

# 考虑重力的液压重载机械臂模型修正应用研究\*

杨柳松<sup>1,2</sup>, 郝兵<sup>2</sup>, 胡同海<sup>1,2</sup>, 郭勤涛<sup>3</sup>, 陶言和<sup>3</sup>

(1. 洛阳矿山机械工程设计研究院有限责任公司 洛阳, 471003)

(2. 智能矿山重型装备全国重点实验室 洛阳, 471003)

(3. 南京航空航天大学机电学院 南京, 210016)

**摘要** 液压重载机械臂工作时由重力引起的预应力刚化对于整体结构的仿真分析具有显著的影响, 针对此问题, 提出了一种考虑预应力刚化的计算模态分析方法和基于径向基函数代理模型的有限元模型修正方法。以某型液压重载机械臂为研究对象, 建立整体复杂结构的有限元模型及其预应力刚化模态频率的代理模型, 以多个工况试验模态分析结果为目标, 基于全局优化算法实现了整体结构的模型修正。对试验修正后的模型开展了应变响应预测, 验证了模型的预测能力。研究表明, 所提方法不仅提高了模型复现修正响应的能力, 而且能够准确预测未修正的响应, 从而验证了方法的可行性, 为重载机械臂的自动控制和优化设计提供了精确动力学模型。

**关键词** 液压重载机械臂; 预应力刚化; 模型修正; 响应预测

**中图分类号** TH113; O327

## 引言

液压重载机械臂是全球工业领域中重型装备安装、维护不可缺少的自动化设备。研制运动控制精度高和结构可靠的重载机械臂, 需要高精度的动力学模型以用于结构优化、精度补偿和控制优化。随着建模和仿真分析技术在工程研究中的应用推广, 模型的精度和预测能力也在不断提高。作为一种复杂机电液耦合结构, 液压重载机械臂的建模和响应预测是相关研究的一个重要技术问题。

结构动力学有限元模型修正以试验测量结果为目标校准模型中的关键参数, 特别是联结参数, 是提高仿真分析描述真实物理世界能力的重要手段。有限元模型修正技术在近半个世纪得到了长足的发展<sup>[1-2]</sup>, 为工程分析和决策提供了一个重要手段。Hofmeister等<sup>[3]</sup>针对传统优化方法可能导致模型修正收敛到局部最优解的问题, 提出了一种适用于模型修正的全局模式搜索算法。康俊涛等<sup>[4]</sup>基于混合智能优化算法提出了一种能够得到多个修正结果的模型修正方法, 采用数值算例和基准物理模型验证了方法的可行性。Guo等<sup>[5]</sup>提出了一种基于应变频响函数的模型修正方法, 并基于数值算例和悬臂板结构验证了方法的有效性。邓振鸿等<sup>[6]</sup>提出了基于

近似似然的频响函数不确定性模型修正, 这是一种考虑不确定性的新型修正方法。段宇星等<sup>[7]</sup>针对超分子作用阻尼材料的动态力学模型, 进行了阻尼参数修正。

动力学仿真计算一般规模庞大, 计算时间较长, 模型修正反复迭代需要更多的计算机资源, 因此亟需研究效率更高的模型修正方法。一般而言, 为了获得待修正参数设计空间的最优值, 所采用的全局优化算法会导致模型修正过程的计算量显著提高。基于代理模型开展模型修正可在确保结果合理性的前提下大幅降低计算成本。秦仙蓉等<sup>[8]</sup>建立了复杂塔式起重机结构的模态频率的响应面模型, 并基于响应面实现了结构的模型修正。冷建成等<sup>[9]</sup>采用Kriging方法建立了模态频率与待修正参数的代理模型, 基于多目标遗传算法提出了一种模型修正方法, 并以海洋平台结构为例验证了方法的有效性。陈学前等<sup>[10]</sup>针对工程结构中的不确定性因素, 基于响应面和灵敏度分析提出了一种区间不确定性参数识别方法。笔者使用一种基于径向基函数的代理模型的模型修正方法, 对复杂模型效率更高。

液压重载机械臂工作时其自身及负载的重力很大, 会使承力构件产生大的变形, 从而使结构出现应力刚化现象。针对应力刚化, Trautt等<sup>[11]</sup>对UltraF-

\* 国家重点研发计划资助项目(2017YFB1302100)

