

变长度柔性提升系统动力学特性与减振研究*

郭瑜, 黄家海, 郝惠敏, 李晓东

(太原理工大学机械与运载工程学院 太原, 030024)

摘要 针对矿井提升机这类变长度柔性提升系统在外界激励和运动冲击作用下的异常振动问题,基于 Hamilton 原理建立提升系统纵向-横向-侧向非线性动力学模型对耦合振动开展研究。首先,在建模过程中将提升机摩擦轮纵向-横向-侧向变幅值波动视为钢丝绳上端的边界激励;其次,通过 Galerkin 法将边界激励作用下的偏微分方程离散为常微分方程组进行数值求解;最后,分析了加速度、加加速度和运动轨迹对系统动力学特性的影响,并基于标准逻辑函数对运动轨迹进行优化,以抑制系统运行过程中的冲击与振动。仿真与现场测试结果表明:耦合振动以纵向振动为主,且钢丝绳长度增加时系统对运动状态突变冲击更加敏感,更易激发剧烈的纵向振动;相较于传统 4 阶多项式轨迹,系统在提升工况下的纵向振动减小了 10.85%,最大动张力减小了 9.06%。

关键词 柔性传动系统;矿井提升机;耦合振动;减振

中图分类号 TH113.1;TD444

引言

变绳长柔性提升系统的典型应用是矿井提升机、电梯等,其以柔性钢丝绳为传动部件,运行过程中钢丝绳长度、质量及刚度等参数不断变化。随矿井开采深度不断增加,钢丝绳长度的变化导致提升系统的动力学响应更加复杂。由于提升钢丝绳的弹性效应,提升系统在加、减速或紧急制动时,钢丝绳会储存或释放能量产生动张力波动,引起提升容器剧烈振荡^[1],严重时致钢丝绳打滑和断裂^[2-3]。因此,柔性提升系统动力学分析及减振是该领域的重要研究方向。

Vladić 等^[4]建立了无限自由度纵向振动模型,发现刚度和阻尼等参数随提升容器位置的变化而变化,并由此产生复杂的动力学响应。Kaczmarczyk 等^[5-6]基于 Hamilton 原理建立了提升钢丝绳分布参数数学模型,研究了提升系统的瞬态非线性共振现象。Wang 等^[7]建立了考虑钢丝绳末端张力自动平衡装置的提升系统纵向振动模型,指出加速度突变和外部激励是造成系统振动的主要因素。Yao 等^[8-9]基于 Hamilton 原理建立了落地式摩擦矿井提升机横向和纵向动力学模型,研究了提升参数和外部激励对系统振动响应的影响。由于经典的假设模态法无法满足钢丝绳与提升容器连接处的复杂边界条

件,文献[10-11]提出一种一维结构系统的子结构法,用于提升系统动力学问题的求解。

由于振动可能导致提升系统动态失稳,因此减小振动以提高系统稳定性尤为重要。Bao 等^[12-13]基于 Leibnitz's 法则和 Hamilton 原理推导出电梯提升系统的纵向和横向振动控制方程,根据 Lyapunov 稳定性理论,设计了一种能够耗散系统振动能量的 Lyapunov 控制器。Nguyen 等^[14-15]基于 Lyapunov 方法提出了一种轴向平移弦系统的主动控制方案,可有效抑制系统横向和纵向振动。Li 等^[16]设计了一种基于平移正弦波的 S 形加速度曲线以控制加速度变化率,从而降低由运动本身激发的振动。Pridgen 等^[17]设计了一种多项式运动轨迹以抑制柔性系统的振动。

上述文献通常只考虑钢丝绳在单向激励扰动下沿钢丝绳轴向及水平方向的振动响应^[18],但在实际运行中,由于钢丝绳上端受摩擦轮偏摆及导轨不平整等因素的影响,其在纵向-横向-侧向均受到激励,从而使钢丝绳在 3 个方向均会发生振动,表现出复杂的非线性耦合动力学现象。此外,提升系统运动状态突变是柔性系统受到冲击产生剧烈振动的主要原因,尤其对于千米深井或超深井,上述因素的影响会更加突出。

笔者以变绳长柔性提升系统的典型装备——多

* 国家自然科学基金资助项目(51775362)

收稿日期:2021-05-22;修回日期:2021-10-10

绳摩擦提升机为研究对象,考虑摩擦轮和导轨对系统的干扰以及钢丝绳3个方向的振动,建立提升系统的纵向-横向-侧向耦合动力学模型,并通过 Galerkin 法对非线性偏微分方程进行离散化求解。结合数值仿真与现场测试,分析外界激励和运动冲击作用下变绳长提升系统的耦合振动机理,并设计相应的振动抑制方案。

