

高速动车组横梁应变场光纤测量与反演研究*

王 燕^{1,2}, 张子璠², 彭 畅², 王光君², 鞠增业², 马 龙²

(1. 西南交通大学轨道交通运载系统全国重点实验室 成都, 610031)

(2. 中车青岛四方机车车辆股份有限公司 青岛, 266111)

摘要 针对高速动车组车底架横梁的应变场反演问题, 基于模态叠加法和传感器优化配置理论, 提出一种根据部分测点的实测单向应变反演结构空间应变场的方法。以结构的应变模态为输入, 以模态坐标独立性为目标, 基于信息熵理论建立了传感器优化配置的数学模型, 再根据模态坐标和振型采用正则化方法反演结构应变场。仿真计算结果表明, 无噪声干扰下, 反演的精度较高, 最大均方误差为 9.87×10^{-12} , 并且正则化方法可以有效抑制噪声对结果的影响。搭建了基于光纤光栅传感系统的测试试验台, 基于实测应变数据和模态结果反演应变场, 结果表明, 反演后的应变幅值相对误差带为 1.21%~10.79%, 反演数据和实测数据的均方误差带为 0.80~3.69。该方法能够准确识别结构的模态坐标, 为获取高速列车关键结构的应变场分布提供参考。

关键词 应变场反演; 传感器优化配置; 应变模态; 光纤光栅

中图分类号 TH823; TP212.9

引 言

目前, 针对轨道车辆结构应变监测的方法主要有 2 种: ①基于有限元法的数值模拟技术; ②基于试验法。前者需要准确确定模型边界条件, 计算效率低, 不适于结构完整性的在线监测; 后者只能在结构表面布置有限数量传感器, 无法获取完整的健康数据。因此, 需要研究一种能够结合结构健康监测技术所提供的数据并将其映射到整个完整结构的技术, 从而实现在役轨道车辆关键部位结构状态实时监测。

全场应力反演即通过传感器采集到的结构表面应力(应变)数据, 通过反演方法得到完整结构的全场应变信息。现有反演方法包括基于数据的三次样条插值法以及模态叠加法。前者的优势在于无需考虑材料属性及有限元模型的准确度, 但是对于应力梯度较大区域的反演精度不高, 节点较多时插值效率较低。相比之下, 模态叠加法对存在大应力梯度的结构适应性强, 并且由于事先在线下完成有限元模态计算并将结果储存起来, 线上的实时应力反演仅仅根据少量数据进行线性代数运算便可快速完成, 受到了学者们的关注^[1]。邓敏强等^[2]采用模态叠加法解决了复杂工况下风力机整个塔架的应力状态

的实时计算问题。司亚文等^[3]通过在铝合金机翼缩比模型布置光纤布拉格光栅传感器, 实时采集应变分布, 结合应变模态振型, 反演机翼缩比模型的应变场。胡伟钢等^[4]通过优化齿轮箱表面应变测点实现结构振动模态坐标的时域识别, 由模态叠加基本原理得到结构整体应变响应。学者们还通过建立位移模态和应变模态间的关系, 从应变出发得到结构的位移场, 或从位移场出发得到应变场^[5-8]。

实现全场应变反演的对象大多集中在柱状、薄板和圆盘等相对简单的结构, 模态参数容易识别; 然而轨道车辆结构较为复杂, 给应变反演带来了更大的挑战, 且反演效果依赖于传感器配置方案。笔者针对高速列车车体底架横梁结构, 采用光纤光栅传感器, 基于信息熵理论优化传感器配置, 并采用正则化方法进行全场应变反演, 达到了实时监测结构完整状态的目的。

1 基本理论

1.1 光纤光栅基本理论

根据光纤布拉格光栅(fiber Bragg grating, 简称 FBG)的基本原理, 一束宽光谱光经过光纤光栅时,

* 国家自然科学基金联合基金资助项目(U2032121)

收稿日期: 2023-02-16; 修回日期: 2023-04-10

中心波长满足布拉格条件的入射光将产生反射,由于反射波长对外界环境温度以及应变的变化较为敏感,温度或应变的变化会引起FBG中心波长的变化,因此可作为传感器使用^[9-10]。