收稿日期: 2022-02-16; 修回日期: 2022-04-20

lex-175圆形太阳翼的建模及其与试验测试结果的比较方法进行了研究。马睿等<sup>[12]</sup>针对太阳翼结构地面试验时的重力影响,提出了一种考虑重力影响的模型修正方法。吴志培等<sup>[13]</sup>阐述了圆形太阳翼结构模态分析的影响因素,并基于模态试验测试结果修正了结构中的关键参数。液压重载机械臂在重力作用下的非线性动力学计算和后续基于代理模型的模型修正,是类似重载机械臂结构提供高精度模型的重要手段,为液压重载机械臂的正向设计提供了建模方法。

笔者在考虑重力影响的前提下对液压重载机械臂结构进行建模和计算模态分析,建立结构模态频率的代理模型,并基于代理模型实现结构的模型修正。为验证模型的有效性,基于修正后的模型预测了结构应变响应,并将预测结果与对应试验值进行比较,验证了方法的可行性。

## 1 考虑重力影响的结构模态分析方法

有限元结构动力学模态分析是了解结构动态特性的基本手段之一,对于多自由度系统,其运动微分方程可表示为

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F(t) \quad (1)$$

其中: $M$ 为质量矩阵; $C$ 为阻尼矩阵; $K$ 为刚度矩阵; $F(t)$ 为激励力向量; $\ddot{X}$ , $\dot{X}$ , $X$ 分别为节点的加速度、速度和位移向量。

当不考虑结构中阻尼的情况下,结构的特征方程满足

$$(K - \omega^2 M)\Phi = 0 \quad (2)$$

其中: $\omega$ 为结构的模态频率; $\Phi$ 为结构的振型矩阵。

在重力作用下的应力刚化现象相当于结构受到预应力的作用,表现为结构刚度矩阵的变化。假设预应力对结构刚度的影响矩阵为 $K_s$ ,则计及重力的结构模态分析特征方程<sup>[14-15]</sup>可表示为

$$(K_T - \omega^2 M)\Phi = 0 \quad (3)$$

其中: $K_T = K + K_s$ 为重力影响下的结构系统刚度矩阵。

对于三维单元, $K$ 为结构系统线性刚度矩阵, $K_s$ 为重力影响增加的刚度矩阵,分别为

$$K = \iiint_V B^T DB dV \quad (4)$$

$$K_s = \iiint_V G^T SG dV \quad (5)$$

其中: $B$ 为单元的应变矩阵; $D$ 为材料的弹性矩阵; $S$ 为重力作用下的结构应力矩阵。

$$G = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix}^T N \quad (6)$$

其中: $N$ 为位移形状函数矩阵。

$$s = \begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & \gamma \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\gamma = \begin{bmatrix} \sigma_{x0} & \tau_{xy0} & \tau_{xz0} \\ \tau_{xy0} & \sigma_{y0} & \tau_{yz0} \\ \tau_{xz0} & \tau_{yz0} & \sigma_{z0} \end{bmatrix} \quad (8)$$

首先进行静力分析得到静位移以及该状态下的切线刚度矩阵 $K_T$ ,然后再求解广义特征值问题,得到重力作用下结构的固有频率和模态振型。

## 2 基于代理模型的模型修正方法

模型修正是提高仿真分析与结构真实状态之间一致性的重要方法,其本质是一种力学反问题。为降低基于优化算法的模型修正过程的计算成本,通常采用代理模型<sup>[16]</sup>替代有限元模型对结构进行特征分析。径向基函数作为一种典型有效的非线性代理模型,其实现方法如下:通过试验设计一组采样点 $x^i = (x_1^i, x_2^i, \dots, x_m^i)$ ,以该采样点为中心采用一组径向基函数的线型叠加表示在 $x$ 处的待求系统响应值,其表达式为

$$f(x) = \sum_{i=1}^n w_i \phi_d(d^i) = \mathbf{w}^T \Phi_d \quad (9)$$

其中: $w_i$ 为权重系数; $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_n]^T$ ; $\phi(d^i)$ 为基函数; $d^i = \|x - x^i\|$ 为待求系统响应与样本点之间的欧式距离。

代理模型用于模型修正的前提是其具有足够的精度,可采用复相关系数 $R^2$ 和均方根误差(root mean squared error,简称RMSE)等对其复现和预测能力进行评估,即

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N_m} (y_m^i(x) - y_r^i)^2}{\sum_{i=1}^{N_m} (y_m^i(x) - \bar{y})^2} \quad (10)$$

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_m} (y_m^i(x) - y_r^i)^2}{N_m}} \quad (11)$$