1 耦合振动模型

摩擦提升机柔性提升系统简图如图1所示。瞬时长度为 $l_c(t)$ 的钢丝绳可视为分布参数部件,在运行过程中会发生纵向振动 $u(x, t)$, 并与沿卷筒径向的横向振动 $v(x, t)$ 和沿卷筒轴向的侧向振动 $w(x, t)$ 耦合。将提升容器和导轨视为集中参数部件,在提升容器与导轨之间采用阻尼器连接,以模拟导轨对提升系统的横向和侧向作用。以钢丝绳上端即钢丝绳与摩擦轮分离点为原点建立三维空间坐标系 $Oxyz$, 来描述提升绳在3个方向的振动响应。

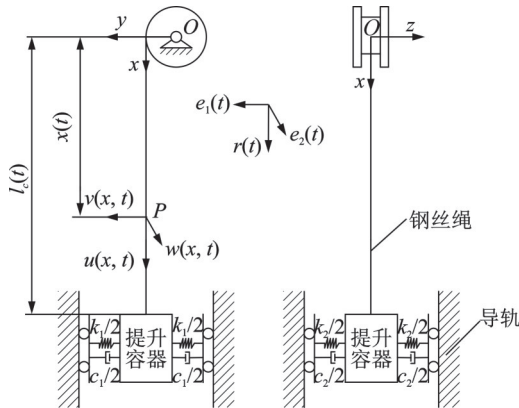


图1 摩擦提升机柔性提升系统简图

Fig.1 Schematic of the flexible lifting system

为了简化数学模型,建模中采用以下假设:

- 1) 钢丝绳具有均匀性和连续性,即钢丝绳弹性模量 E 、横截面积 A 和线密度 ρ 保持不变,且遵循虎克定律;
- 2) 摩擦轮、提升容器和导轨均为刚性体,忽略钢丝绳扭转运动;
- 3) 不考虑钢丝绳打滑,同时忽略井道中风流影响。

1.1 无外界激励下的变长度柔性提升系统运动方程

根据连续介质有限形变理论,绳上任一点 P 的位移和速度矢量表达式为

$$\begin{cases} \mathbf{R} = [x + u(x, t)]\mathbf{i} + v(x, t)\mathbf{j} + w(x, t)\mathbf{k} \\ (0 < x < l_c(t)) \\ \mathbf{V} = \left[V(t) + \frac{Du(x, t)}{Dt} \right]\mathbf{i} + \frac{Dv(x, t)}{Dt}\mathbf{j} + \frac{Dw(x, t)}{Dt}\mathbf{k} \\ (0 < x < l_c(t)) \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ 分别为沿 x, y, z 轴的单位矢量; $l_c(t)$ 为钢丝绳在预定输入下的时变长度; $V(t) = \dot{l}_c(t)$, 为提升系统运行速度; 上标“ \cdot ”表示对时间的全导数; D 为微分算子。

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V(t) \frac{\partial}{\partial x} \quad (2)$$

提升系统总动能为

$$E_k = \frac{1}{2} \rho \int_0^{l_c(t)} \mathbf{V} \mathbf{V} dx + \frac{1}{2} M \mathbf{V} \mathbf{V} \Big|_{x=l_c(t)} \quad (3)$$

其中: M 为提升容器的质量。

提升系统弹性势能为

$$E_e = \int_0^{l_c(t)} \left(T(x, t) \epsilon + \frac{1}{2} EA \epsilon^2 \right) dx + \frac{1}{2} k_1 v^2(l_c(t), t) + \frac{1}{2} k_2 w^2(l_c(t), t) \quad (4)$$

其中: k_1, k_2 分别为提升容器与导轨横向和侧向接触刚度; $T(x, t)$ 为提升钢丝绳在 P 点处准静态张力; ϵ 为轴向正应变^[19]。

$$T(x, t) = Mg + \rho g [l_c(t) - x(t)] \quad (5)$$

$$\epsilon = u_x + \frac{1}{2} v_x^2 + \frac{1}{2} w_x^2 \quad (6)$$

其中: g 为重力加速度; 下标 t, x 分别表示对时间和空间的偏导数。

为了书写方便,后续方程中将 $V(t), T(x, t), u(x, t), v(x, t)$ 和 $w(x, t)$ 分别简写为 V, T, u, v 和 w 。

提升系统重力势能为

$$E_g = - \int_0^{l_c(t)} \rho g u dx - M g u(l_c(t), t) \quad (7)$$

提升系统振动过程中阻尼耗散能为

$$\begin{aligned} \delta W = & \int_0^{l_c(t)} \left(\mu EA \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) \delta u - \lambda \frac{Dv}{Dt} \delta v - \lambda \frac{Dw}{Dt} \delta w \right) dx - \\ & c_1 \frac{Dv(l_c(t), t)}{Dt} - c_2 \frac{Dw(l_c(t), t)}{Dt} \end{aligned} \quad (8)$$

其中: μ, λ 分别为钢丝绳竖直和水平方向的阻尼系数; c_1, c_2 分别为提升容器与导轨横向和侧向接触阻尼。

将式(3)、式(4)、式(7)和式(8)代入 Hamilton 方程,得

$$\int_{l_1}^{l_2} \delta(E_k - E_e - E_g)dt + \int_{l_1}^{l_2} \delta W dt = 0 \quad (9)$$

