

# 各向异性对地震波勘探信号时-深转换的影响\*

法林<sup>1</sup>, 刘钊瑒<sup>2</sup>, 房向荣<sup>2</sup>, 巩红<sup>3</sup>, 李传伟<sup>4</sup>, 李晓<sup>4</sup>,  
梁猛<sup>2</sup>, 赵梅山<sup>5</sup>

(1. 西安翻译学院信息工程学院 西安, 710105) (2. 西安邮电大学电子工程学院 西安, 710121)  
(3. 西安邮电大学研究生院 西安, 710121) (4. 中国石油集团测井有限公司测井技术研究院 西安, 710077)  
(5. 芝加哥大学詹姆斯·弗兰克研究所 芝加哥, 60637)

**摘要** 基于Thomsen岩石各向异性参数, 计算了各向异性对在地下岩层中传播的弹性地震波的相速、能速和时-深转换的影响。结果表明: 在关于垂直轴对称的横向各向同性介质非对称轴方向传播的P波的能速可以小于对称轴方向的相速, 而在非对称轴方向传播的SV波的能速始终大于或等于对称轴方向的相速; 如果不考虑各向异性或考虑各向异性但忽略在地层中传播的地震波的能速和相速之间的差别, 会引起对地震波勘探信号的时-深转换产生误差, 即不能用地震波勘探信号的走时信息准确地反演地下岩层的地质结构。

**关键词** 各向异性; 相速; 能速; 时-深转换  
**中图分类号** P733.21<sup>+</sup>5; P631.4<sup>+</sup>25

## 引言

声波测量在无损检测和被测介质内部结构反演的应用十分广泛<sup>[1-3]</sup>, 声学也和一些其他学科交叉融合<sup>[4-5]</sup>。岩石各向异性使得弹性波在传播时相速的方向和大小与能速不同。在均匀各向异性介质中, 弹性波以能角的方向向前传播, 因此在计算各向异性岩石界面上的反射/传输系数时, 应根据能角所对应的相角来计算。岩石的各向异性通常是横向各向同性(transverse isotropy, 简称TI)<sup>[6-7]</sup>, 关于垂直轴对称的横向各向同性(transverse isotropy with a vertical axis of symmetry, 简称VTI)介质被称为VTI介质。岩石各向异性会对地震波勘探信号的相速、能速和反射/传输(reflection/transmission, 简称R/T)系数<sup>[8-11]</sup>产生显著影响, 也会严重扭曲传播时间剖面 and 振幅随偏移距变化(amplitude variation with offset, 简称AVO)分析结果<sup>[12-15]</sup>, 导致测井深度和地震勘探确定的深度之间存在差异<sup>[16-21]</sup>。

随着石油勘探对象越来越复杂, 常规的水平层状均匀各向同性介质的地震勘探基础理论已不能满足应用要求, 需要用新的地震勘探理论来解决。时-深转换是将地震相关数据从时间域信号转变为深度域信号的一个处理步骤, 是利用地震资料进行构造

及储层解释的关键环节。如何从地震勘探数据中获得准确的速度信息, 以分析岩石各向异性对能速和相速的影响, 进而对地震勘探数据的走时信息进行准确的时-深转换, 这是地质构造精确成像的关键问题。

在均匀各向同性地层中, 地震勘探波信号的相速和能速的大小和方向相同。在常规地震波速度的计算中, 也是基于地层是均匀各向同性介质的假设来进行分析的, 但实际的地层都具有不同程度的各向异性。对于在各向异性地层中传播的地震勘探波信号, 其相速通常与能速的大小和方向不同。在各向异性岩层中传播的地震勘探信号沿能速的方向向前传播, 而在各向异性岩石界面的R/T系数需要入射波和在界面上产生的模式转换波依据斯奈尔定律, 采用这些波的能角相对应的相角来推导和计算。当岩石各向异性成为不可忽略的影响因素时, 常规的速度分析由于自身的局限性已不适用于地震波数据的处理<sup>[12, 16, 19]</sup>。

针对以上问题, 笔者研究了岩石各向异性对相速和能速的影响, 并评估了不考虑各向异性或考虑各向异性但忽略在地层中传播的地震波勘探信号的能速和相速之间的差别的情况下可能产生的时-深转换误差。

\* 国家自然科学基金资助项目(41974130); 芝加哥大学物理科学部资助项目  
收稿日期: 2022-02-19; 修回日期: 2022-08-10

## 1 物理模型

地下岩层一般是由许多具有不同特性的各向同性薄层介质构成。当地震勘探波信号的主波长远远大于每个薄层的厚度时,地下岩层就具有宏观各向异性<sup>[6,18,20]</sup>。沉积岩如页岩这种各向异性介质是横向各向同性的,被称为TI介质。一般来说,VTI介质模型适用于一般地震勘探;水平轴为对称轴的TI介质(transverse isotropy with a horizontal axis of symmetry,简称HTI)适用于井间地震测量和垂直地震剖面(vertical seismic profiling,简称VSP)测量。Thomsen<sup>[9]</sup>给出了TI介质中相速和能速的近似表达式。理论上,关于VTI介质的力学性质可以用六角晶体的弹性刚度系数矩阵来描述<sup>[6]</sup>。VTI和HTI介质的弹性刚度系数矩阵<sup>[22]</sup>分别为

$$C_{\text{VTI}} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$C_{\text{HTI}} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{13} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{11} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中: $c_{ij}$ 为岩石介质的刚度系数矩阵的元素; $c_{12} = c_{11} - 2c_{66}$ ; $c_{23} = c_{33} - 2c_{44}$ 。

因此,VTI和HTI介质的弹性刚度常数矩阵分别只有5个独立元素。

因为各向异性岩石是横向各向同性的,笔者以地震信号在 $x-z$ 二维平面的传播进行分析具有普遍性。下面以VTI介质模型为例进行研究,HTI介质模型的情况类似。由Christoffel方程可得在VTI介质中传播的P波和SV波的相速解<sup>[23]</sup>分别为

$$v_p = \sqrt{(A_4 \sin^2 \theta_p + A_5 + Q)/2} \quad (3)$$

$$v_{sv} = \sqrt{(A_4 \sin^2 \theta_{sv} + A_5 - Q)/2} \quad (4)$$

其中: $Q = \sqrt{[A_1 \sin^2 \theta_i + A_2 \cos^2 \theta_i] + A_3^2 \sin^2 2\theta_i}$ ; $\theta_i$ 为P波或SV波的波矢与垂直对称轴之间的夹角,在本研究中称为相角,下标对应P波或SV波; $A_{jl} = c_{jl}/\rho$ , $\rho$ 为岩石介质的密度,下标 $\{j, l\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ; $A_1 = A_{11} - A_{44}$ , $A_2 = A_{44} - A_{33}$ , $A_3 = A_{13} + A_{44}$ , $A_4 = A_{11} + A_{33}$ , $A_5 = A_{33} + A_{44}$ 。

对应于VTI介质的 $x-z$ 平面上传播的P波和

SV波的归一化质点位移矢量<sup>[8,23]</sup>表示为

$$\mathbf{u}_p = \begin{pmatrix} u_{px} \\ u_{pz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pm l_p \\ \pm m_p \end{pmatrix} \exp[i(\omega t - k_p r)] \quad (5)$$

$$\mathbf{u}_{sv} = \begin{pmatrix} u_{svx} \\ u_{svz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pm m_{sv} \\ \pm l_{sv} \end{pmatrix} \exp[i(\omega t - k_{sv} r)] \quad (6)$$

其中: $l_i, m_i$ 为极化系数,下标 $i$ 对应P波或SV波,即归一化的质点位移的 $x$ 分量和 $z$ 分量。

$$l_i = \Gamma_{13} / \sqrt{\Gamma_{33}^2 + (\Gamma_{11}^2 - v_i^2)^2} \quad (7)$$

$$m_i = \Gamma_{13} / \sqrt{\Gamma_{13}^2 + (\Gamma_{33} - v_i^2)^2} \quad (8)$$

其中

$$\Gamma_{11} = A_{11} \sin^2 \theta_i + A_{44} \cos^2 \theta_i \quad (9)$$

$$\Gamma_{13} = \Gamma_{31} = (A_{13} + A_{44}) \sin 2\theta_i / 2 \quad (10)$$

$$\Gamma_{22} = A_{44} \cos^2 \theta_i + A_{66} \sin^2 \theta_i \quad (11)$$

$$\Gamma_{33} = A_{33} \cos^2 \theta_i + A_{44} \sin^2 \theta_i \quad (12)$$

$$\sin \theta_i = k_{ix} / k_i \quad (13)$$

$$\cos \theta_i = k_{iz} / k_i \quad (14)$$

其中: $k_i$ 为P波或SV波的波矢的大小。

P波和SV波的极化系数符号取决于岩石各向异性参数和对应的相角(或相速方向)<sup>[8,23]</sup>。在实际地震勘探中主要采用的是P波震源,其只能辐射P波。地震波勘探信号到达地下岩层之间界面时会发生反射和折射,从而产生反射和折射的P波和SV波。弹性勘探地震波的相速方向是其波前的法线方向,能速方向是其射线方向。弹性岩层中相速和能速的关系如图1所示,其中: $v_i$ 和 $v_{ei}$ 分别为相速和能速; $\phi_i$ 为能速方向与正 $z$ 轴的夹角,称为能角。由图1(a)可知,对于各向同性介质,弹性波的波前为球面,相速和能速的大小和方向相同。由图1(b)可知,在各向异性介质中传播的弹性勘探地震波,其波前不是一个球面,通常情况下其相速和能速的大小和方向也不相同。图1中VTI介质中震源或声源位于坐标原点 $O$ ,用来描述岩石的相速和能速的各向同性和各向异性的物理特性。

