。

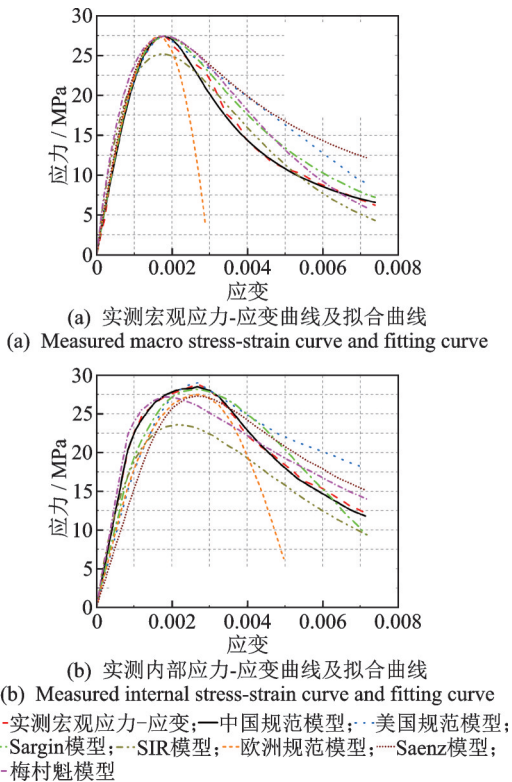
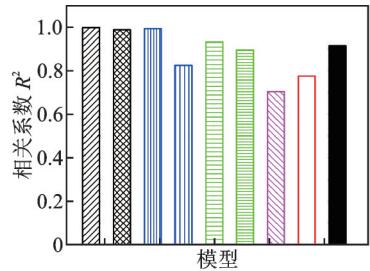


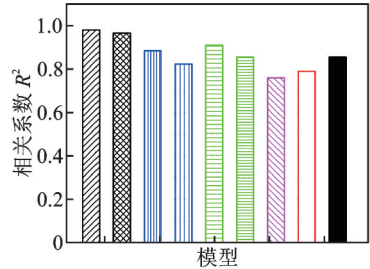
图8 拟合曲线与实测曲线对比

Fig.8 Comparison between fitting curve and measured curve

为进一步验证7种本构模型拟合曲线的精确性,将实测曲线与拟合曲线的上升段和下降段分别进行对比。拟合曲线与实测曲线相关系数柱状图如图9所示。可以看出:各个模型的上升段之间差别不大,与实测曲线均较接近,差别主要体现在下降段,我国规范模型与实测曲线相关性最高,欧洲规范模型^[2]与实测曲线相关性最差。结果表明,中国规范模型相较于其他本构模型更准确,推荐采用该模型函数表述混凝土内部受压本构,其参数取值的合理性可通过进一步开展相关试验来提升。此外,由于各类本构模型均是针对混凝土单轴压缩宏观应力-应变试验建立的,故图9(a)中的拟合曲线相关系数 R^2 均高于图9(b)。



(a) 实测宏观应力-应变曲线与拟合曲线的相关系数柱状图
(a) The correlation coefficient between the measured macro stress-strain curve and the fitted curve is cylindrical



(b) 实测内部应力-应变曲线与拟合曲线的相关系数柱状图
(b) Histogram of correlation coefficient between measured internal stress-strain curve and fitting curve

▨ 中国规范上升段; ▩ 中国规范下降段; ▧ 美国规范上升段;
▦ 美国规范下降段; ▨ Sargin模型; ▩ SIR模型; ▧ 欧洲规范;
▦ Saenz模型; ▨ 梅村魁模型

图9 拟合曲线与实测曲线相关系数柱状图

Fig.9 Histogram of correlation coefficient between fitting curve and test curve

3.2 基于拟合本构的有限元模拟分析

为了进一步对比经典宏观模型在混凝土内部本构中的适用性,采用有限元模型模拟分析混凝土内部力学性能,区别在于此次分析中的材料本构采用图8中的拟合曲线。进行受力分析后提取混凝土核心区域(75 mm×75 mm×150 mm)的应力-应变曲线,并与实测内部应力-应变曲线进行对比。图10为模拟曲线与实测曲线对比结果。由图10(a)可知:对于采用不同模型拟合曲线作为材料本构的模型核心区应力-应变曲线,其上升段差别不大,且与实测曲线均较吻合,但下降段差别显著。由中国规范模型、Sargin模型及梅村魁模型拟合曲线得到的结果与实测结果最为接近,SIR模型与欧洲规范模型的结果偏差较大。由图10(b)可知:由中国规范模型、Sargin模型及梅村魁模型拟合曲线得到的模拟结果与实测结果最为接近。因此,对已有的宏观本构模型进行参数修正后,可以较准确描述混凝土内部应力-应变关系。采用我国混凝土结构设计规范中的单轴受压本构模型能够很好体现混凝土内部的非线性行为,且与试验结果较为接近,验证了中国规范的精确性和实用性。