通过分部积分和变分运算推导振动控制方程时,由于 $l_c(t)$ 为时变函数,需要使用变积分范围的 Leibnitz 定律^[12],可得系统在无激励状态下的自由振动控制方程为

$$\begin{cases} \rho(\dot{V} + \frac{D^2 u}{Dt^2}) - (T + EA\epsilon)_x - \rho g - \mu EA u_{xx} = 0 \\ \quad (0 < x < l_c(t)) \\ \rho \frac{D^2 v}{Dt^2} - [(T + EA\epsilon)v_x]_x + \lambda \frac{Dv}{Dt} = 0 \\ \quad (0 < x < l_c(t)) \\ \rho \frac{D^2 w}{Dt^2} - [(T + EA\epsilon)w_x]_x + \lambda \frac{Dw}{Dt} = 0 \\ \quad (0 < x < l_c(t)) \end{cases} \quad (10)$$

钢丝绳末端与提升容器连接处(即 $x=l_c(t)$)的边界条件为

$$\begin{cases} M(\dot{V} + \frac{D^2 u}{Dt^2}) + T + EA\epsilon - Mg = 0 \\ M \frac{D^2 v}{Dt^2} + (T + EA\epsilon)v_x + k_1 v + c_1 \frac{Dv}{Dt} = 0 \\ M \frac{D^2 w}{Dt^2} + (T + EA\epsilon)w_x + k_2 w + c_2 \frac{Dw}{Dt} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

水平方向振动会使钢丝绳产生轴向拉伸,继而影响纵向振动和动张力。钢丝绳各个位置的时变动张力^[1]为

$$S(x, t) = EA(1 + \mu \frac{\partial}{\partial t})\epsilon \quad (12)$$

1.2 外界激励下的变长度柔性提升系统运动方程

在实际运行中,电机输出扭矩和转速经由联轴器和减速器传递至摩擦轮,此过程由于设备安装或制造误差会产生振动。除了摩擦轮自身安装精度和误差导致的振动外,井塔结构振动及联轴器和减速器的振动也会传至摩擦轮,导致摩擦轮在各个方向上发生振动。文献[20]指出,在一个运行周期内,摩擦轮波动与运行速度相关,波动幅值随提升速度的增大而增大。考虑以上因素,将外界作用在摩擦轮上的激励简化为横向谐波激励 $e_h(t)$ 和侧向谐波激励 $e_g(t)$ 。

$$\begin{cases} e_h(t) = (A_h + \sigma_h V(t)) \sin(\omega_h t + \theta_h) \\ e_g(t) = (A_g + \sigma_g V(t)) \sin(\omega_g t + \theta_g) \end{cases} \quad (13)$$

其中: A_h, A_g 分别为摩擦轮横向和侧向波动幅值; σ_h, σ_g 分别为横向和侧向波动随速度变化系数; ω_h, ω_g 分别为横向和侧向谐波激励频率; θ_h, θ_g 分别为横向和侧向谐波激励初相位。

垂直方向激励源主要是摩擦轮旋转机构存在不平衡现象,或摩擦轮与直流电机的同轴度不佳,导致摩擦轮输出转速或力矩的波动、动不平衡及刚性导轨不平顺现象,从而在钢丝绳纵向产生激励 $r(t)$,则钢丝绳瞬时长度为 $l(t) = l_c(t) + r(t)$,其中 $l_c(t)$ 为系统未受干扰时的时变绳长。

$$r(t) = B_0 \sin(\omega_0 t + \theta_0) + \sum_{i=1}^m B_i \sin(2i\omega_e t + \theta_e) \quad (14)$$

其中:第1项为导轨不平顺产生的纵向激励; B_0 为激励幅值; ω_0, θ_0 分别为激励频率和初相位;第2项为电机扰动产生的谐波激励; m 为阶数; B_i 为激励幅值; ω_e, θ_e 分别为电机基频和初相位。

钢丝绳上端边界条件为

$$\begin{cases} v(0, t) = e_h(t) \\ w(0, t) = e_g(t) \end{cases} \quad (15)$$

将具有非齐次边界条件的控制方程齐次化,则横向和侧向振动位移 $v(x, t), w(x, t)$ 可表示为满足齐次边界的函数 $v_1(x, t), w_1(x, t)$ 和激励函数 $v_2(x, t), w_2(x, t)$ ^[21],即

$$\begin{cases} v(x, t) = v_1(x, t) + v_2(x, t) \\ w(x, t) = w_1(x, t) + w_2(x, t) \end{cases} \quad (16)$$

假设由摩擦轮产生的激励在提升容器处的变化量为0

$$\begin{cases} v_2(0, t) = e_h(t) \\ v_2(l, t) = 0 \\ w_2(0, t) = e_g(t) \\ w_2(l, t) = 0 \end{cases} \quad (17)$$

则满足式(16)的 $v_2(x, t), w_2(x, t)$ 可以表示为 x 的1阶多项式^[18]

$$\begin{cases} v_2(x, t) = e_h(t) [1 - x/l(t)] \\ w_2(x, t) = e_g(t) [1 - x/l(t)] \end{cases} \quad (18)$$