其中: $y_m^i(x)$ 为第 $i$ 次试验的代理模型预测值; $y_r^i$ 为

第  $i$  次试验的真实值;  $\bar{y}$  为  $N_m$  次试验真值的平均值。

当复相关系数  $R^2$  越接近于 1, 且均方根误差 RMSE 越接近于 0 时, 表明代理模型的精度越高。

根据上述方法所建立的径向基函数代理模型经过精度检验后, 模型修正可表示为

$$\begin{aligned} \min Y(\theta) \quad & Y(\theta) = f(\theta) - R_E \\ \text{s.t.} \quad & l_b \leq \theta \leq u_b \end{aligned} \quad (12)$$

其中:  $Y(\theta)$  为仿真分析与试验测试特征或响应量之间的误差;  $f(\theta)$  为基于代理模型的结构特征或相应量;  $R_E$  为试验测试的结构特征或相应量;  $\theta$  为待修正参数;  $u_b, l_b$  分别为待修正参数的上、下限。

### 3 液压重载机械臂有限元模型修正方法

液压重载机械臂由工作端、液压缸、液压臂及工作转台等部件组成。在建模时, 首先对结构进行合理简化, 采用实体单元描述结构中的零件, 采用薄层单元描述各阶段液压臂之间的连接, 采用弹簧阻尼单元描述液压缸的连接和系统的边界条件等, 某型液压重载机械臂有限元模型如图 1 所示。整机有限元模型包含 358 467 个单元、420 767 个节点。



图1 某型液压重载机械臂有限元模型

Fig.1 Finite element model of a hydraulic heavy-duty manipulator

经过分析可知, 描述液压臂之间连接的薄层单元材料属性以及边界条件约束的弹簧阻尼单元刚度对考虑重力的液压重载机械臂预应力模态计算结果影响显著, 因此将这些参数作为模型修正的待修正参数。

基于上述径向基函数建模和精度检验方法, 建立了液压重载机械臂前 9 阶预应力模态频率与待修正参数之间的代理模型, 连接刚度和结构频率之间的代理模型如图 2 所示, 代理模型精度检验平均  $R^2 > 0.99$ ,  $RMSE < 1.0 \times 10^{-3}$ 。检验结果表明, 所建立各阶预应力模态频率的代理模型精度满足工程使用需求, 可以将其进一步用于模型修正过程。模型修正使用的目标频率和振型通过实验模态分析得到。

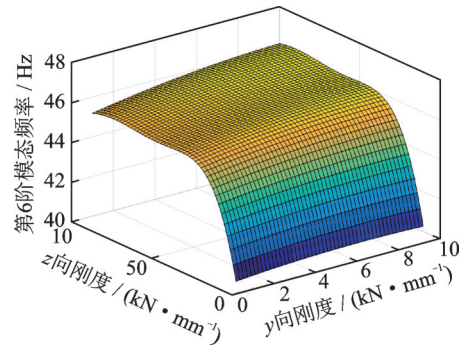


图2 连接刚度和结构频率之间的代理模型

Fig.2 Proxy model between connection stiffness and structural frequency

当其中载荷为 10 t 时, 液压重载机械臂在考虑和不考虑重力的情况下, 本研究关注的考虑重力影响的结构模态频率对比如表 1 所示。从表中是否考虑重力情况下的结构模态频率计算结果对比可以看出, 模态频率的最大误差为 1.38%, 绝对平均误差为 0.61%。可见, 在重力作用下结构模态参数可能有较大改变。为了使仿真分析结果更接近于真实情况, 后续的模型修正过程在考虑重力影响的情况下开展。

表1 考虑重力影响的结构模态频率对比

Tab.1 Comparison of structural modal frequencies considering the influence of gravity

模态阶次	未计及重力影响的频率/Hz	计及重力影响的频率/Hz	误差/%
1	2.14	2.17	-1.38
2	5.49	5.47	0.37
3	11.10	11.17	-0.63
4	14.57	14.55	0.14
5	21.15	21.04	0.52
6	33.21	33.48	-0.81
7	37.82	37.78	0.11
8	40.74	40.30	1.09
9	60.54	60.29	0.41
绝对平均值	—	—	0.61

基于径向基函数代理模型和全局优化算法, 对液压重载机械臂开展了模型修正, 模型修正参数对比如表 2 所示, 模型修正频率对比如表 3 所示。从表中修正前后结构计算结果与试验值之间的误差对比可以看出, 模型修正后, 模态频率误差最大值从 28.16% 降至 4.59%, 误差的绝对平均值从 12.75% 降至 3.12%, 说明修正后的仿真分析模型计算结果与试验结果更接近, 此时的模型更能够反映结构的真实状态。