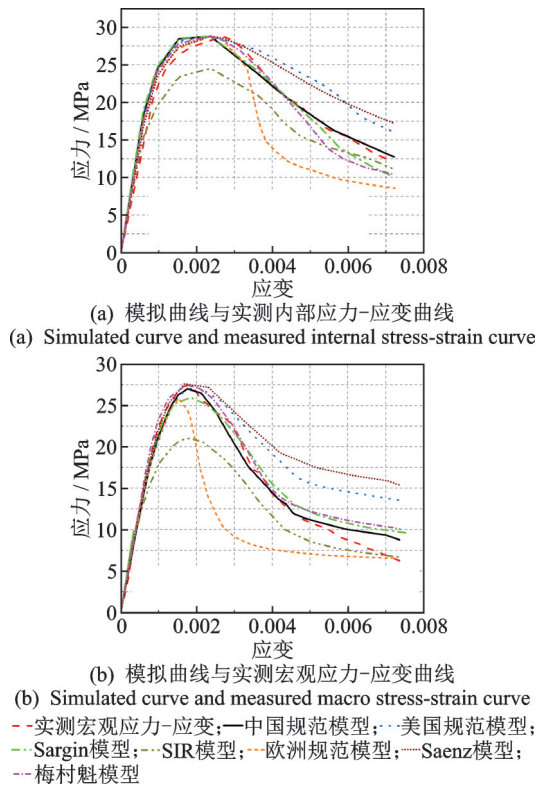


图10 模拟曲线与实测曲线对比

Fig.10 Comparison between simulated curve based on fitting constitutive model and measured curve

4 结 论

1) 提出的混凝土内部应力-应变测量技术和方法可行性较高,且试验实测应力-应变曲线具有重要的工程和理论意义,不仅可以检验材料质量、验证传统的本构模型,而且为混凝土非线性有限元分析中核心混凝土材料本构关系提供试验数据。

2) 基于有限元软件ABAQUS模拟混凝土单轴压缩试验,模拟结果表明,采用我国混凝土结构设计规范中的单轴受压本构模型能够很好地体现混凝土内部的非线性行为,且与试验结果较为接近。

3) 在混凝土单轴压缩试验的分析中,通常只是对混凝土整体应力-应变模型进行研究。本次试验的混凝土内部应力-应变的量测技术为研究混凝土内部某一微观结构力学性能提供了方法,为测量其他形式的混凝土结构内部力学性能提供了参考。

参 考 文 献

[1] 中华人民共和国住房和城乡建设部. GB 50010—2010 混凝土结构设计规范(2015年版)[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2011.

[2] 过镇海. 钢筋混凝土原理[M]. 3版. 北京: 清华大学

出版社, 2013:12-21.

- [3] 司亚文, 曾捷, 夏裕彬, 等. 机翼模型应变场分布式光纤监测与重构方法[J]. 振动、测试与诊断, 2020, 40(4): 800-806.
- SI Yawen, ZENG Jie, XIA Yubin, et al. Monitoring and reconstruction of wing model strain field by distributed optical fiber[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2020, 40(4): 800-806. (in Chinese)
- [4] LERTSRISKULRAT T, WATANABE K, MATSUO M, et al. Experimental study on parameters in localization of concrete subjected to compression[J]. Doboku Gakkai Ronbunshu, 2001, 50(669): 309-321.
- [5] HONG K N, AKIYAMA M, YI S T, et al. Stress-strain behaviour of high-strength concrete columns confined by low-volumetric ratio rectangular ties[J]. Magazine of Concrete Research, 2006, 58(2): 101-115.
- [6] 王文静. 大尺寸圆形钢管混凝土轴心受压性能及尺寸效应研究[D]. 北京: 北京工业大学, 2017.
- [7] 孔令旭. 大径宽比钢管混凝土叠合柱轴压性能研究[D]. 北京: 北京工业大学, 2020.
- [8] 张海滨. 钢筋混凝土结构地震损伤的压电骨料应力监测与模型修正[D]. 大连: 大连理工大学, 2016.
- [9] 杜修力, 金浏, 李冬. 混凝土与混凝土结构尺寸效应述评(II): 构件层次[J]. 土木工程学报, 2017, 50(11): 24-44.
- DU Xiuli, JIN Liu, LI Dong. A state-of-the-art review on the size effect of concretes and concrete structures (II): RC members[J]. China Civil Engineering Journal, 2017, 50(11): 24-44. (in Chinese)
- [10] 任文渊, 杨贞军, 黄宇劼. 基于X射线计算断层扫描图像的混凝土细观断裂模拟[J]. 水利学报, 2015, 46(4): 452-459.
- REN Wenyuan, YANG Zhenjun, HUANG Yujie. Meso-scale fracture modelling of concrete based on X-ray computed tomography images[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2015, 46(4): 452-459. (in Chinese)
- [11] HE H X, HAN E Z, CONG M L. Constitutive relation of engineering material based on SIR model and HAM[J]. Journal of Applied Mathematics, 2014, 2014: 624863.



第一作者简介: 何浩祥, 男, 1978年5月生, 博士、教授、博士生导师。主要研究方向为结构健康监测和减震控制。曾发表《时频非平稳地震动模型及结构随机振动应用》(《振动、测试与诊断》2019年第6期)等论文。

E-mail: hhx7856@163.com