将式(16)、式(17)和式(18)代入式(10)和式(11),得到系统在外界激励作用下的耦合振动方程为

$$\left\{ \begin{aligned} &\rho(\dot{V} + u_{tt} + 2Vu_{xt} + V^2u_{xx} + \dot{V}u_x) - T_x - \\ &EA(u_{xx} + (v_{1,x} + v_{2,x})v_{1,xx} + (w_{1,x} + \\ &w_{2,x})w_{1,xx}) - \rho g - \mu EAu_{t,xx} = 0 \\ &(0 < x < l(t)) \\ &\rho(v_{1,tt} + 2Vv_{1,xt} + V^2v_{1,xx} + \dot{V}v_{1,x}) - T_x v_{1,x} - \\ &Tv_{1,xx} - EA(1.5v_{1,x}^2v_{1,xx} + 3v_{1,x}v_{1,xx}v_{2,x} + \\ &1.5v_{2,x}^2v_{1,xx} + v_{1,x}w_{1,x}w_{1,xx} + v_{2,x}w_{1,x}w_{1,xx} + \\ &v_{1,xx}\mu_x + v_{1,x}w_{2,x}w_{1,xx} + v_{2,x}w_{2,x}w_{1,xx} + \\ &0.5v_{1,xx}w_{1,x}^2 + v_{1,xx}w_{1,x}w_{2,x} + 0.5v_{1,xx}w_{2,x}^2 + \\ &v_{1,x}\mu_{xx} + v_{2,x}\mu_{xx}) + \lambda(v_{1,t} + Vv_{1,x}) = f_1(x, t), \\ &(0 < x < l(t)) \\ &\rho(w_{1,tt} + 2Vw_{1,xt} + V^2w_{1,xx} + \dot{V}w_{1,x}) - T_x w_{1,x} - \\ &Tw_{1,xx} - EA(1.5w_{1,x}^2w_{1,xx} + 3w_{1,x}w_{1,xx}w_{2,x} + \\ &1.5w_{2,x}^2w_{1,xx} + v_{1,x}v_{1,xx}w_{1,x} + v_{1,x}v_{1,xx}w_{2,x} + \\ &w_{1,xx}\mu_x + v_{2,x}v_{1,xx}w_{1,x} + v_{2,x}v_{1,xx}w_{2,x} + \\ &0.5v_{1,x}^2w_{1,xx} + v_{1,x}v_{2,x}w_{1,xx} + 0.5v_{2,x}^2w_{1,xx} + \\ &w_{1,x}\mu_{xx} + w_{2,x}\mu_{xx}) + \lambda(w_{1,t} + Vw_{1,x}) = f_2(x, t) \\ &(0 < x < l(t)) \end{aligned} \right. \quad (19)$$

其中: $f(x, t)$ 为使耦合振动方程齐次化的强迫项。

$$\left\{ \begin{aligned} &f_1(x, t) = -\rho(v_{2,tt} + 2Vv_{2,xt} + \dot{V}v_{2,x}) + \\ &T_x v_{2,x} + \lambda(v_{2,t} + Vv_{2,x}) \\ &f_2(x, t) = -\rho(w_{2,tt} + 2Vw_{2,xt} + \dot{V}w_{2,x}) + \\ &T_x w_{2,x} + \lambda(w_{2,t} + Vw_{2,x}) \end{aligned} \right. \quad (20)$$

假设由于导轨不平整在提升容器处产生的水平激励为 $s(t)$, 将其等效为外力, 通过弹簧和阻尼器作用于提升容器, 则钢丝绳末端的虚功^[22]为

$$\delta W = (k_1s(t) + c_1\dot{s}(t))\delta u(l(t), t) + (k_2s(t) + c_2\dot{s}(t))\delta v(l(t), t) \quad (21)$$

在提升容器 $x = l(t)$ 处的边界条件为

$$\left\{ \begin{aligned} &M(\dot{V} + u_{tt} + 2Vu_{xt} + V^2u_{xx} + \dot{V}u_x) + T + \\ &EA(u_x + \frac{1}{2}v_x^2 + \frac{1}{2}w_x^2) - Mg = 0 \\ &M(v_{tt} + 2Vv_{xt} + V^2v_{xx} + \dot{V}v_x) + Tv_x + \\ &EA(u_x + \frac{1}{2}v_x^2 + \frac{1}{2}w_x^2)v_x + k_1v + \\ &c_1\frac{Dv}{Dt} - k_1s(t) - c_1\dot{s}(t) = 0 \\ &M(w_{tt} + 2Vw_{xt} + V^2w_{xx} + \dot{V}w_x) + Tw_x + \\ &EA(u_x + \frac{1}{2}v_x^2 + \frac{1}{2}w_x^2)v_x + k_2w + \\ &c_2\frac{Dw}{Dt} - k_2s(t) - c_2\dot{s}(t) = 0 \end{aligned} \right. \quad (22)$$