表2 模型修正参数对比

Tab.2 Comparison of model correction parameters

待修正参数	初始值	修正值	相对增量/%
薄层单元弹性模型/MPa	1 000.0	148.39	-85.16
薄层单元泊松比	0.30	0.11	-63.33
薄层单元密度/(kg·m <sup>-3</sup> )	7.80×10 <sup>3</sup>	1.28×10 <sup>4</sup>	63.97
边界连接 $x$ 向刚度/(N·mm <sup>-1</sup> )	100.0	2 316.13	2 216.13
边界连接 $y$ 向刚度/(N·mm <sup>-1</sup> )	100.0	3 245.16	3 145.16
边界连接 $z$ 向刚度(N·mm <sup>-1</sup> )	100.0	3 448.39	3 348.39

表3 模型修正频率对比

Tab.3 Comparison of model correction frequency

模态阶次	试验频率/Hz	修正前		修正后	
		$f$ /Hz	误差/%	$f$ /Hz	误差/%
1	4.90	4.33	-11.63	5.03	2.65
2	10.25	9.37	-8.59	9.78	-4.59
3	15.25	14.47	-5.11	15.94	4.52
4	17.09	15.44	-9.65	16.60	-2.87
5	29.58	21.25	-28.16	30.34	2.57
6	40.42	37.12	-8.16	41.86	3.56
7	47.85	38.33	-19.90	47.34	-1.07
8	51.94	43.59	-16.08	50.17	-3.41
9	58.97	63.35	7.43	57.32	-2.80
绝对平均值	—	—	12.75	—	3.12

#### 4 液压重载机械臂模型应变响应的试验验证

工程中开展仿真分析的目的在于基于模型开展结构响应预测,因此对于模型预测能力的评估非常重要。基于上述修正后的液压重载机械臂模型,计算机械臂连接位置处的应力,将其与对应位置应力测试结果进行比较,并分析两者之间的误差,以验证修正后模型的预测能力。结构应力预测结果对比如表4所示。可以看出,修正后模型预测的结构应变与其试验值之间的误差相比于修正前明显降低,其

表4 结构应力预测结果对比

Tab.4 Comparison of structural stress prediction results

测点位置	试验值/MPa	仿真值/MPa		相对误差/%	
		修正前	修正后	修正前	修正后
$S_1$	72.40	88.18	75.01	21.80	3.48
$S_2$	76.25	87.17	74.78	14.32	-1.97
$S_3$	62.24	67.24	65.81	8.03	5.42
$S_4$	58.19	67.27	63.73	15.60	8.69
绝对平均值	—	—	—	14.94	4.89

中修正后应力响应的最大误差从21.80%降至8.69%,绝对平均误差从14.94%降至4.89%,表明模型经修正后显著提高了其预测能力。

#### 5 结论

1) 通过研究液压重载机械臂在工作时负载、展开状态工况变形导致的应力刚化影响,实现了一种考虑预应力刚化的计算模态分析及模型修正方法。

2) 基于径向基函数实现了多个参数和多个响应之间的代理模型建模,所建代理模型精度高、对预应力模态参数预测误差小。

3) 经过模型修正后,基于模型计算的模态频率和模态振型能够准确复现试验测试值,修正后模型预测的机械臂连接处的应力值相比于修正前模型的预测误差显著减小。

4) 该模型修正和验证方法为液压重载机械臂动态性能及响应预测提供了更为精确的模型,对产品的最优化设计和高精度运动控制具有重要意义,为重型装备的复杂结构动力学模型修正提供了应用范例和参考。

#### 参 考 文 献

- [1] 范新亮,王彤,夏遵平.基于频响函数的稳健有限元模型修正[J].振动、测试与诊断,2021,41(4):797-805.  
FAN Xinliang, WANG Tong, XIA Zunping. Robust finite element model modification based on frequency response function[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2021, 41(4): 797-805. (in Chinese)
- [2] 朱前坤,刘开放,芮佳,等.幕墙对悬挑楼盖振动模态影响及等效模拟方法[J].振动、测试与诊断,2021,41(6):1190-1198.  
ZHU Qiankun, LIU Kaifang, RUI Jia, et al. Influence of curtain wall on vibration mode of cantilevered floor and equivalent simulation method[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2021, 41(6): 1190-1198. (in Chinese)