由于高速动车组车体底架横梁为车下电气设备的承载结构,电磁环境复杂,采用传统电阻式应变片进行监测,信号中会引入电磁干扰,增大了数据处理的难度,并且每个应变片均由1根电缆与采集设备连接,在通道较多的情况下增加了布置难度。与电阻应变片相比,FBG传感器具有体积小、网络复用以及不受电磁干扰的优点,稳定性和信噪比较高,并能够减少线缆数量,易于安装维护,因此将FBG用于横梁结构健康监测具有明显优势。

在实际测量时,光纤光栅同时受到环境温度和被测结构应变的影响,其相对中心波长的漂移与应变和温度变化的关系为

$$\Delta\lambda_B/\lambda_B = K_\epsilon \epsilon + K_T \Delta T \quad (1)$$

其中: K_ϵ, K_T 分别为相对中心波长漂移的应变灵敏度系数和温度灵敏度系数,对于石英光纤, K_ϵ 取0.784, K_T 取 $7.0 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ 。

为了准确通过光纤光栅测得应变,应补偿温度对波长变化的影响。工程上采用一个与被测结构同材料但不受应力应变影响的补偿片进行温度补偿,测量温度变化产生的波长漂移,根据式(1)可得到结构应变。

1.2 全场应变反演基本理论

根据结构动力学原理,结构的位移响应可表示为模态坐标的线性组合,即

$$u(t) = \varphi q(t) \quad (2)$$

其中: φ 为结构所有节点的位移模态振型; $q(t)$ 为模态坐标。

依照弹性力学原理,结构的应变张量与空间位移之间的关系可表示为

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & \epsilon_{yy} & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi_u}{\partial x} & 2\frac{\partial \varphi_v}{\partial x} & 2\frac{\partial \varphi_w}{\partial x} \\ 2\frac{\partial \varphi_v}{\partial y} & \frac{\partial \varphi_v}{\partial y} & 2\frac{\partial \varphi_w}{\partial y} \\ 2\frac{\partial \varphi_w}{\partial z} & 2\frac{\partial \varphi_w}{\partial z} & \frac{\partial \varphi_w}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3)$$

根据式(2)中各个方向位移的表达,将其代入式(3)得到

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & \epsilon_{yy} & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi_u}{\partial x} q(t) & 2\frac{\partial \varphi_v}{\partial x} q(t) & 2\frac{\partial \varphi_w}{\partial x} q(t) \\ 2\frac{\partial \varphi_v}{\partial y} q(t) & \frac{\partial \varphi_v}{\partial y} q(t) & 2\frac{\partial \varphi_w}{\partial y} q(t) \\ 2\frac{\partial \varphi_w}{\partial z} q(t) & 2\frac{\partial \varphi_w}{\partial z} q(t) & \frac{\partial \varphi_w}{\partial z} q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_{xx} q(t) & \psi_{xy} q(t) & \psi_{xz} q(t) \\ \psi_{xy} q(t) & \psi_{yy} q(t) & \psi_{yz} q(t) \\ \psi_{xz} q(t) & \psi_{yz} q(t) & \psi_{zz} q(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中: $\psi = [\psi_{xx} \ \psi_{yy} \ \psi_{zz} \ \psi_{xy} \ \psi_{xz} \ \psi_{yz}]^T$,为结构的应变模态矩阵。

由式(4)可知,应变模态有着与位移模态相似的表达式,应变模态矩阵可通过对结构位移模态矩阵微分得到,并且结构的应变分量拥有相同的模态坐标。因此,通过部分可测应变分量逆求模态坐标,便可以反演得出结构的全部应变分量。

根据式(4),在已知应变和模态振型的前提下求解模态坐标就成为一个典型的逆问题。应变模态矩阵存在病态特征,其解具有很强的不适定性,即微小的噪声会造成结果严重发散而失去实际意义。采用正则化方法可以缓解这种不适定性,其基本思想是:用一族与原不适定问题邻近的有界算子来代替原问题的算子,使得转化的适定问题的解能较好地逼近原问题的解^[11]。本研究选择Tikhonov法进行求解。