1.3 空间离散

由于控制方程为非线性偏微分方程, 且许多参数为时变量, 因此无法获得精确解析解。运用 Galerkin 法将无限维的偏微分方程转化为有限维常微分方程, 进而获得方程数值解。引入一个无量纲变量 ξ 对方程进行归一化处理, 将 x 的时变空间域 $[0, l(t)]$ 转化为 ξ 的固定域 $[0, 1]$, 其中 $\xi = x/l(t)$, 则方程的解表示为

$$\left\{ \begin{aligned} &u(x, t) = \frac{1}{\sqrt{l(t)}} \sum_{k=1}^n p_k(t) \varphi_k(\xi) \\ &v_1(x, t) = \frac{1}{\sqrt{l(t)}} \sum_{k=1}^n q_k(t) \varphi_k(\xi) \\ &w_1(x, t) = \frac{1}{\sqrt{l(t)}} \sum_{k=1}^n r_k(t) \varphi_k(\xi) \end{aligned} \right. \quad (23)$$

其中: $p_k(t), q_k(t)$ 和 $r_k(t)$ 分别为钢丝绳横向、侧向和纵向的第 k 阶广义坐标; n 为模数; $\varphi_k(\xi)$ 为满足边界条件的第 k 阶振型函数。

$$\varphi_k(\xi) = \sqrt{2} \sin((k - 0.5)/\pi\xi) \quad (24)$$

将式(24)代入控制方程(19)和边界条件(22), 求出各振动位移对 t 和 x 的各阶偏导。通过 Galerkin 加权余量法, 可得

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{p} \\ \ddot{q} \\ \ddot{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} CP_1 \\ CP_2 \\ CP_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} \quad (25)$$

其中: p, q, r 均为广义坐标向量; $p = [p_1, p_2, \dots, p_n]^T$; $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$; $r = [r_1, r_2, \dots, r_n]^T$; M_1, M_2, M_3 分别为对应于 p, q, r 的时变质量矩阵; C_1, C_2, C_3 分别为时变阻尼矩阵; K_1, K_2, K_3 分别为时变刚度矩阵; CP_1, CP_2, CP_3 分别为广义坐标的耦合项; F_1, F_2, F_3 分别为广义力矩阵。

由于存在陀螺耦合项, 通过 4 阶 Galerkin 截断即可得到较为精确的结果^[23]。钢丝绳振动位移可表示为

$$\left\{ \begin{aligned} &u(x, t) = \frac{1}{\sqrt{l(t)}} \sum_{k=1}^4 p_k(t) \varphi_k(\xi) \\ &v(x, t) = \frac{1}{\sqrt{l(t)}} \sum_{k=1}^4 q_k(t) \varphi_k(\xi) + e_h(t) \left[1 - \frac{x}{l(t)} \right] \\ &w(x, t) = \frac{1}{\sqrt{l(t)}} \sum_{k=1}^4 r_k(t) \varphi_k(\xi) + e_g(t) \left[1 - \frac{x}{l(t)} \right] \end{aligned} \right. \quad (26)$$

2 数值仿真与试验验证

以某矿塔式摩擦提升机为例,对所建立的数学模型进行数值求解及验证。提升系统仿真输入曲线如图 2 所示。在 0~9 s,提升系统静止;9~20 s 为初加速阶段,加速到 0.4 m/s;30~40 s 为主加速阶段,加速到 8.23 m/s 并保持匀速运行;系统在 80~90 s 进行第 1 次减速,运行速度降到 0.4 m/s;在 100~101 s 进行第 2 次减速,运行速度降到 0.15 m/s;在 101~126 s 以 0.15 m/s 低速爬行,最后在 126 s 处停车制动。系统最大加速度为 1.305 m/s²。钢丝绳初始长度 l_0 和最大长度 L 分别为 15 m 和 445 m。通过微分和积分可以得到系统的位移和加速度曲线。

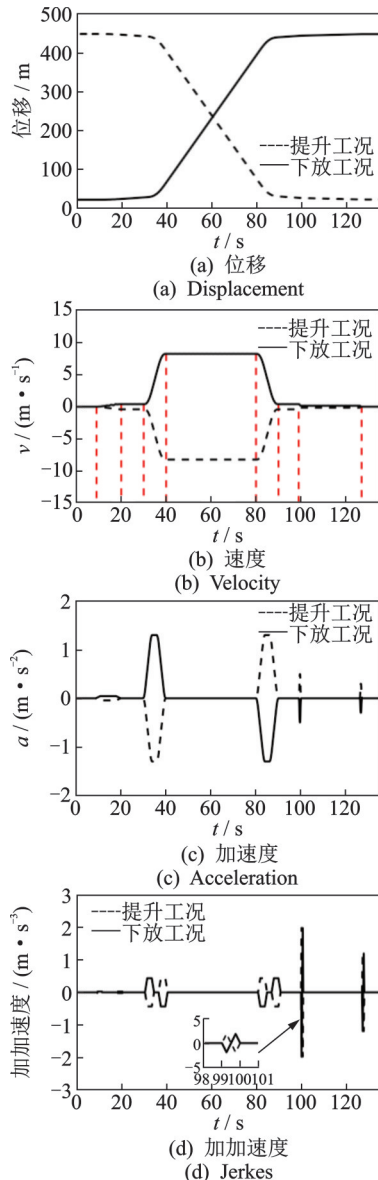


图 2 提升系统仿真输入曲线

Fig.2 Numerical simulation input curve of the lifting system

以式(13)、式(14)作为提升系统外界激励,假设 A_h, A_g 分别为 0.03 和 0.02; σ_h, σ_g 分别为 0.003 和 0.005; ω_h, ω_g 分别为 1 和 0.9;初相位均为 0。谐波激励输入曲线如图 3 所示。