在各向异性岩层中的地震波勘探信号是以其能速的大小和方向进行传播,该信号从位于地面震源

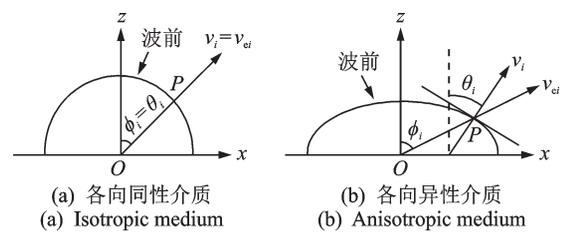


图1 弹性岩层中相速和能速的关系

Fig.1 Relationship of phase velocity versus energy velocity in elastic rock

S 通过入射介质传播到位于各向异性岩石界面上的反射点  $O$ , 反射后再传播到检波器所在的地面位置  $R$ 。反射地震勘探信号的实际传播路径如图 2 所示, 由图可知: 反射点  $O$  上的入射能角  $\phi_i$  不同于相应的入射相角  $\theta_i$ ; 能角  $\phi_i$  方向上的能速  $v_{ei}$  和相角  $\theta_i$  方向上的相速  $v_i$  相对应,  $\phi_i$  由炮检距和地层界面的深度决定,  $\theta_i$  取决于  $\phi_i$  与岩石的各向异性; 能速  $v_{ei}$  和相速  $v_i$  取决于相角  $\theta_i$  和岩石的物理特性和各向异性。

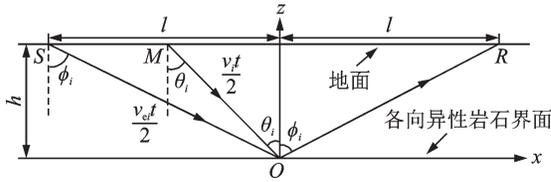


图 2 反射地震勘探信号的实际传播路径

Fig.2 Actual propagation path of reflected seismic exploration signal

因此, 反射地震信号的走时随能/相角、反射深度和岩石各向异性的不同而变化。在时-深转换中, 忽略岩石的各向异性或考虑了各向异性对相速的影响但忽略能速和相速大小及方向之间的差异, 将造成转换后的反演地层深度与实际深度存在误差, 会严重扭曲反射地震波勘探信号的传播时间剖面, 导致平面地质结构被反演成曲面地质结构(反之亦然), 或者导致曲面地质结构被反演成另一种不同的曲面结构。实际地质结构界面和反演地质结构界面见图 3。

对于在  $x-z$  平面上传播的均匀平面 P 波或 SV 波, 其相速可表示为

$$v_i = e_{ki} \frac{\omega}{k_i} = \frac{\omega}{k_i} \begin{pmatrix} \sin \theta_i \\ \cos \theta_i \end{pmatrix} \quad (15)$$

其中:  $e_{ki}$  为波前法线方向的单位矢量;  $\omega$  为角频率。

$$\phi_p = \arctan\left(\frac{P_x^{(p)}}{P_z^{(p)}}\right) = \arctan\left[\frac{l_p(c_{11}l_p \sin \theta_p + c_{13}m_p \cos \theta_p) + m_p c_{44}(l_p \cos \theta_p + m_p \sin \theta_p)}{l_p c_{44}(l_p \cos \theta_p + m_p \sin \theta_p) + m_p(c_{13}l_p \sin \theta_p + c_{33}m_p \cos \theta_p)}\right] \quad (21)$$

$$\phi_{sv} = \arctan\left(\frac{P_x^{(sv)}}{P_z^{(sv)}}\right) = \arctan\left[\frac{m_{sv}(c_{11}m_{sv} \sin \theta_{sv} + c_{13}l_{sv} \cos \theta_{sv}) + l_{sv}c_{44}(m_{sv} \cos \theta_{sv} + l_{sv} \sin \theta_{sv})}{m_{sv}c_{44}(m_{sv} \cos \theta_{sv} + l_{sv} \sin \theta_{sv}) + l_{sv}(c_{13}m_{sv} \sin \theta_{sv} + c_{33}l_{sv} \cos \theta_{sv})}\right] \quad (22)$$

方程  $e_k \cdot v_{ei} = v_i$  描述了能速与相速的关系, 能速<sup>[22]</sup>可以表示为

$$v_{ei} = v_i / \cos(\phi_i - \theta_i) \quad (23)$$

式(23)中, 下角标  $i$  对应 P 波或 SV 波, 因此式(5)和式(6)可以写为

$$u_p = \begin{pmatrix} u_{px} \\ u_{pz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pm l_p \\ \pm m_p \end{pmatrix} \exp\left[i\omega\left(t - \frac{x \sin \theta_p + z \cos \theta_p}{v_{ep} \cos(\phi_p - \theta_p)}\right)\right] \quad (24)$$

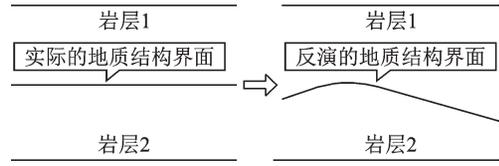


图 3 实际地质结构界面和反演地质结构界面图

Fig.3 Actual geological structure interface and inverted geological structure interface

平面 P 波和 SV 波在  $x-z$  平面上传播的功率流密度矢量<sup>[22]</sup>可表示为

$$P_i = \frac{V_i^* \cdot T_i}{2} = \begin{pmatrix} P_{ix} \\ P_{iz} \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} V_{ix}^* T_{i1} + V_{iz}^* T_{i5} \\ V_{ix}^* T_{i5} + V_{iz}^* T_{i3} \end{pmatrix} \quad (16)$$

其中: 符号“ $\cdot$ ”为矩阵运算的点积算子;  $T_i$  为 P 波或 SV 波的应力张量;  $V_i = \partial u_i / \partial t = i\omega u_i$  为 P 波和 SV 波的质点位移速度矢量;  $T_{i1}, T_{i3}$  和  $T_{i5}$  为 P 波或 SV 波对应的应力分量, 下标  $i$  对应 p 波或 sv 波,  $\{1, 3, 5\} = \{xx, zz, xz\}$ 。

由式(15)、式(16)可以得出, 平面 P 波和 SV 波功率流密度矢量的  $x, z$  分量可分别表示为

$$P_x^{(p)} = \omega k_p [l_p(c_{11}l_p \sin \theta_p + c_{13}m_p \cos \theta_p) + m_p c_{44}(l_p \cos \theta_p + m_p \sin \theta_p)] / 2 \quad (17)$$

$$P_z^{(p)} = \omega k_p [l_p c_{44}(l_p \cos \theta_p + m_p \sin \theta_p) + m_p(c_{13}l_p \sin \theta_p + c_{33}m_p \cos \theta_p)] / 2 \quad (18)$$

$$P_x^{(sv)} = \omega k_{sv} [m_{sv}(c_{11}m_{sv} \sin \theta_{sv} + c_{13}l_{sv} \cos \theta_{sv}) + l_{sv}c_{44}(m_{sv} \cos \theta_{sv} + l_{sv} \sin \theta_{sv})] / 2 \quad (19)$$

$$P_z^{(sv)} = \omega k_{sv} [m_{sv}c_{44}(m_{sv} \cos \theta_{sv} + l_{sv} \sin \theta_{sv}) + l_{sv}(c_{13}m_{sv} \sin \theta_{sv} + c_{33}l_{sv} \cos \theta_{sv})] / 2 \quad (20)$$

根据式(17)~(20), 可以得到 P 波和 SV 波的能角和相角的关系分别为

$$u_{sv} = \begin{pmatrix} u_{svx} \\ u_{svz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pm m_{sv} \\ \pm l_{sv} \end{pmatrix} \exp\left[i\omega\left(t - \frac{x \sin \theta_{sv} + z \cos \theta_{sv}}{v_{esv} \cos(\phi_{sv} - \theta_{sv})}\right)\right] \quad (25)$$

## 2 计算与分析

基于 Thomsen 测量的岩石各向异性参数<sup>[9]</sup>, 选取表 1 所示的 3 种不同岩石样本的各向异性参数进

行计算和讨论。其中,M-砂岩、C-砂岩和页岩分别表示 Mesaverade 砂岩、Mesaverade-calcareous 砂岩和 Mesaverade 页岩。

表1 不同样本的各向异性参数

Tab.1 Anisotropy parameter of different samples

样本	$\alpha/$ ( $m \cdot s^{-1}$ )	$\beta/$ ( $m \cdot s^{-1}$ )	$\epsilon$	$\delta^*$	$\gamma$	$\rho/$ ( $g \cdot cm^{-3}$ )
M-砂岩	4 633	3 231	-0.026	-0.050	0.035	2.710
C-砂岩	5 460	3 219	0.000	-0.345	-0.007	2.690
页岩	3 377	1 490	0.200	-0.282	0.510	2.420

这些横向各向同性岩石的弹性模量与各向异性参数之间的关系<sup>[9]</sup>为

$$c_{11} = (2\epsilon + 1)\rho\alpha^2 \quad (26)$$

$$c_{33} = \rho\alpha^2 \quad (27)$$

$$c_{13} = \rho\sqrt{(\delta^*\alpha^4 + \alpha^2 - \beta^2)[(\epsilon + 1)\alpha^2 - \beta^2]} - \rho\beta^2 \quad (28)$$

$$c_{44} = \alpha\beta^2 \quad (29)$$

$$c_{66} = [2\gamma + 1]\rho\beta \quad (30)$$

其中: $\alpha, \beta$ 分别为岩石中P波和SV波在对称轴方向上的相速,两者均与岩石的各向异性参数无关; $\epsilon, \delta^*$ 和 $\gamma$ 为岩石的各向异性参数。