1.3 传感器优化基本理论

求解模态坐标是全场应变反演的前提,该过程可抽象为系统辨识过程^[12-13]。根据贝叶斯系统辨识理论,当待辨识参数的不确定性达到最小值时取得最优值。根据信息论,不确定性可以通过信息熵进行刻画^[14-15]。信息熵表示为

$$H(L, \hat{C}, \hat{\theta}) \approx \frac{1}{2} N_\theta \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln[\det(h(L, \hat{C}, \hat{\theta}))] \quad (5)$$

$$h(L, \hat{C}, \hat{\theta}) \approx \sum_{m=1}^N [L \nabla_\theta x(m, \hat{\theta})]^T [L \hat{C} L^T]^{-1} [L \nabla_\theta x(m, \hat{\theta})] \quad (6)$$

其中: ∇_θ 为梯度算子; N_θ 为未知参数的数量; $\hat{\theta}$ 为使得式(5)取最小值的最优参数; $\hat{C}$ 为与 $\hat{\theta}$ 有关的参量; N 为实测数据量。

传感器优化所涉及的参数识别问题为模态坐标向量识别问题,在这种情况下,未知参数 θ 对应 q , x 对应 ϵ ,则根据式(6), $\nabla_{\theta}x(m, \hat{\theta})$ 表示应变模态矩阵 Ψ ,此时 L 为传感器配置矩阵, $h(\hat{\theta}, L, \hat{C})$ 则转化为

$$h(\hat{\theta}, L, \hat{C})=[L\Psi]^T[L\hat{C}L^T]^{-1}[L\Psi] \quad (7)$$

将式(7)代入式(5)可以看出,为保证信息熵最小化,矩阵 $h(\hat{\theta}, L, \hat{C})$ 行列式应最大化,并且结果仅由应变模态矩阵 Ψ 、观测矩阵 L 和 $\hat{C}$ 决定。其中: L 为优化目标值; $\hat{C}$ 为预测误差,由建模误差和测量误差组成,测量误差由节点的模态应变能表征,建模误差通过与节点空间距离有关的相关系数表征^[16]。

针对式(5)所示的优化问题,可采用序列法逼近最优解,其原理是依次从备选集中选取一个自由度,将其添加到矩阵 L 中,根据式(7)计算 $h(L, \hat{C}, \hat{\theta})$ 的行列式,保留行列式最大值所对应的 L ,从备选集中删去该自由度,重复此步骤直至传感器数目达到预设值。

在得到优化结果后,可采用模态置信准则(modal assurance criterion,简称MAC)和条件数准则对结果进行评价。

MAC是一种评价模态振型线性独立程度的准则,表示为

$$MAC_{ij}=\frac{|\Psi_i^T\Psi_j|}{(\Psi_i^T\Psi_i)(\Psi_j^T\Psi_j)} \quad (8)$$

其中: Ψ_i, Ψ_j 分别为第 i 阶和第 j 阶模态振型向量。

MAC矩阵的非对角元越小,模态向量间的独立性越高,识别效果越好。本研究选用MAC矩阵的非对角元最大值和均值作为评判标准。

条件数准则是指应变模态振型矩阵的最大奇异值和最小奇异值之比,表示为

$$r_{\text{svd}}=\beta_{\text{max}}/\beta_{\text{min}} \quad (9)$$

奇异值比表示了矩阵的病态程度,比值越小,病态程度越轻。由于模态坐标识别为逆问题,奇异值比越小,模态坐标识别效果越佳。

2 数值仿真

2.1 模态分析

为验证所提出算法的可行性,对高速动车组车体底架横梁3维模型进行网格划分。横梁为铝合金工字梁,全长为2 740 mm,高为210 mm,中间立面厚为9.6 mm,孔距为80 mm,横梁最薄处为4 mm。采用六面体网格对横梁进行划分,单元尺寸满足结

构厚度要求。横梁有限元模型如图1所示,共计192 264个单元。材料弹性模量为71 GPa,泊松比为0.3,阻尼比为0.025。



图1 横梁有限元模型

Fig.1 Finite element model of beam

首先计算横梁的应变模态,参考试验台工装的约束方式和位置,在横梁两端上下表面施加全约束。理论上,模态数量越多则重构的精度越高,但是会牺牲计算效率。为在保证精度的前提下减少模态数量,仿真时逐渐增加模态阶数,直至重构精度符合要求为止。下面以最优模态数16为例进行算例说明,横梁有限元应变模态振型如表1所示,表中给出了横梁前1~2阶低阶及15~16阶高阶模态主频及振型。