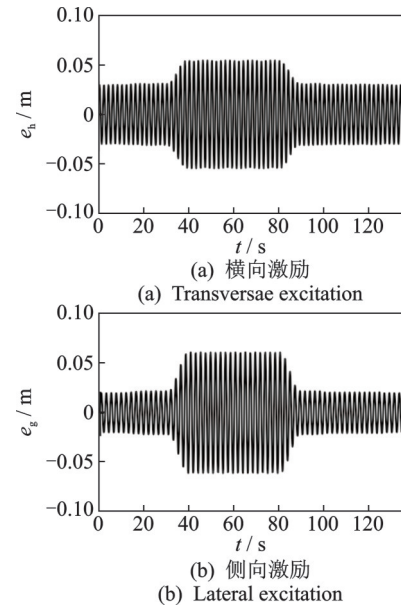


图 3 谐波激励输入曲线

Fig.3 Harmonic excitation input curve

纵向谐波激励为

$$r(t) = 0.03\sin(0.5\pi t) + \sum_{i=1}^3 5 \times 10^{-5} \sin(2 \times 0.75i\pi) \quad (27)$$

导轨不平整作用于提升容器的激励为 $s(t) = 0.001\sin(1.2\pi t)$ 。提升系统基本参数如表 1 所示。

表 1 提升系统基本参数

Tab.1 Basic parameters of hoisting system

参数名称	数值
提升绳线密度/(kg·m ⁻¹)	5.024
罐笼质量/kg	5 330
弹性模量/GPa	8.2
钢丝绳直径/mm	36
钢丝绳纵向阻尼 μ	3×10^{-3}
钢丝绳横向阻尼 λ	2
提升容器与导轨横向接触刚度 k_1	3×10^4
提升容器与导轨横向接触阻尼 c_1	10
提升容器与导轨侧向接触刚度 k_2	1.5×10^4
提升容器与导轨侧向接触阻尼 c_2	5

2.1 提升系统振动响应仿真分析

以上述运动曲线和外界激励作为耦合振动控制

方程的输入量,运用 Matlab 软件和 Runge-Kutta 法对离散后的常微分方程组进行数值求解。提升和下放工况下系统振动响应分别如图 4,5 所示。

由图 4 可见:系统在提升工况下的纵向振动加速度幅值远大于横向振动和侧向振动,因此耦合振动以纵向振动为主,且振动加速度大小与运行速度和运动状态存在明显相关性;提升工况下随着钢丝绳长度变短,耦合振动频率明显增加;系统在 30~40 s 主加速阶段时,耦合振动幅值明显增加,纵向振动加速度在 40 s 处即加速阶段末期达到最大峰值 $\pm 0.212 \text{ m/s}^2$;系统在 40~80 s 阶段以最大速度运行时,钢丝绳横向和侧向振动加速度幅值较大,这是因为钢丝绳上端的摩擦轮激励在此阶段达到最大,从而导致钢丝绳横向和侧向振动更加剧烈;在 100 s 第 2 次减速和 126 s 制动时,系统会受到冲击振动,加速度幅值明显增大,随后在内部阻尼作用下以纵向加速度为 0 的平衡点作阻尼衰减振荡直至完全停止。

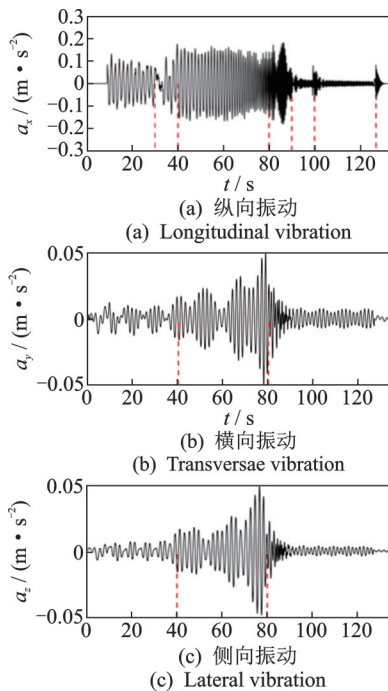


图 4 提升工况下系统振动响应

Fig.4 The vibration responses during upward movement of the system

由图 5 可见:提升容器下放工况的振动响应与提升工况类似,耦合振动以纵向振动为主,当提升系统以最大速度运行时,横向和侧向振动较为剧烈;系统在 30~40 s 主加速阶段的纵向振动幅值远小于提升工况,并很快衰减;在 80~90 s 主减速阶段纵向振动加速度达到 $\pm 0.215 \text{ m/s}^2$;在 100 s 第 2 次减速和