在固定坐标系下,HTI介质模型是VTI介质模型旋转 $90^\circ$ 所得到的结果<sup>[15]</sup>,本研究仅讨论VTI介质模型。

### 2.1 各向异性对相速和能速的影响

计算所得的各向异性对不同样本相速、能速和能量角的影响,如图4~6所示。

图(a)中:实线反映 $\Delta\phi_p$ 与P波相角 $\theta_p$ 的关系, $\Delta\phi_p = (\phi_p - \theta_p)$ 为P波的能角与相角之间的差值;虚线反映 $\Delta\phi_{sv}$ 与SV波相角 $\theta_{sv}$ 的关系, $\Delta\phi_{sv} = (\phi_{sv} - \theta_{sv})$ 为SV波的能角与相角之间的差值。

图(b)中:实线反映 $\Delta v_p$ 与 $\theta_p$ 的关系, $\Delta v_p = (v_p - \alpha)$ 为 $\theta_p$ 方向的P波相速与对称轴方向的P波相速之间的差值;虚线反映 $\Delta v_{ep}$ 与 $\theta_p$ 的关系, $\Delta v_{ep} = (v_{ep} - \alpha)$ 为 $\theta_p$ 方向上对应的P波能速与对称轴方向上的P波相速之间的差值;点线反映 $\Delta v_{pep}$ 与 $\theta_p$ 的关系, $\Delta v_{pep} = (v_{ep} - v_p)$ 为对应 $\theta_p$ 方向上的P波能速与该方向上的P波相速之间的差值。

图(c)中:实线反映 $\Delta v_{sv}$ 与 $\theta_{sv}$ 的关系, $\Delta v_{sv} = (v_{sv} - \beta)$ 为 $\theta_{sv}$ 方向上的SV波相速与对称轴方向的SV波相速之间的差值;虚线反映 $\Delta v_{esv}$ 与 $\theta_{sv}$ 的关系,

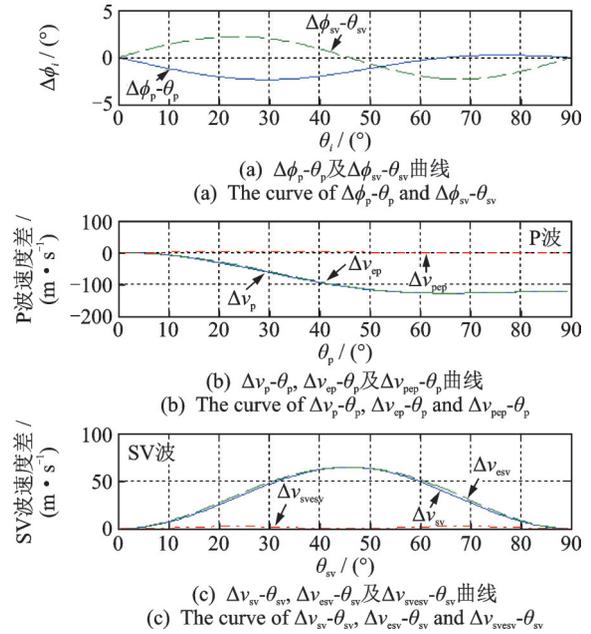


图4 各向异性对样本1相速、能速和能量角的影响  
Fig.4 Influence of anisotropy on phase velocity, energy velocity and energy angle of sample 1

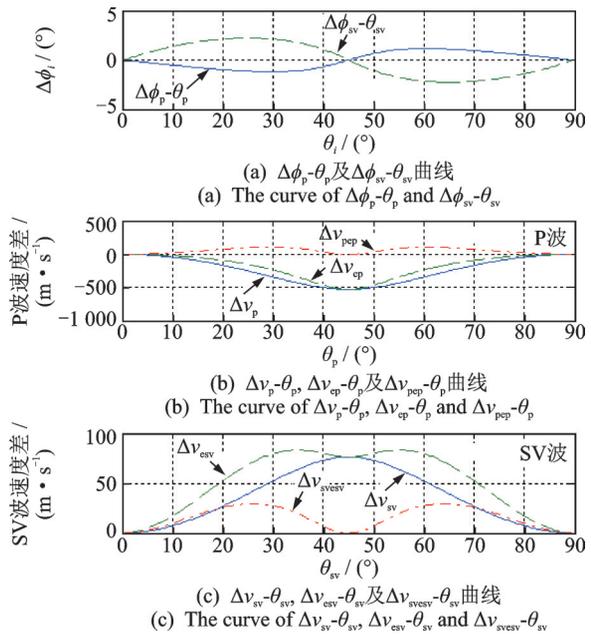


图5 各向异性对样本2相速、能速和能量角的影响  
Fig.5 Influence of anisotropy on phase velocity, energy velocity and energy angle of sample 2

$\Delta v_{esv} = (v_{esv} - \beta)$ 为 $\theta_{sv}$ 方向上对应的SV波能速与对称轴方向上的SV波相速之间的差值;点线反映 $\Delta v_{svesv}$ 与 $\theta_{sv}$ 的关系, $\Delta v_{svesv} = (v_{esv} - v_{sv})$ 为对应 $\theta_{sv}$ 方向上的SV波能速与该方向上的SV波相速之间的差值。

#### 2.1.1 M-砂岩(样本1)

由图4所示的M-砂岩样本计算结果可知:

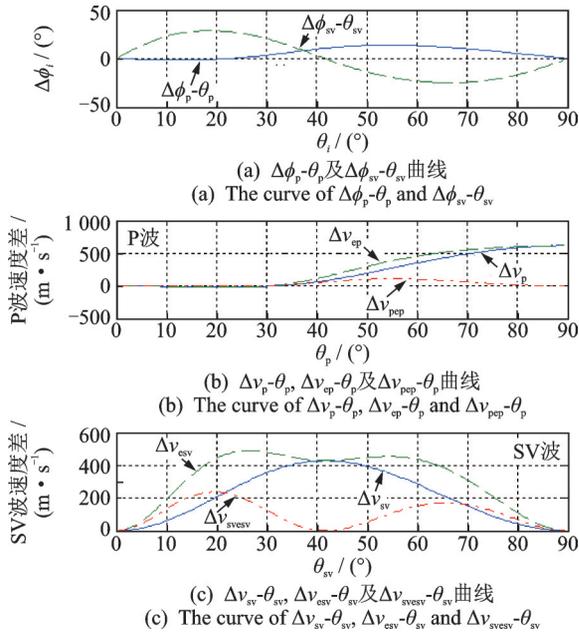


图 6 各向异性对样本 3 相速、能速和能量角的影响  
Fig.6 Influence of anisotropy on phase velocity, energy velocity and energy angle of sample 3

1) 当  $0^\circ < \theta_p < 65.340^\circ$  时, P 波能角  $\phi_p$  小于相应的相角  $\theta_p$ , 其差值  $\Delta\phi_p < 0$ , 在  $\theta_p = 29.620^\circ$  处,  $\Delta\phi_p$  达到负的最大值 ( $-2.3541^\circ$ ); 当  $65.340^\circ < \theta_p < 90^\circ$  时,  $\phi_p$  大于  $\theta_p$ , 其差值  $\Delta\phi_p > 0$ , 在  $\theta_p = 76.460^\circ$  处,  $\Delta\phi_p$  达到正的最大值 ( $0.2624^\circ$ ); 当  $\theta_p = 65.340^\circ$  时,  $\phi_p = \theta_p$ , 这时  $\Delta\phi_p = 0$ , 见图 4(a);

2) 当  $0^\circ < \theta_{sv} < 45.800^\circ$  时, SV 波能角  $\phi_{sv}$  大于对应的相角  $\theta_{sv}$ , 其差值  $\Delta\phi_{sv} > 0$ , 在  $\theta_{sv} = 23.380^\circ$  处,  $\Delta\phi_{sv}$  达到正的最大值 ( $2.2165^\circ$ ); 当  $45.800^\circ < \theta_{sv} < 90^\circ$  时,  $\phi_{sv}$  小于  $\theta_{sv}$ , 其差值  $\Delta\phi_{sv} < 0$ , 在  $\theta_{sv} = 68.120^\circ$  处,  $\Delta\phi_{sv}$  达到负的最大值 ( $-2.3062^\circ$ ); 在  $\theta_{sv} = 45.800^\circ$  时,  $\phi_{sv} = \theta_{sv}$ , 这时  $\Delta\phi_{sv} = 0$ , 见图 4(a);

3) 当  $0^\circ < \theta_p < 90^\circ$  时, 因为  $\Delta v_p < 0$  且  $\Delta v_{ep} < 0$ , 各向异性情况下 P 波的相速  $v_p$  和能速  $v_{ep}$  均小于垂直 P 波相速  $\alpha$ , 其差值  $\Delta v_{pep}$  很小, 最大仅为  $3.8518 \text{ m/s}$ ;  $\Delta v_p$  和  $\Delta v_{ep}$  在  $\theta_p = 65.328^\circ$  处达到负最大值且几乎相同, 为  $-127.8291 \text{ m/s}$ , 见图 4(b);

4) 当  $0^\circ < \theta_{sv} < 90^\circ$  时, 各向异性情况下 SV 波的相速  $v_{sv}$  和能速  $v_{esv}$  均大于垂直 SV 波的相速  $\beta$ ;  $\Delta v_{sv}$  和  $\Delta v_{esv}$  在  $\theta_{sv} = 45.75^\circ$  处达到正最大值且几乎相同, 为  $64.4225 \text{ m/s}$ ; 差值  $\Delta v_{svesv}$  也很小, 最大仅为  $2.638 \text{ m/s}$ , 见图 4(c)。

因此, 在  $0^\circ < \theta_p < 90^\circ$  和  $0^\circ < \theta_{sv} < 90^\circ$  的相角范围内, M-砂岩中传播的 P 波和 SV 波具有以下特点: ① 其相角和能角的差值可正可负, 差值范围在数度

范围内, 即相速方向偏离能速方向在数度范围内; ② 其能速和相速的大小相差很小; ③ P 波的相速和能速小于其在对称轴方向的相速, 而 SV 波的相速则大于或等于其在对称轴方向的相速。