表1 横梁有限元应变模态振型
Tab.1 Strain mode shape of beam

模态阶数	f/Hz	模态振型	模态阶数	f/Hz	模态振型
1	47.00		15	574.28	
2	65.61		16	617.33	

2.2 传感器优化配置

传感器配置结果受到节点模态振型影响,由于每个节点有三向正应变,因此每个方向都可以作为备选传感器方向。实际测试时受结构限制,无法在每个方向都布置传感器,且由于传感器本身存在一定的尺寸,需要考虑实际安装传感器的可行性。FBG传感器尺寸为10 mm,结合横梁3维尺寸,本研究选取备选节点如图2所示。

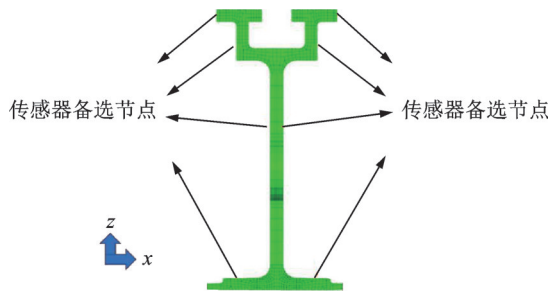


图2 备选节点

Fig.2 Optional nodes list

综合考虑模态数量和安装成本,笔者选取30个传感器作为模态识别点,3个备选方向产生 x, y, z, xy, xz, yz 和 xyz 等7种组合。为得到最佳方向,对所有方案均进行优化配置,并根据评价准则选出最优方案。

图3给出了MAC矩阵非对角元最大值、平均值和条件数等不同方向的评价准则。由图可以看出,在多个方向布置传感器不能达到最优效果。有 y 方向参与的方案要优于其他方案,当仅在 y 方向布置时,3个准则同时达到最小值,其中MAC矩阵非对角元最大值为0.08,平均值为0.017,条件数为6.63,此时配置效果为最优;有 x 方向参与时,3个准则均要高于其他方案,当仅在 x 方向布置时,3个准则同时达到最大值,其中MAC矩阵非对角元最大值为