- [3] HOFMEISTER B, BRUNS M, ROLFES R. Finite element model updating using deterministic optimization: a global pattern search approach [J]. *Engineering Structures*, 2019, 195: 373-381.
- [4] 康俊涛,张亚州,秦世强. 基于一种混合智能算法的有限元模型修正多解问题[J]. *上海交通大学学报*, 2020, 54(6): 652-660.  
KANG Juntao, ZHANG Yazhou, QIN Shiqiang. Based on a hybrid intelligent algorithm, the finite element model is modified to solve the multi solution problem[J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2020, 54(6): 652-660. (in Chinese)
- [5] GUO N, YANG Z, WANG L, et al. A updating method using strain frequency response function with emphasis on local structure [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 115: 637-656.
- [6] 邓振鸿,张保强,苏国强,等. 基于近似似然的频响函数不确定性模型修正[J]. *振动、测试与诊断*, 2020, 40(3): 548-554.  
DENG Zhenhong, ZHANG Baoqiang, SU Guoqiang, et al. Correction of uncertainty model of frequency response function based on approximate likelihood [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2020, 40 (3): 548-554. (in Chinese)
- [7] 段宇星,赵苗苗,苏渤,等. 超分子作用阻尼材料的动态力学模型修正[J]. *振动、测试与诊断*, 2020, 40(3): 465-471.  
DUAN Yuxing, ZHAO Miaomiao, SU Bo, et al. Dynamic mechanical model modification of supramolecular damping materials [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2020, 40 (3): 465-471. (in Chinese)
- [8] 秦仙蓉,潘杰,徐俭,等. 塔式起重机结构有限元模型修正的响应面方法[J]. *振动与冲击*, 2018, 37(6): 244-250.  
QIN Xianrong, PAN Jie, XU Jian, et al. Response surface method for structural finite element model modification of tower crane [J]. *Vibration and Shock*, 2018, 37(6): 244-250. (in Chinese)
- [9] 冷建成,田洪旭,徐爽,等. 基于优化 Kriging 模型的平台结构动力学模型修正[J]. *振动与冲击*, 2019, 38(18): 18-23.  
LENG Jiancheng, TIAN Hongxu, XU Shuang, et al. Dynamic model modification of platform structure based on optimized Kriging model [J]. *Vibration and Shock*, 2019, 38(18): 18-23. (in Chinese)
- [10] 陈学前,沈展鹏,刘信恩. 基于响应面与灵敏度分析的区间不确定性参数识别方法[J]. *振动与冲击*, 2019, 38(16): 267-273.  
CHEN Xueqian, SHEN Zhanpeng, LIU Xinen. Interval uncertain parameter identification method based on response surface and sensitivity analysis [J]. *Vibration and Shock*, 2019, 38 (16): 267-273. (in Chinese)
- [11] TRAUTT T, WHITE S. ST8 ultraflex-175 solar array-deployed dynamics analytical modeling and comparison to validation criteria [C]//The 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. Orlando, USA: [s. n.], 2010.
- [12] 马睿,姜东,吴邵庆,等. 考虑重力影响的太阳翼模型修正方法研究[J]. *宇航学报*, 2014, 35(12): 1373-1378.  
MA Rui, JIANG Dong, WU Shaoqing, et al. Study on the correction method of solar wing model considering the influence of gravity [J]. *Journal of Astronautics*, 2014, 35 (12): 1373-1378. (in Chinese)
- [13] 吴志培,刘志超,荣吉利,等. 圆形太阳翼模态仿真与试验研究[J]. *宇航学报*, 2020, 41(12): 1516-1524.  
WU Zhipai, LIU Zhichao, RONG Jili, et al. Modal simulation and experimental study of circular solar wing [J]. *Journal of Astronautics*, 2020, 41(12): 1516-1524. (in Chinese)
- [14] YANG Y B, MCGUIRE W. Stiffness matrix for geometric nonlinear analysis [J]. *Journal of Structural Engineering*, 1986, 112(4): 853-877.
- [15] FANG S, REN W, PERERA R. A stochastic model updating method for parameter variability quantification based on response surface models and Monte Carlo simulation [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012, 33: 83-96.
- [16] LI X, GAO W K, GU L X, et al. A cooperative radial basis function method for variable-fidelity surrogate modeling [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2017, 56(5): 1077-1092.



**第一作者简介:**杨柳松,男,1980年9月生,硕士、高级工程师。主要研究方向为矿山重型装备研究开发与优化设计等。

E-mail: yangls@citic-hic.com.cn