2.1.2 C-砂岩 (样本 2)

由图 5 所示的 C-砂岩样本计算结果可知:

1) 由于 C-砂岩的各向异性参数  $\epsilon = 0$ , 差值  $\Delta\phi_p$  和  $\Delta\phi_{sv}$  关于相角  $\theta_i = 45^\circ$  奇对称, 即  $\Delta v_p, \Delta v_{ep}, \Delta v_{esv}, \Delta v_{pep}$  和  $\Delta v_{svesv}$  是奇对称的, 而  $\Delta v_{sv}$  和  $\Delta v_{esv}$  在对应的相角  $\theta_i = 45^\circ$  时是偶对称的, 因此可以得出 P 波和 SV 波的相速和能速在相角  $\theta_i = 45^\circ$  也是偶对称;

2) 当  $0^\circ < \theta_p < 45^\circ$  时, 由于  $\Delta\phi_p < 0$ , P 波能角  $\phi_p$  小于相应相角  $\theta_p$ , 并在  $\theta_p = 29.800^\circ$  处,  $\Delta\phi_p$  达到负最大值 ( $-11.7650^\circ$ ); 当  $45^\circ < \theta_p < 90^\circ$  时, 由于  $\Delta\phi_p > 0$ , 则  $\phi_p > \theta_p$ , 并在  $\theta_p = 60.200^\circ$  处,  $\Delta\phi_p$  达到正最大值 ( $11.7650^\circ$ ); 当  $\theta_p = 45^\circ$  时, 由于  $\Delta\phi_p = 0$ , 则  $\phi_p = \theta_p$ , 见图 5(a);

3) 当  $0^\circ < \theta_{sv} < 45^\circ$  时, 由于  $\Delta\phi_{sv} > 0$ , SV 波能角  $\phi_{sv}$  大于对应的相角  $\theta_{sv}$ , 并在  $\theta_{sv} = 25.0035^\circ$  处,  $\Delta\phi_{sv}$  达到正最大值 ( $22.3369^\circ$ ); 当  $45^\circ < \theta_{sv} < 90^\circ$  时, 由于  $\Delta\phi_{sv} < 0$ , 则  $\phi_{sv} < \theta_{sv}$ , 并在  $\theta_{sv} = 64.9965^\circ$  处,  $\Delta\phi_{sv}$  达到负最大值 ( $-22.3369^\circ$ ); 当  $\theta_{sv} = 45^\circ$  时, 由于  $\Delta\phi_{sv} = 0$ , 则  $\phi_{sv} = \theta_{sv}$ , 见图 5(a);

4) 当  $0^\circ < \theta_p < 90^\circ$  时, 由于  $\Delta v_{ep}$  和  $\Delta v_p$  小于 0,  $v_{ep}$  和  $v_p$  小于  $\alpha$ ; 在  $\theta_p = 45^\circ$  处,  $\Delta v_{ep}$  和  $\Delta v_p$  相等并达到负最大值 ( $-528.4812 \text{ m/s}$ ); 在  $0^\circ < \theta_p < 45^\circ$  以及除了  $\theta_p = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  相角之外的范围, 由于  $\Delta v_{pep} > 0$ , 则  $v_{ep} > v_p$ ; 在  $\theta_p = 29.78^\circ$  和  $\theta_p = 60.22^\circ$  处,  $\Delta v_{pep}$  分别达到最大值 ( $109.9875 \text{ m/s}$ ), 见图 5(b);

5) 当  $0^\circ < \theta_{sv} < 90^\circ$  时, 由于  $\Delta v_{sv}$  和  $\Delta v_{esv}$  大于 0, 则  $v_{esv}$  和  $v_{sv}$  大于  $\beta$ ; 在  $\theta_{sv} = 34.81^\circ$  和  $\theta_{sv} = 55.19^\circ$  处,  $\Delta v_{esv}$  分别达到最大值 ( $832.8188 \text{ m/s}$ ); 在  $\theta_{sv} = 45^\circ$  处,  $\Delta v_{sv}$  达到最大值 ( $762.6607 \text{ m/s}$ ); 在  $\theta_{sv} = 25.9141^\circ$  和  $\theta_{sv} = 64.0859^\circ$  处,  $\Delta v_{svesv}$  分别达到最大值 ( $293.9312 \text{ m/s}$ ); 在  $\theta_{sv} = 45^\circ$  处, 由于  $\Delta v_{svesv} = 0$ , 则  $v_{esv}$  与  $v_{sv}$  相等, 见图 5(c)。

2.1.3 页岩 (样本 3)

由图 6 所示的页岩样本计算结果可知:

1) 当  $0^\circ < \theta_p < 22.0979^\circ$  时, 由于  $\Delta\phi_p < 0$ , 则  $\phi_p < \theta_p$ , 并在  $\theta_p = 12.7999^\circ$  处,  $\Delta\phi_p$  达到负最大值 ( $-1.2876^\circ$ ); 当  $22.0979^\circ < \theta_p < 90^\circ$  时, 由于  $\Delta\phi_p > 0$ , 则  $\phi_p > \theta_p$ , 并在  $\theta_p = 54.0064^\circ$  处,  $\Delta\phi_p$  达到正最大值 ( $14.0170^\circ$ ); 当  $\theta_p = 22.0979^\circ$  时, 由于  $\Delta\phi_p = 0$ , 则  $\phi_p = \theta_p$ , 见图 6(a);

2) 当  $0^\circ < \theta_{sv} < 41.680^\circ$  时, 由于  $\Delta\phi_{sv} > 0$ , 则  $\phi_{sv} > \theta_{sv}$ , 并在  $\theta_{sv} = 18.430^\circ$  处,  $\Delta\phi_{sv}$  达到正最大值 ( $28.812^\circ$ ); 当  $41.680^\circ < \theta_{sv} < 90^\circ$  时, 由于  $\Delta\phi_{sv} < 0$ , 则  $\phi_{sv} < \theta_{sv}$ , 并在  $\theta_{sv} = 64.741^\circ$  处,  $\Delta\phi_{sv}$  达到负最大值 ( $-24.722^\circ$ ); 当  $\theta_{sv} = 41.680^\circ$  时, 由于  $\Delta\phi_{sv} = 0$ , 则  $\phi_{sv} = \theta_{sv}$ , 见图 6(a);

3) 当  $0^\circ < \theta_p < 31.496^\circ$  时, 由于  $\Delta v_p < 0$ , 则  $v_p < \alpha$ ; 当  $31.496^\circ < \theta_p < 90^\circ$  时, 由于  $\Delta v_p > 0$ , 则  $v_p > \alpha$ ; 当  $\theta_p = 31.496^\circ$  时, 由于  $\Delta v_p = 0$ , 则  $v_p = \alpha$ ; 当  $0^\circ < \theta_p < 29.948^\circ$  时, 由于  $\Delta v_{ep} < 0$ , 则  $v_{ep} < \alpha$ ; 当  $29.948^\circ < \theta_p < 90^\circ$  时, 由于  $\Delta v_{ep} > 0$ , 则  $v_{ep} > \alpha$ ; 当  $\theta_p = 29.948^\circ$  时, 由于  $\Delta v_{ep} = 0$ , 则  $v_{ep} = \alpha$ ; 当  $\theta_p = 22.061^\circ$  时,  $\Delta v_p$  和  $\Delta v_{ep}$  分别达到负最大值 ( $-18.9192 \text{ m/s}$  和  $-18.9170 \text{ m/s}$ ); 当  $0^\circ < \theta_p < 90^\circ$  时, 由于  $\Delta v_{pep} > 0$ , 则  $v_{ep} > v_p$ , 并在  $\theta_p = 54.75^\circ$  时,  $\Delta v_{pep}$  达到其最大值 ( $111.7125 \text{ m/s}$ ); 当  $0^\circ < \theta_p < 29.948^\circ$  时,  $v_p$ ,  $v_{ep}$  和  $\alpha$  之间的差异非常小, 见图 6(b);

4) 当  $0^\circ < \theta_p < 90^\circ$  时, 由于  $\Delta v_{sv}$  和  $\Delta v_{esv}$  大于 0,  $v_{sv}$  和  $\Delta v_{esv}$  均大于  $\beta$ , 当  $\theta_{sv} = 41.770^\circ$  时,  $\Delta v_{sv}$  达到其最大值 ( $428.0722 \text{ m/s}$ );  $\Delta v_{esv}$  有 2 个正极大值, 在  $\theta_{sv} = 26.470^\circ$  时取到其最大值  $489.1090 \text{ m/s}$ ; 当  $0^\circ < \theta_{sv} < 41.770^\circ$  和  $41.770^\circ < \theta_{sv} < 90^\circ$  时, 由于  $\Delta v_{sv} > 0$ , 则  $v_{sv} > v_{sv}$ , 并在  $\theta_{sv} = 41.770^\circ$  时, 由于  $\Delta v_{sv} = 0$ , 则  $v_{sv} = v_{sv}$ ;  $\Delta v_{sv}$  也有 2 个正极大值, 在  $\theta_{sv} = 26.470^\circ$  时取到其最大值  $237.4521 \text{ m/s}$ , 见图 6(c)。

根据以上 3 个样本的计算结果, 得到以下结论:

1) 只有当各向异性参数  $\epsilon = 0$  时,  $\Delta\phi_p$ ,  $\Delta\phi_{sv}$ ,  $v_p$ ,  $v_{sv}$ ,  $v_{ep}$  和  $v_{esv}$  才是关于相角  $\theta_i = 45^\circ$  处对称;  $\epsilon$  越大, 则  $\Delta\phi_p$ ,  $\Delta\phi_{sv}$ ,  $v_p$ ,  $v_{sv}$ ,  $v_{ep}$  和  $v_{esv}$  的非对称性越强;