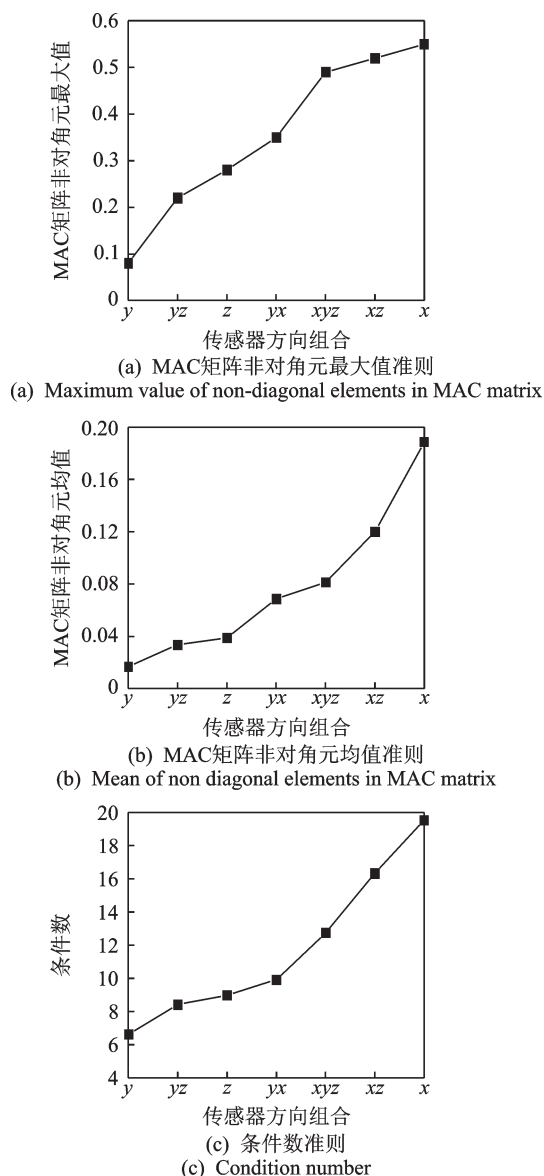


图3 传感器不同方向的评价准则

Fig.3 Evaluation criteria for different directions of sensors

0.55,平均值为0.188,条件数为19.53,此时已有部分模态坐标无法被准确识别。

本研究选择 y 方向结果作为最终传感器优化配置方案,如图4所示。

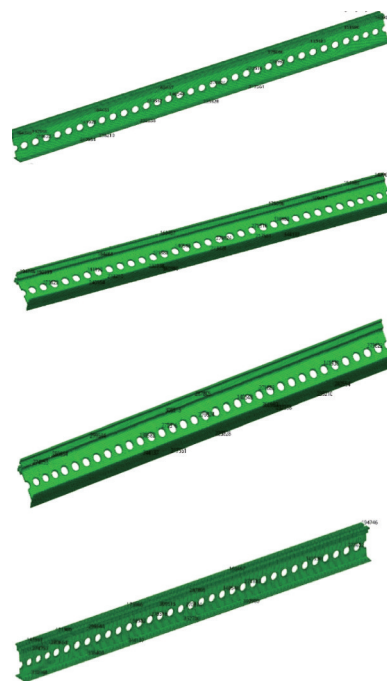


图4 传感器优化配置方案

Fig.4 Optimal sensor configuration scheme

2.3 数值验证

随机选取10个节点对反演效果进行验证,节点位于孔边或圆弧过渡等应变梯度较大的位置,反演验证节点位置如图5所示。施加幅值为7.8 kN的 z 向正弦载荷,载荷采样频率为100 Hz,时间为1 s。基于动力学方法计算节点的三向正应变,进而采用30个反演测点的 y 向应变反演横梁的全场应变。将10个验证节点反演后得到的三向应变与通过动力学方法得到的应变进行对比,以节点139 951为例,2种方法得到的节点应变反演验证如图6所示。由图可以看出,节点的三向应变反演值与真实值十分接近。