126 s 制动时,系统受减速制动冲击产生的振动加速度幅值明显大于提升工况,且前者阻尼衰减速率更慢,这是因为钢丝绳长度较长时瞬时刚度更小,阻尼衰减率较小。

提升容器在提升工况下的主加速阶段和下放工况下的主减速阶段靠近井底,钢丝绳长度较长,加(减)速时均发生剧烈振动。此外,提升制动工况下的提升容器惯性力方向与重力加速度方向相反,在制动过程中将消耗更多的能量,导致振动衰减更快。

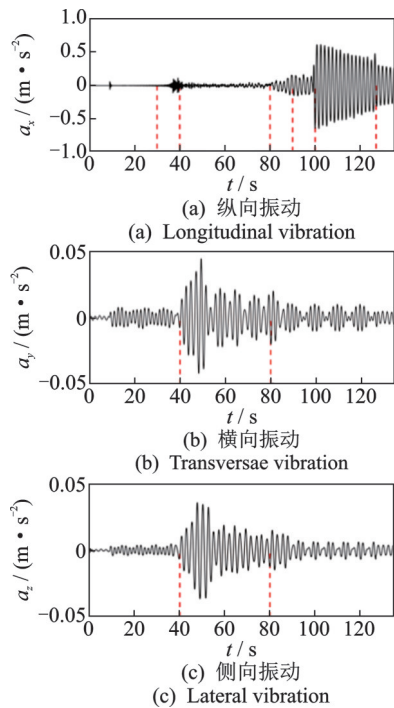


图 5 下放工况下系统振动响应

Fig.5 The vibration responses during downward movement of the system

当提升容器提升至距离摩擦轮 15,115 和 215 m 时实施制动。系统制动后纵向振动对比如图 6 所示。可以发现,钢丝绳瞬时长度越大,制动产生的振动加速度幅值更大,且阻尼衰减速率更慢。这是因为钢丝绳弹性和提升容器惯性的影响,使系统运动状态的突变作为一种内部激励影响系统振动特性。

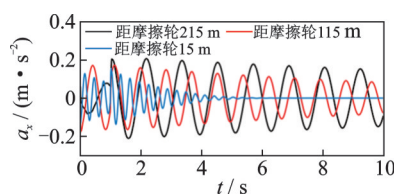


图 6 系统制动后纵向振动对比

Fig.6 Comparison of longitudinal vibration after braking

钢丝绳越长,系统对运动状态突变产生的冲击激励越敏感,更易激发剧烈的纵向振动,且振动衰减更慢,系统需要更长时间恢复稳态。

2.2 数学模型验证

以某矿JKM-3.5X6Z(Ⅲ)型塔式摩擦提升机为测试对象,测试系统组成及传感器布置如图7所示。该提升机采用直流电机直接驱动摩擦轮的传动方案,直流电机与摩擦轮之间无减速器,测试过程中电机转速范围为0~45 r/min,摩擦轮在启动和停止阶段需要制动闸和直流电机的协调动作。将KISTLER 8795A50型可变电容式三轴加速度传感器置于提升容器底部,其主要参数如下:测量范围为±50 g;分辨率为0.001 g;灵敏度为100 mV/g;谐振频率为20 kHz;±5%频率响应为1~4 kHz;时间常数为0.5 s;横向灵敏度小于等于1.5%;线性度范围为±1%。振动信号经耦合器放大后由NI USB-6343数据采集卡(采样频率为100 Hz)传送到PC中。测试提升机基本参数如表2所示。

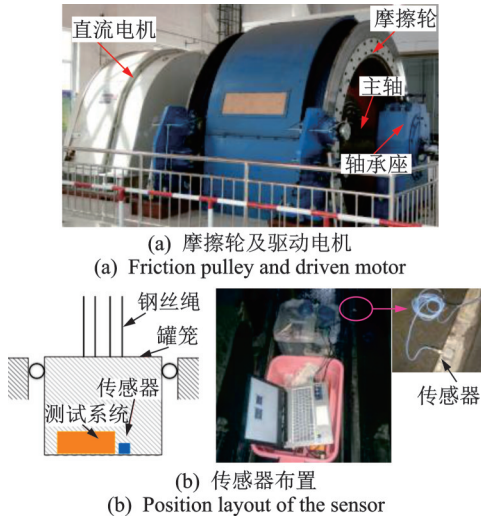


图7 测试系统组成及传感器布置

将提升工况下的罐笼振动测试结果与仿真结果进行对比,仿真与测试曲线对比如图8所示。可见,振动特性基本一致,提升系统以纵向振动为主,振动加速度大小与运行速度和运动状态存在明显相关性,减速制动时存在明显的冲击与振动现象。由于理论模型采用了一些假设,致使仿真曲线与试验测试曲线存在一定的误差。例如,将外界激励假设为谐波激励,难以准确表述实际情况中摩擦轮的复杂激励,导致仿真结果中匀速阶段钢丝绳的振动均小于测试值。