2)  $\Delta\phi_p$ ,  $\Delta\phi_{sv}$ ,  $\Delta v_p$ ,  $\Delta v_{sv}$  和  $\Delta v_{ep}$  的值的正负取决于各向异性参数和相角  $\theta_i$ , 而对于上述 3 种岩石样本,  $\Delta v_{esv}$  的值均大于或等于 0;

3) P 波或 SV 波的能速总是大于或等于其各自在相同方向上的相速, 因此  $\Delta v_{pep}$  和  $\Delta v_{svesv}$  总是大于或等于 0。VTI 介质非对称轴方向传播 P 波的能速可以小于对称轴方向的相速  $\alpha$ ; 但是非对称轴方向传播的 SV 波的能速总是大于对称轴方向的相速  $\beta$ ; 在对称轴方向相速和能速相等。可以预测, 由于各向异性的存在, 虽然在 VTI 介质中同一相角方向对应的能速大于或等于该相角方向上的相速, 但某一方向上传播的 P 波相速有可能大于 P 波在另一方向上的能速;

4) 一般情况下, 岩石的各向异性越强, 则  $\Delta v_p$ ,  $\Delta v_{sv}$ ,  $\Delta v_{ep}$ ,  $\Delta v_{esv}$ ,  $\Delta v_{pep}$  和  $\Delta v_{svesv}$  的值越大;

5) 对于样本 1 和样本 2,  $\Delta v_p$  和  $\Delta v_{ep}$  总是小于 0; 而对于样本 3,  $\Delta v_p$  和  $\Delta v_{ep}$  可以在  $\theta_p$  的一个范围内小于 0, 在  $\theta_p$  的另一个范围内大于 0;

6) 一般情况下,  $\Delta v_p$  和  $\Delta v_{ep}$  的绝对值均大于或远大于  $\Delta v_{pep}$ ; 但是在某些情况下, 在一个  $\theta_{sv}$  的范围内,  $\Delta v_{sv}$  可以大于  $\Delta v_{svesv}$ ; 在另一个  $\theta_p$  范围内,  $\Delta v_{sv}$  可以小于  $\Delta v_{svesv}$ ;

7) P 波在 M-砂岩和页岩中传播的垂直相速不等于水平相速。

## 2.2 各向异性时-深转换深度的影响

通常使用地震勘探数据中的 P 波信息来反演地下岩层的地质结构和物理特性<sup>[12]</sup>, 所以本节仅考虑 P 波在  $x$ - $z$  平面上传播的情况。假设炮检距为  $2l$ , 各向异性介质为 VTI 介质, P 波的相速和能速分别为  $v_p$  和  $v_{ep}$ , 反射地震勘探信号到达检波器的传输时间为  $t_p$ 。

计算中选择相角  $\theta_p$  为自变量, 相速、能速和相角分别表示为  $v_p(\theta_p)$ ,  $v_{ep}[\phi_p(\theta_p)]$  和  $\phi_p(\theta_p)$ 。在均匀 VTI 介质之间反射界面的实际时-深转换关系为

$$h = \sqrt{[v_{ep}[\phi_p(\theta_p)]t_p/2]^2 - l^2} \quad (31)$$

在各向异性的情况下, 如果同时忽略能速与相速的差值以及能角与相角的差值, 即使用  $v_p[\phi_p(\theta_p)]$  来替代  $v_{ep}[\phi_p(\theta_p)]$  进行时-深转换, 得到的反射界面深度为

$$h_p = \sqrt{[v_p[\phi_p(\theta_p)]t_p/2]^2 - l^2} \quad (32)$$

如果忽略了地层的各向异性, 用 P 波的垂直相速  $\alpha$  代替能速  $v_{ep}[\phi_p(\theta_p)]$  进行时-深转换, 得到的反射界面深度为

$$h_i = \sqrt{(\alpha t_p/2)^2 - l^2} \quad (33)$$

### 2.2.1 炮检距保持不变而深度可变的情况

计算中选择炮检距  $2l = 2000 \text{ m}$ , 以反射深度  $h$  为变量, 其深度变化范围为  $500 \sim 3000 \text{ m}$ , 能角  $\phi_p = \arctan \frac{l}{h}$  的变化范围为  $63.4349^\circ \sim 18.4349^\circ$ 。对于给出的固定炮检距、 $h$  的变化范围以及表 1 中 3 种岩石的物理和各向异性参数, 计算反射 P 波的能角  $\phi_p$  与反射传输时间  $t_p = 2 \frac{\sqrt{l^2 + h^2}}{v_{ep}[\phi_p(\theta_p)]}$  的关系以及相角  $\theta_p$  与  $t_p$  的关系, P 波的能量角和相角与反射走时的关系如图 7 所示。

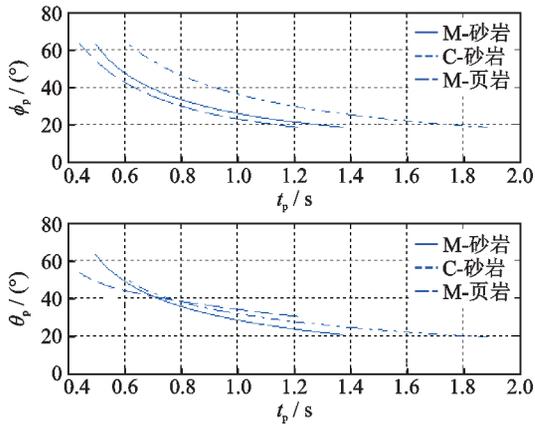


图 7 P 波的能量角和相角与反射走时的关系

Fig.7 Relationship between energy angle and phase angle of P wave and reflected travel time

计算结果表明:

1) 能角  $\phi_p$  和相角  $\theta_p$  随  $t_p$  的增加而减小;

2) 对于 M-砂岩、C-砂岩和页岩,  $t_p$  的变化范围分别为 0.496 3~1.374 7 s, 0.440 3~1.211 1 s 和 0.069 0~1.883 7 s,  $\theta_p$  的变化范围分别为 63.532 1~20.505 2°, 53.565 8~30.191 2° 和 49.785 3~19.145 1°。

根据式 (23)、式 (31)~(33) 和表 1 中的参数, 对应样本 1~3 的实际反射界面深度和产生的深度误差如图 8~10 所示,  $\Delta h_i = h_i - h$ , 其中:  $h_i$  为忽略岩石各向异性进行时-深转换获得的反射界面深度;  $h_p$  为考虑了岩石各向异性但忽略了能速和相速之间差异进行时-深转换获得的反射界面深度。

1) 样本 1

在忽略 M-砂岩的各向异性 and 考虑其各向异性但忽略能速与相速之间差异的情况下, 对反射 P 波走时曲线进行时-深转换, 得到的反演深度误差如图 8 所示。可以看出, 忽略各向异性引起的深度误差  $\Delta h_i$  远远大于考虑了各向异性但忽略相速与能速差值引起的深度误差  $\Delta h_p$ 。

P 波在 0.496 3~1.125 4 s 范围内, 深度误差  $\Delta h_p$  随反射走时  $t_p$  的增大而增大, 然后随  $t_p$  的增大而缓慢减小; 在  $t_p=1.1254$  s 时,  $\Delta h_p$  达到其最大值 (2.151 0 m), 该最大值对应的实际反射面深度  $h$  为 2 381.005 m; 深度误差  $\Delta h_i$  随反射走时  $t_p$  的增大而减小, 在  $t_p=0.496 3$  s 时达到 67.334 4 m, 对应的实际反射面深度为 500 m。

在  $t_p=1.125 4$  s 或  $h=2 381.005$  m 处, 计算出的相对深度误差最大值为

$$\frac{\Delta h_p}{h} \Big|_{t_p=1.1254\text{s}} \times 100\% = \frac{2.1510}{2381.005} \times 100\% = 0.09034\%$$

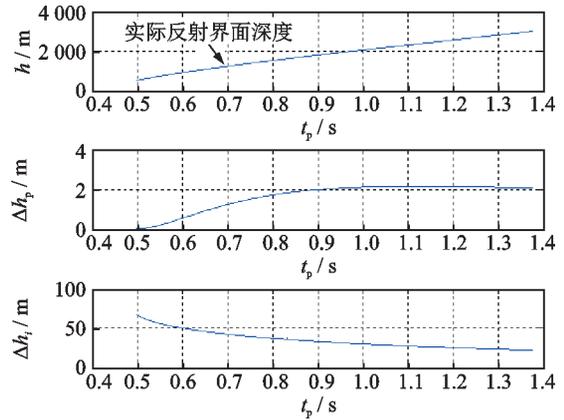


图 8 M-砂岩的实际反射界面深度和产生的深度误差

Fig.8 Actual reflection interface depth of M-sandstone and the resulting depth error

在  $t_p=0.496 3$  s 或  $h=500$  m 时, 计算出的相对深度误差为

$$\frac{\Delta h_i}{h} \Big|_{t_p=0.4963\text{s}} \times 100\% = \frac{67.3344}{500} \times 100\% = 13.4700\%$$

2) 样本 2

图 9 是对 C-砂岩的反射 P 波走时曲线进行时-深转换计算出的反演深度误差。可以看出, 在不考虑各向异性情况下产生的深度误差  $\Delta h_i$  大于考虑各向异性但忽略能速和相速的差异产生的深度误差  $\Delta h_p$ 。

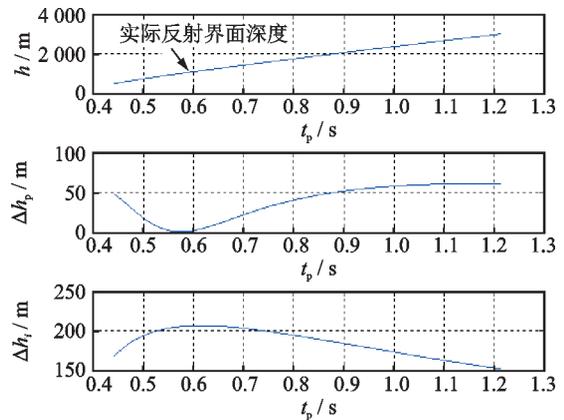


图 9 C-砂岩的实际反射界面深度和产生的深度误差

Fig.9 Actual reflection interface depth of C-sandstone and the resulting depth error