为进一步验证所提算法的鲁棒性,在30个模态识别点的仿真信号中,添加噪声水平为10%的高斯

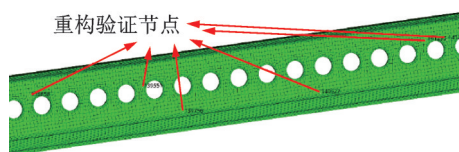


图5 反演验证节点位置示意图

Fig.5 Schematic diagram of verification nodes location

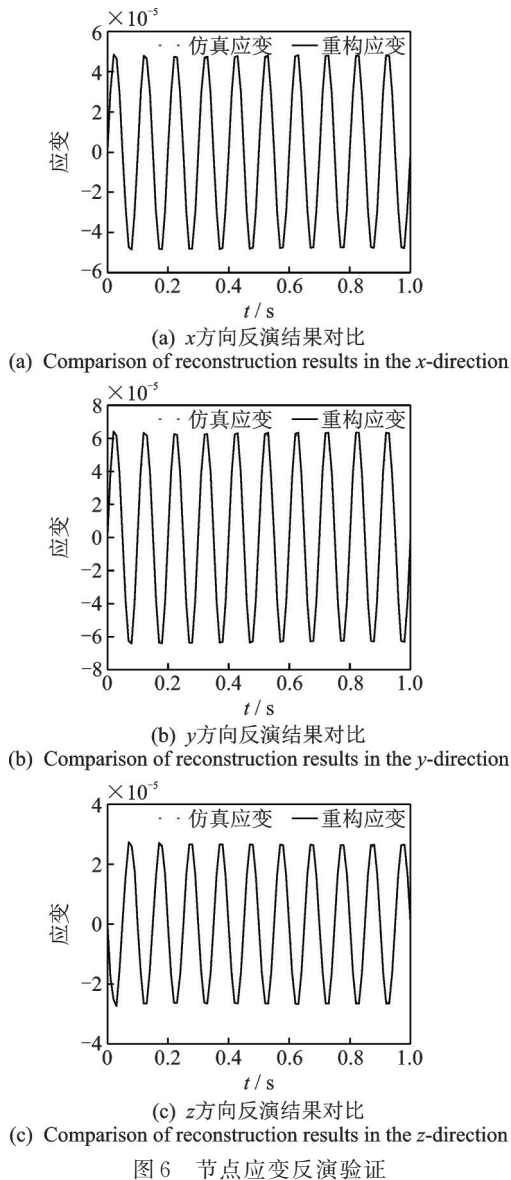


Fig.6 Node strain reconstruction verification

白噪声,采用正则化方法求解模态坐标。节点应变的反演均方误差如图7所示,由图可以看出:未采用正则化方法的均方误差明显高于正则化结果;对于x方向,二者最高相差265.49%;对于y方向,二者最高相差252.97%;对于z方向,二者最高相差265.89%。因此,将正则化方法用于全场应变反演,可以有效减少噪声干扰引起的反演误差,提高了识别鲁棒性。

3 试验验证

为了进一步验证笔者提出的应变场反演算法,采用大型液压作动器对横梁进行加载验证,横梁中部用螺栓固定工装以施加垂向载荷,两端进行固定约束,加载载荷均值为10 kN,幅值为10 kN,台架试

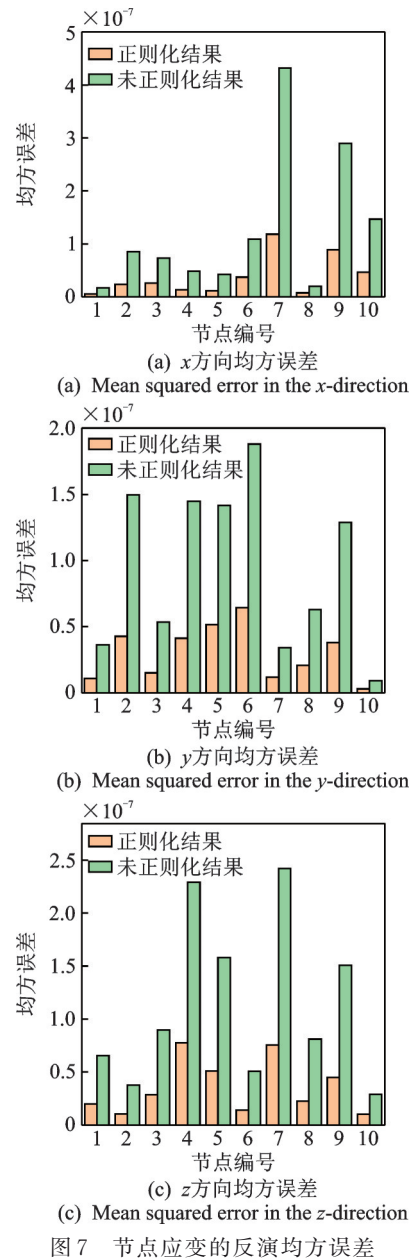


Fig.7 Reconstruction mean square error of node strain

验如图8所示。光纤光栅传感器采用环氧胶粘贴在横梁表面,用于反演的测点与仿真相同,同时另选择6个测点用于对比,对比测点方向为y方向,验证测点如图9所示。为保证测试精度,采用与横梁同材料的铝合金制成温度补偿片,补偿片不与横梁粘接,不会由于外力产生应变。每条光纤均额外串联一个光栅测量补偿片的温漂波长,以抵消温度变化对结果的影响。测试系统由多通道光纤光栅解调仪及笔记本电脑组成,试验采样频率为1 kHz,满足Nyquist采样定理。

基于模态坐标识别测点的实测应变逆求模态坐标,根据对比测点的应变模态振型反演应变。采用应变幅值及均值的相对误差评价反演精度,对比测

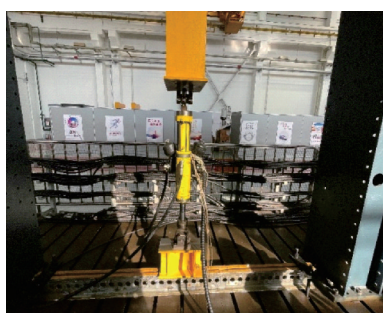


图8 台架试验

Fig.8 Bench test

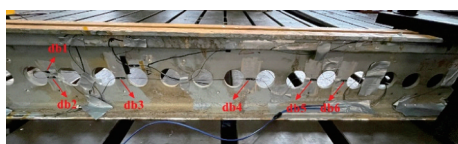


图9 验证测点

Fig.9 Verification measuring points

点的幅值和均值相对误差如图10所示。由图10可以看出:应变幅值最大反演误差为10.79%,出现在测点db5,最小反演误差为1.21%,出现在测点db6;应变均值最大反演误差为35.68%,出现在测点db5,最小反演误差为1.06%,出现在测点db6。总体而言,应变幅值的反演误差要低于应变均值的反演误差。此外,采用均方误差准则评价2种数据间的差异程度,结果如图11所示,可以看出,6个测点的均方误差在0.80~3.69个微应变之间。其中:db3