当  $t_p$  在 0.440 3~0.573 5 s 时, 深度误差  $\Delta h_p$  随  $t_p$  的增大而减小; 在 0.573 5~1.203 0 s 时,  $\Delta h_p$  随  $t_p$  的增大而增大; 在 1.203 0~1.211 1 s 时,  $\Delta h_p$  随  $t_p$  的增加而缓慢减小。当  $t_p=0.573$  s 时, 实际反射界面深度为 999.860 m, 能角  $\phi_p$  和相角  $\theta_p$  均为 45°。因为在

$\theta_p=45^\circ$ 时, 差值  $\Delta v_{\text{pep}}=0$ , 所以相速  $v_p(\theta_p)$  等于相应的能速  $v_{\text{pe}}[\phi_p(\theta_p)]$ 。因此, 在  $\theta_p=45^\circ$  时,  $\Delta h_p$  为 0。在  $t_p=1.2030\text{ s}$  时, 实际反射界面深度为 2976.0715 m,  $\Delta h_p$  最大, 其值为 60.4269 m。因此, 其相对深度误差最大值为

$$\begin{aligned} \frac{\Delta h_p}{h} \Big|_{t_p=1.2030\text{ s}} \times 100\% &= \\ \frac{60.4219}{2976.0715} \times 100\% &= 2.03\% \end{aligned}$$

当  $t_p$  在 0.4403~0.6146 s 时, 深度误差  $\Delta h_i$  随反射走时  $t_p$  的增大而增大;  $t_p$  在 0.6146~1.2111 s 时,  $\Delta h_i$  随着  $t_p$  的增大而减小; 在  $t_p=0.6146\text{ s}$  时,  $\Delta h_i$  达到其最大值, 为 205.9950 m, 对应的实际反射界面深度为 1141.3012 m。因此, 其相对深度误差最大值为

$$\begin{aligned} \frac{\Delta h_i}{h} \Big|_{t_p=0.6146\text{ s}} \times 100\% &= \\ \frac{205.9950}{1141.3012} \times 100\% &= 18.05\% \end{aligned}$$

### 3) 样本3

在不考虑各向异性及考虑各向异性但忽略能速与相速之间差异的情况下, 对页岩的反射 P 波走时曲线进行时-深转换, 计算出的反演深度误差如图 10 所示。

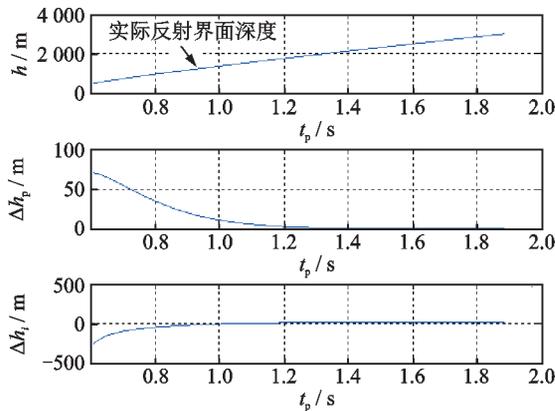


图10 页岩的实际反射界面深度和产生的深度误差

Fig.10 Actual reflection interface depth of shale and resulting depth error

计算结果表明:  $t_p$  在 0.6090~1.5768 s 时, 产生的深度误差  $\Delta h_p$  随反射走时  $t_p$  的增大而减小;  $t_p$  在 1.5768~1.8837 s 时,  $\Delta h_p$  随时间的增大而缓慢地增大; 在  $t_p=1.5768\text{ s}$  时,  $\Delta h_p$  达到其最小值, 该最小值为 0, 对应的实际反射界面深度为 2451.402 m, 这是因为在  $t_p=1.5768\text{ s}$  时, 相角  $\theta_p$  等于能角  $\phi_p$ , 两者均为  $22.2478^\circ$ ; 在  $\theta_p=22.2478^\circ$  时, 由于  $\Delta v_{\text{pep}}=0$ , 相速

$v_p$  等于能速  $v_{\text{pe}}$ 。

在  $t=0.6090\text{ s}$  时, 对应的实际反射界面深度为 500 m, 产生的深度误差  $\Delta h_p$  为 69.9392 m。因此, 其相对深度误差为

$$\begin{aligned} \frac{\Delta h_p}{h} \Big|_{t=0.6090\text{ s}} \times 100\% &= \\ \frac{69.9392}{500} \times 100\% &= 13.97\% \end{aligned}$$

当  $t_p$  在 0.6090~1.0744 s 时, 深度误差  $\Delta h_i$  为负;  $t_p$  在 1.0744~1.8837 s 时,  $\Delta h_i$  为正。产生这一现象的原因为: ①  $t_p$  从 0.6090~1.0744 s 的范围对应  $\theta_p$  从  $49.7863^\circ \sim 29.9480^\circ$  的范围, 在这相角范围内,  $\Delta v_{\text{ep}} > 0$ , P 波的能速  $v_{\text{ep}}$  大于 P 波的垂直相位速度  $\alpha$ ; ②  $t_p$  从 1.0744~1.8837 s 的范围, 对应  $\theta_p$  从  $29.9480^\circ \sim 18.1451^\circ$  的范围, 在这相角范围内,  $\Delta v_{\text{ep}} < 0$ , 因此  $v_{\text{ep}} < \alpha$ ;  $t_p=1.0744\text{ s}$  时所对应的相角  $\theta_p$  为  $29.9480^\circ$ ,  $\Delta v_{\text{ep}}=0$ , 并且  $v_{\text{pe}}=\alpha$ , 因此产生的深度误差  $\Delta h_i=0$ 。  $t_p=0.6090\text{ s}$  时, 对应的实际反射界面深度  $h$  为 500 m, 深度误差  $\Delta h_i$  为 -260.3976 m, 其相对深度误差为

$$\begin{aligned} \frac{\Delta h_i}{h} \Big|_{t=0.6090\text{ s}} \times 100\% &= \\ \frac{-260.3976}{500} \times 100\% &= -52.4501\% \end{aligned}$$

图 8~10 中: 上图为实际反射界面深度与 P 波反射走时的关系; 中图为考虑各向异性但忽略了能速和相速的差异, 产生的深度误差与 P 反射走时的关系; 下图为忽略岩石各向异性的情况下, 产生的深度误差与 P 波反射走时的关系。由图所示 3 种岩石样本的计算结果可以看出, 忽略岩石各向异性引起的深度误差  $\Delta h_i$  远远大于考虑了岩石各向异性但忽略相速与能速差值引起的深度误差  $\Delta h_p$ 。

### 2.2.2 深度保持不变而炮检距可变的情况

假设 2 个 VTI 介质之间的实际反射面是一个深度为 2000 m 的平面, 以炮检距为变量, 在考虑各向异性的情况下, 利用地震信号的能速进行时-深转换, 反演的地质结构应为深度为 2000 m 的平面。在考虑岩石各向异性但忽略相速与能速的差异以及忽略各向异性的 2 种情况下, 利用反射地震信号的走时分别计算反射面形状和深度, 不同入射介质的结果如图 11~13 所示。

#### 1) 样本1

由图 11 所示 M-砂岩的计算结果可知, 反射界面深度  $h_p$  和  $h_i$  与偏移中心点  $l$  的关系是 2 条曲率较小的曲线。

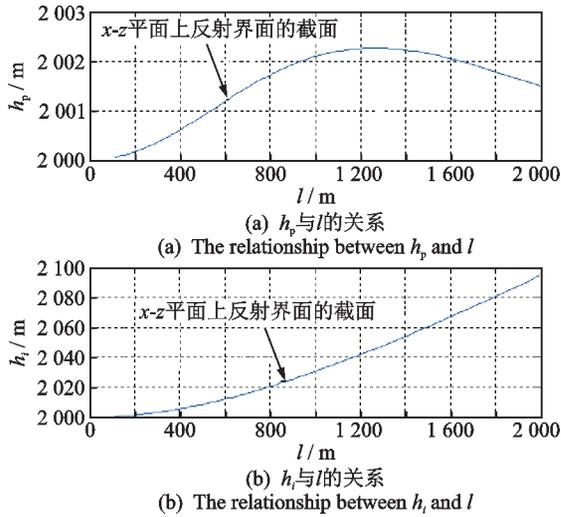


图 11 M-砂岩为入射介质的反射面形状和深度  
Fig.11 The shape and depth of reflection surface of M-sandstone as incident medium

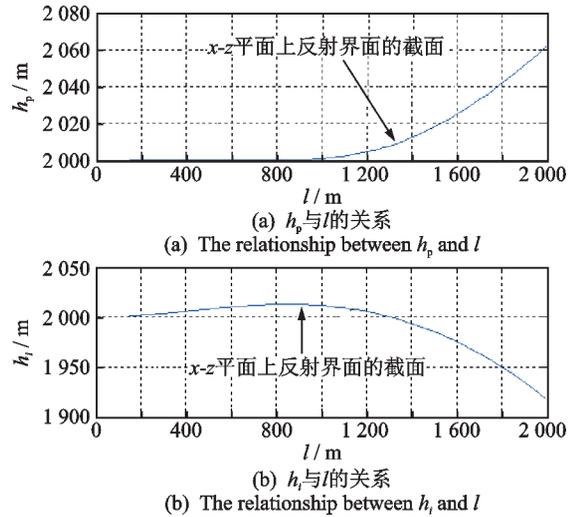


图 13 页岩为入射介质的反射面形状和深度  
Fig.13 The shape and depth of reflection surface of shale as incident medium

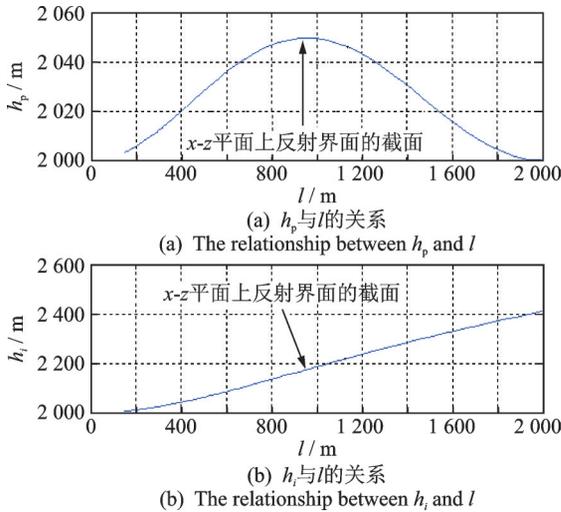


图 12 C-砂岩为入射介质的反射面形状和深度  
Fig.12 The shape and depth of reflection surface of C-sandstone as incident medium

由图 11(a)可以看出:当 $l$ 在 100~1280 m 时,经反演的反射界面深度 $h_p$ 随 $l$ 的增加而增加; $l$ 在 1280~2000 m 时, $h_p$ 随 $l$ 的增加而减小;深度误差 $\Delta h_p$ 非常小,并且在 $l=1280$  m 时 $\Delta h_p$ 达到最大值,最大深度仅为 2.320 0 m。其相对深度误差为

$$\frac{\Delta h_p}{h} \Big|_{l=1280\text{m}} = \frac{2.3200}{2000} \times 100\% = 0.1160\%$$

由图 11(b)可以看出:经反演获得的反射界面深度 $h_i$ 随 $l$ 的增加而增加,即炮检距越大,反射面的深度误差 $\Delta h_i$ 越大;在 $l=2000$  m 时,产生的深度误差 $\Delta h_i$ 等于 95 m。其相对深度误差为

$$\frac{\Delta h_i}{h} \Big|_{l=2000\text{m}} = \frac{95.0000}{2000} \times 100\% = 4.750\%$$

2) 样本 2

由图 12C-砂岩的计算结果可知,经反演的反射界面深度 $h_p$ 与 $l$ 的关系呈现为曲率较大的曲线, $h_i$ 与 $l$ 呈现为斜率较大但曲率较小的曲线。

由图 12(a)可以看出: $l$ 在 150~945.0815 m 时, $h_p$ 随 $l$ 的增加而增加; $l$ 在 945.0815~2000 m 时, $h_p$ 随 $l$ 的增加而减小;在 $l=945.0815$  m 处,产生的深度误差 $\Delta h_p$ 最大,最大值为 49.590 7 m。其相对深度误差为

$$\frac{\Delta h_p}{h} \Big|_{l=945.0815\text{m}} = \frac{49.5907}{2000} \times 100\% = 2.4795\%$$

由图 12(b)可以看出: $h_i$ 随着 $l$ 的增大而增大,在 $l=2000$  m 时,产生的深度误差 $\Delta h_i$ 达到 410 m。其相对深度误差为

$$\frac{\Delta h_i}{h} \Big|_{l=2000\text{m}} = \frac{410}{2000} \times 100\% = 20.5\%$$

3) 样本 3

图 13 为页岩的计算结果。由图 13(a)可以看出: $l$ 在 150~434.6913 m 时, $h_p$ 随 $l$ 的增加非常缓慢地增加; $l$ 在 434.6913~806.0718 m 时, $h_p$ 随 $l$ 的增加非常缓慢地减小; $l$ 在 806.0718~2000 m 时, $h_p$ 随 $l$ 的增加而增加;在 $l=2000$  m 时,产生的深度误差 $\Delta h_p$ 达到 62 m。其相对深度误差为

$$\frac{\Delta h_p}{h} \Big|_{l=2000\text{m}} = \frac{62}{2000} \times 100\% = 3.10\%$$

由图 13(b)可以看出: $l$ 在 150~842.7565 m 时,经反演的反射界面深度 $h_i$ 随 $l$ 的增大而增大; $l$ 在 842.7565~2000 m 时, $h_i$ 随 $l$ 的增大而减小;在 $l=842.7565$  m 时,产生的深度误差 $\Delta h_i$ 达到最大值,为

11.1111 m; 在  $l=2\ 000\text{ m}$  时,  $\Delta h_i$  达到  $-82.442\text{ m}$ 。其相对深度误差为

$$\frac{\Delta h_i}{h} \Big|_{l=2\ 000\text{ m}} = \frac{-82}{2\ 000} \times 100\% = -4.1\%$$

不同样本的计算结果表明:

1) 岩石各向异性越强,产生的深度误差  $\Delta h_p$  和  $\Delta h_i$  越大;

2) 对于各向异性较强的地层,在使用采集的地震数据进行时-深转换时,如果不考虑各向异性或考虑了各向异性但忽略在地层中传播的地震波的相速与能速之间的差别,平面反射界面将被反演成曲面或具有更大斜率的倾斜面;

3) 对于一个给定的  $t_p$  和炮检距,如果  $v_p[\phi_p(\theta_p)]$  (能角方向的相速,但不是能速  $v_{ep}[\phi_p(\theta_p)]$  对应的实际相速  $v_p(\theta_p)$ ) 大于  $v_{ep}[\phi_p(\theta_p)]$  (实际能速),  $\Delta h_p$  为正,否则为负;

4) 对于一个给定的  $t_p$  和偏移量,如果  $v_{ep}[\phi_p(\theta_p)]$  大于  $\alpha$ ,  $\Delta h_i$  为负,否则为正。

### 2.2.3 接收器阵列空间分布对走时曲线成像的影响

在地震勘探中,可以使用不同空间排列和方位的接收器阵列来进行地震勘探信号的采集,在考虑各向异性的情况下,通过时-深转换反演得到的反射界面的形状和深度与接收器阵列所摆放的空间排列和方位无关。如果忽略各向异性的影响或者考虑岩石各向异性但忽略能速和相位速度之间差异的2种情况下,用同一震源和接收器线阵构成的测量系统以不同的空间排列和方位采集勘探地震波信号数据进行反演,所得到的反射界面的形状和深度是不同的。假设地震信号的测量系统由1个震源  $S$  和1个接收器的线阵组成(线阵由  $N$  个接收器  $R_1, R_2, \dots, R_N$  构成),且震源和接收器线阵位于1条直线上。分别以测量线水平移动和测量线绕震源旋转移动来说明岩石各向异性和接收器线阵在空间中的不同排列/方位对反射P波走时的时-深转换空间分布的影响。

计算选择页岩作为入射介质,其物理参数和各向异性参数见表1。设炮检距为  $2\ 000\text{ m}$ ,反射界面的深度在  $500\sim 3\ 000\text{ m}$  之间变化,计算时-深转换误差与地震勘探反射P波走时之间的关系;设反射界面的深度为  $2\ 000\text{ m}$ ,炮检距的取值范围为  $200\sim 4\ 000\text{ m}$ ,得到时-深转换误差与炮检距之间的关系。下面仅对不考虑各向异性的情况进行分析和讨论。

1) 震源和接收器线阵横向移动进行数据采集。图14为震源和接收器线阵在  $x$  轴的方向上以相同的间隔  $\Delta d$  横向移动进行数据采集示意图(例如图中震源和接收器线阵从  $\overline{AB}$  移动到  $\overline{A'B'}$ )。图15为不考虑各向异性,按照式(33)计算出的深度误差  $\Delta h$  与  $x$  和  $t_p$  的关系。计算的深度  $h_i$  与炮检距  $y$  及  $x$  之间的关系如图16所示。

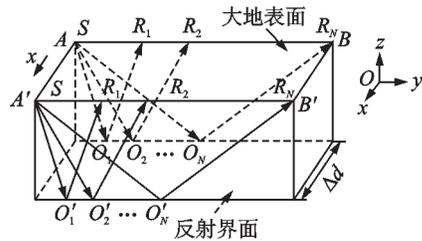


图14 震源和接收器线阵以相同间隔沿  $x$  轴横向移动进行数据采集示意图

Fig.14 The seismic-source and receiver-line-array move along the  $x$ -axis at the same interval for data acquisition

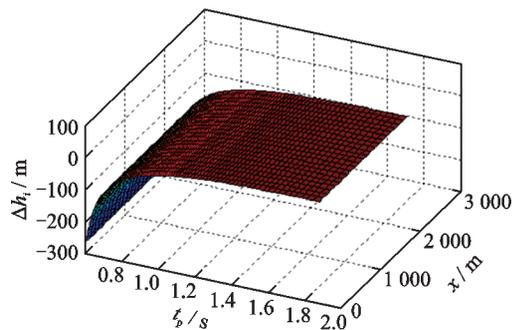


图15 深度误差  $\Delta h$  与  $x$  和  $t_p$  的关系

Fig.15 Relationship between depth error  $\Delta h$  and  $x$  and  $t_p$

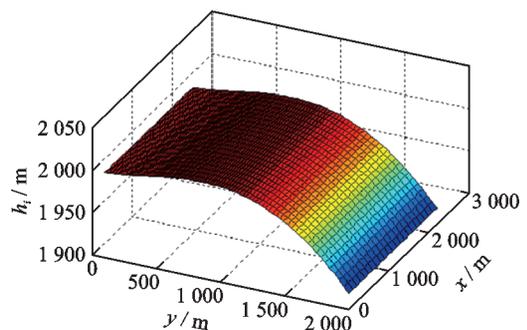


图16 计算的  $h_i$  与  $y$  和  $x$  的关系

Fig.16 The calculated relationship between  $h_i$  and  $y$  and  $x$

2) 接收器线阵绕震源旋转移动进行数据采集。以震源  $O$  点为原点,接收器线阵为半径,以相同角度间隔绕震源旋转,并依次对地震勘探信号进行采集,其示意图如图17所示(例如图中绕  $O$  点从  $\overline{OA}$  移动到  $\overline{OA'}$ )。图18为计算出的深度误差  $\Delta h_i$  与  $t_p$