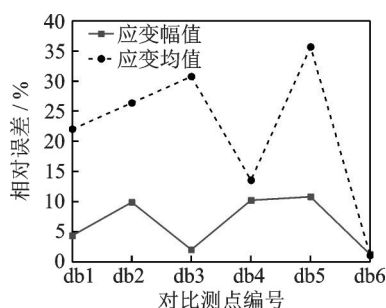


图10 相对误差

Fig.10 Relative error

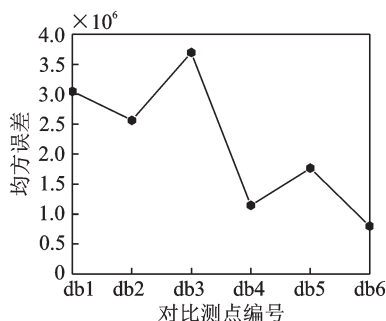


图11 均方误差

Fig.11 Mean square error

测点的均方误差最大,为3.69个微应变;db6的均方误差最小,为0.80个微应变。以上结果表明,采用本研究提出的算法可以在保证精度的前提下,通过部分测点的数据反演出结构全场应变。

从反演结果可以看出,反演应变和实测应变存在一定的偏差,其原因如下。

1) 传感器优化配置的输入为有限元应变模态振型,如果横梁的有限元参数如弹性模量、阻尼比及约束情况等与实际结构存在偏差,会导致有限元模态结果不准确,从而影响反演结果的精度。因此,在实际应用中,可事先采用试验模态方法获得结构真实的模态响应(如频率、振型等),对比验证有限元模型的有效性,或进一步根据模型修正方法对有限元模型进行修正,直至误差精度满足要求。

2) 传感器安装时存在胶粘液涂抹不均匀,可能导致应变传递效率分布不对称,且传感器位置很难保证与仿真节点完全重合,而位置上的偏差也会产生反演误差。另外,由于各测点误差水平不完全一致,以及反演过程的不适定性,导致各测点误差水平不同。

3) 有限元模态计算结果表明,孔边应变受高阶局部模态影响较大,而计算时并未选取全部模态进行叠加,模态截断会导致结果产生偏差^[17]。

因此,对有限元模型进行修正,保证传感器安装位置的精度,可提高反演准确度。

4 结 论

1) 针对高速动车组车体底架横梁结构,研究了一种基于模态叠加法和光纤光栅传感器的应变场反演方法。根据有限元应变模态优化传感器布局,搭建光纤光栅应变传感系统,采集应变数据识别模态坐标,反演结构应变场。

2) 有限元数值仿真结果表明,在无噪声干扰的条件下,节点重构最大误差为 9.87×10^{-12} ;有噪声干扰的条件下,采用正则化方法可以有效抑制噪声对反演的影响。

3) 实测数据结果表明,测点的反演误差均在工程可接受范围之内,其中应变幅值最大反演相对误差为10.79%,最小反演相对误差为1.21%,实测数据和反演数据的均方误差在0.80~3.69个微应变之间。

4) 本研究对象为铝合金横梁,具有各向同性的力学性质,而对于各向异性材料如复合材料,本研究方法的适用性需进一步验证。

参 考 文 献

- [1] 黄居坤. 空间结构热变形与应变场分布式光纤监测方法研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2019.
- [2] 邓敏强, 邓艾东, 朱静, 等. 基于模态叠加法的风电机组塔架实时状态研究[J]. 太阳能学报, 2021, 42(3): 63-70.
DENG Minqiang, DENG Aidong, ZHU Jing, et al. Research on real-time state of wind turbine tower based on modal superposition method[J]. Acta Energetica Sinica, 2021, 42(3): 63-70. (in Chinese)
- [3] 司亚文, 曾捷, 夏裕彬, 等. 机翼模型应变场分布式光纤监测与重构方法[J]. 振动、测试与诊断, 2020, 40(4): 800-806.
SI Yawen, ZENG Jie, XIA Yubin, et al. Monitoring and reconstruction of wing model strain field by distributed optical fiber[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2020, 40(4): 800-806. (in Chinese)
- [4] 胡伟钢, 刘志明, 王曦, 等. 基于实测应变的时域模态参与因子识别研究[J]. 铁道学报, 2018, 40(2): 45-51.
HU Weigang, LIU Zhiming, WANG Xi, et al. Time-domain identification method of modal participation factor based on measured strains[J]. Journal of the China Railway Society, 2018, 40(2): 45-51. (in Chinese)
- [5] CERRACCHIO P, GHERLONE M, TESSLER A. Real-time displacement monitoring of a composite stiffened panel subjected to mechanical and thermal loads[J]. Meccanica, 2015, 50(10): 2487-2496.
- [6] DERKEVORKIAN A, MASRI S F, ALVARENGA J, et al. Strain-based deformation shape-estimation algorithm for control and monitoring applications[J]. AIAA Journal, 2013, 51(9): 2231-2240.
- [7] YU M, GUO J J, LEE K M. A modal expansion method for displacement and strain field reconstruction of a thin-wall component during machining[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2018, 23(3): 1028-1037.
- [8] BAQERSAD J, NIEZRECKI C, AVITABILE P. Extracting full-field dynamic strain on a wind turbine rotor subjected to arbitrary excitations using 3D point tracking and a modal expansion technique[J]. Journal of Sound and Vibration, 2015, 352: 16-29.
- [9] 王永洪, 马加骁, 张明义, 等. 基于FBG传感技术的静压沉桩贯入特性测试研究[J]. 振动、测试与诊断, 2021, 41(5): 1014-1020.
WANG Yonghong, MA Jiaxiao, ZHANG Mingyi, et al. Testing study on penetration characteristics of jacked piles based on FBG sensing technology[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2021, 41(5): 1014-1020. (in Chinese)
- [10] WEBER S, KISSINGER T, CHEHURA E, et al. Application of fibre optic sensing systems to measure rotor blade structural dynamics[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 158: 107758.
- [11] 缪炳荣, 周凤, 陈翔宇, 等. 利用核函数和不同正则化方法的结构载荷识别混合技术研究[J]. 振动工程学报, 2018, 31(4): 553-560.
MIAO Bingrong, ZHOU Feng, CHEN Xiangyu, et al. Research of the structure load identification hybrid technology using kernel function and different regularization method[J]. Journal of Vibration Engineering, 2018, 31(4): 553-560. (in Chinese)
- [12] PAPADIMITRIOU C. Optimal sensor placement methodology for parametric identification of structural systems[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 278(4/5): 923-947.
- [13] PAPADIMITRIOU C, LOMBAERT G. The effect of prediction error correlation on optimal sensor placement in structural dynamics[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2012, 28: 105-127.
- [14] VINCENZI L, SIMONINI L. Influence of model errors in optimal sensor placement[J]. Journal of Sound and Vibration, 2017, 389: 119-133.
- [15] 裴雪扬. 考虑结构模态识别不确定性的传感器优化布置理论研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2020.
- [16] 张子璠, 李强, 刘汉文, 等. 基于信息熵的城轨车辆应变传感器优化布置[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2020, 41(3): 367-373, 412.
ZHANG Zifan, LI Qiang, LIU Hanwen, et al. Optimal placement of strain sensors for urban rail vehicles based on information entropy[J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2020, 41(3): 367-373, 412. (in Chinese)
- [17] 姜鑫. 基于模态坐标变换的分布载荷识别技术[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2016.



第一作者简介:王燕,女,1988年2月生,博士生、工程师。主要研究方向为轨道车辆结构强度及可靠性设计。曾发表《基于断裂力学的转向架构架制动吊座剩余寿命评价》(《失效分析与预防》2022年第17卷第2期)等论文。
E-mail:sfwangyan@cqsf.com

通信作者简介:张子璠,男,1992年2月生,博士、工程师。主要研究方向为结构健康监测及疲劳可靠性。
E-mail:14116349@bjtu.edu.cn