$\sin\theta$  和  $t_p \cos\theta$  的关系, 图 19 为计算的深度  $h_i$  与  $l \sin\theta$  和  $l \cos\theta$  的关系。

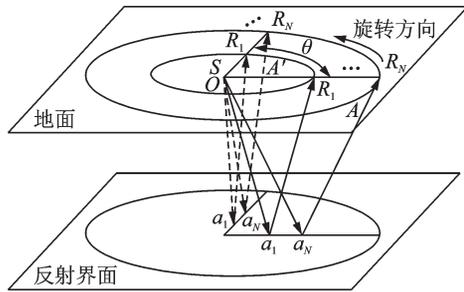


图 17 接收器线阵绕震源以相同角度水平旋转对地震勘探信号进行数据采集示意图

Fig.17 The receiver-line-array rotates horizontally around the seismic source at the same angle for data collection of seismic wave exploration signals

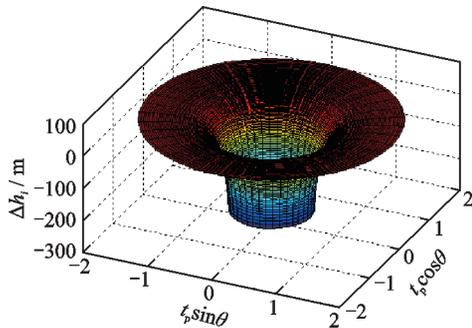


图 18 深度误差  $\Delta h_i$  与  $t_p \sin\theta$  和  $t_p \cos\theta$  的关系

Fig.18 Relationship between depth error  $\Delta h_i$  and  $t_p \sin\theta$  and  $t_p \cos\theta$

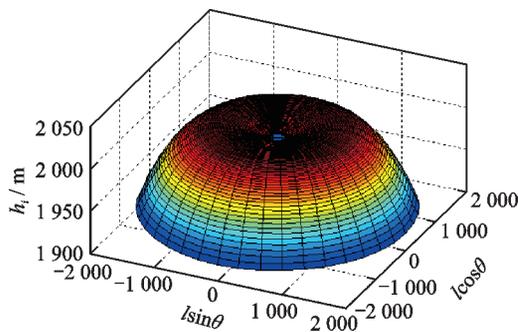


图 19 计算的深度  $h_i$  与  $l \sin\theta$  和  $l \cos\theta$  的关系

Fig.19 Relationship between calculated depth  $h_i$  and  $l \sin\theta$  and  $l \cos\theta$

从以上 2 种不同的移动方式进行地震波勘探信号数据采集后得到的时-深转换结果可以看出: 当考虑岩石各向异性时, 不论测量线以何种方式移动进行数据采集, 经反演得到的反射界面的形状应均为  $h_i=2\ 000\text{ m}$  的平面; 如果忽略了各向异性对能速和相速的影响, 测量线以不同的移动方式进行移动和

数据采集, 经反演得到的反射界面的形状和深度均不同。

### 3 结 论

1) 相速和能速是各向异性和相角的函数。岩石的各向异性越强, 能角与相角的差值越大, 相速与能速的差值越大, 对相速和能速的影响也越大。

2) 各向异性参数  $\epsilon$  决定了 P 波和 SV 波的相速和能速的对称性, 当  $\epsilon=0$  时, 其关于  $\theta_i=45^\circ$  的相角是对称的。

3) 在相同的传播方向上, 能速大于或等于相速; 但不同的方向上, 相速可以大于能速, 即一个方向上的相速可以大于另一方向上的能速。

4) 利用反射地震信号的走时进行时-深转换时, 必须考虑岩石的各向异性, 否则会使反演的反射界面产生深度误差, 实际的平面地质结构会被反演成曲面地质结构。在不考虑各向异性或考虑了各向异性但忽略在地层中传播的地震波的相速与能速之间的差别, 震源-接收器阵列以不同的空间排列和方位进行地震数据的采集, 经反演会形成具有不同形状和不同程度的曲面地层界面, 引起反演地层深度和实际地层深度之间的误差。岩石各向异性越强, 产生的深度误差越大。

5) 本研究所描述的各向异性对时-深转换影响的二维分析方法可以推广到三维情况。

6) 提出了 2 种岩层之间实际平面反射界面的时-深转换误差的分析方法, 该方法可以推广至实际倾斜反射界面和实际曲面反射界面的情况。

7) 上述 VTI 介质的计算分析方法可以推广到 HTI 介质中。

8) 考虑了岩石各向异性对能速和相速的影响, 就可以用地震勘探数据的走时信息精确地反演地下岩层的地质结构。

### 参 考 文 献

[1] 王兴国, 刘红伟, 李晓高, 等. 双层粘接界面特性的空气耦合超声导波检测[J]. 振动、测试与诊断, 2022, 42(1): 16-22.  
WANG Xingguo, LIU Hongwei, LI Xiaogao, et al. Measurement bonding interface characteristic of two layer using air coupling ultrasound guided wave[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2022, 42(1): 16-22. (in Chinese)

[2] 邵志学, 石立华, 张琦. 混凝土超声检测技术的研究

- 与实现[J]. 振动、测试与诊断, 2012, 32(3): 397-401.
- SHAO Zhixue, SHI Lihua, ZHANG Qi. Research and realization of concrete ultrasonic detecting technology [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012, 32(3): 397-401. (in Chinese)
- [3] 刘永强, 杨世锡, 甘春标, 等. 基于非线性激光超声的微裂纹检测及定位[J]. 振动、测试与诊断, 2019, 39(3): 645-651.
- LIU Yongqiang, YANG Shixi, GAN Chunbiao, et al. Detection and location of small crack using nonlinear laser ultrasonic[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2019, 39(3): 645-651. (in Chinese)
- [4] HONG J, ZHANG T Q, ZHOU R W, et al. Plasma bubbles: a route to sustainable chemistry [J]. AAPPS Bulletin, 2021, 31(1): 26.
- [5] OGAWA S. Helium ion microscopy for low-damage characterization and sub-10 nm nanofabrication[J]. AAPPS Bulletin, 2022, 32(1): 18.
- [6] ČERVENÝ V. Seismic ray theory [M]. Cambridge, New York: Cambridge University Press, 2001: 102-233.
- [7] TSVANKIN I. Seismic signatures and analysis of reflection data in anisotropic media [M]. McLean: Society of Exploration Geophysicists, 2012:14-34.
- [8] DALEY P F, HRON F. Reflection and transmission coefficients for transversely isotropic media[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1977, 67(3): 661-675.
- [9] THOMSEN L. Weak elastic anisotropy [J]. Geophysics, 1986, 51(10): 1954-1966.
- [10] FA L, BROWN R L, CASTAGNA J P. Anomalous postcritical refraction behavior for certain transversely isotropic media[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2006, 120(6): 3479-3492.
- [11] FA L, CASTAGNA J P, DONG H F. An accurately fast algorithm of calculating reflection/transmission coefficients [J]. Science in China Series G: Physics, Mechanics and Astronomy, 2008, 51(7): 823-846.
- [12] TSVANKIN I, THOMSEN L. Inversion of reflection traveltimes for transverse isotropy[J]. Geophysics, 1995, 60(4): 1095-1107.
- [13] WRIGHT J. The effects of transverse isotropy on reflection amplitude versus offset[J]. Geophysics, 1987, 52(4): 564-567.
- [14] KIM K Y, WROLSTAD K H, AMINZADEH F. Effects of transverse isotropy on P-wave AVO for gas sands[J]. Geophysics, 1993, 58(6): 883-888.
- [15] RÜGER A. P-wave reflection coefficients for transversely isotropic models with vertical and horizontal axis of symmetry[J]. Geophysics, 1997, 62(3): 713-722.
- [16] BANIK N C. Velocity anisotropy of shales and depth estimation in the North Sea basin [J]. Geophysics, 1984, 49(9): 1411-1419.
- [17] SAMS M S, WORTHINGTON M H, KING M S, et al. A comparison of laboratory and field measurements of P-wave anisotropy[J]. Geophysical Prospecting, 1993, 41(2): 189-206.
- [18] BACKUS G E. Long-wave elastic anisotropy produced by horizontal layering[J]. Journal of Geophysical Research, 1962, 67(11): 4427-4440.
- [19] HELBIG K. Foundations of anisotropy for exploration seismics [M]. Oxford, New York: Pergamon Press, 1994:23-55.
- [20] RÜGER A. Reflection coefficients and azimuthal AVO analysis in anisotropic media [M]. Tulsa: Society of Exploration Geophysicists, 2002:69-71.
- [21] FA L, WU Y R, ZHANG Y D, et al. Polarization states of the waves induced at the interface between different types of anisotropic rock media [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2022, 60: 1-19.
- [22] AULD B A. Acoustic fields and waves in solids [M]. New York: Wiley, 1973:107-109.
- [23] CARCIONE J M. Wave fields in real media: wave propagation in anisotropic, anelastic, and porous media [M]. Amsterdam, New York: Pergamon, 2001: 10-18.



**第一作者简介:** 法林, 男, 1955年7月生, 学士、教授。主要研究方向为声学、地震反演、声波测井、地震波在各向异性-岩石界面的反射/折射、声波换能器和信号处理算法等。  
E-mail: faxiaoxue@126.com

**通信作者简介:** 赵梅山, 男, 1958年11月生, 教授。主要研究方向为量子力学基础理论、量子力学反应动力学、反应动力学过程的主动控制、受限液体和界面的性质以及压电材料的地球物理应用。  
E-mail: m-zhao@uchicago.edu