表2 测试提升机基本参数
Tab.2 Basic parameters of the tested hoist

参数名称	数值
摩擦轮直径/m	3.5
导向轮直径/m	3.5
钢丝绳最大静张力/kN	667
钢丝绳最大静张力差/kN	133
机器质量(不含电器)/kg	85 452
钢丝绳直径/mm	36
钢丝绳根数	6
直流电动机功率/kW	1 250
电机最大转速/(r·min ⁻¹)	45
罐笼自重/kg	27 000
主罐笼外形尺寸/mm	6 990×2 266×5 615
副罐笼外形尺寸/mm	5 790×1 516×5 615
井筒深度/m	440

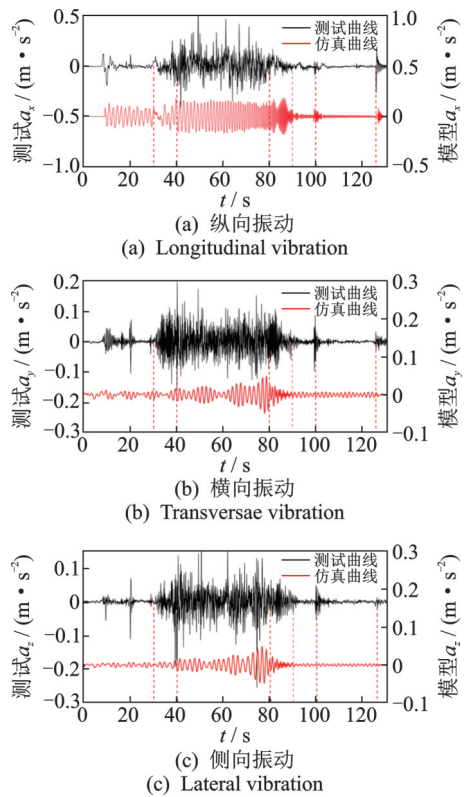


图8 仿真与测试曲线对比

纵向振动仿真与测试幅频特性如图9所示。图9(a)为仿真纵向振动曲线快速傅里叶变换结果,前3阶振动频率分别为0.6, 2.266和0.259 Hz。其中:频率为0.259 Hz、幅值为0.008 3 m/s²的峰值由导轨不平顺纵向激励扰动所产生;频率为0.6 Hz、幅值为0.017 5 m/s²的峰值由系统自振所产生。由于系统运行中钢丝绳长度不断变化,致使自振频率发

生偏移,1.511 Hz和2.266 Hz的峰值由摩擦轮扰动所产生。

对实测纵向振动曲线进行快速傅里叶变换,如图9(b)所示。提升系统振动频率主要分布在低频段,前3阶振动频率分别为0.259,0.221和0.092 Hz。由于现场测试环境更复杂,系统受到更多种激励导致被测振动频率在7 Hz内具有多个峰值。其中:摩擦提升机在启动初期(0.092 Hz),电机输出力矩不够大,为防止发生“溜车”安全事故,制动闸没有完全脱开,当摩擦轮速度达到一定值时,制动闸完全脱开,导致摩擦轮存在一个瞬时加速,从而对系统产生激励;0.221 Hz是由于导轨之间接缝激励扰动产生的频率;0.259 Hz是系统的自振频率,由于仿真未考虑实际运行中尾绳长度的时变,且提升容器由多根钢丝绳牵引,因此仿真与测试自振频率存在一定差异;1.43 Hz和2.29 Hz为电机最高转速的2倍频和3倍频,电机最高转速时,基频为0.75 Hz,受电机输出转速不稳定以及摩擦轮偏摆的影响,仿真与测试的纵向均会发生该振动现象。

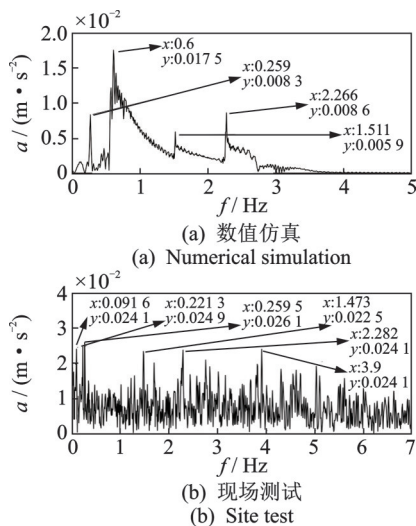


图9 纵向振动仿真与测试幅频特性

Fig.9 Longitudinal vibration simulation and testing of amplitude-frequency characteristics

图10为纵向振动测试时频图。在40~80 s系统以最大速度匀速运行阶段,出现了0~7 Hz的频段带,说明在高速运行阶段,提升机更容易受外界因素的干扰而产生异常振动。

上述结果表明,数学模型和现场测试在提升系统受运动冲击及外界激励扰动时产生相似的振动现象,因此数学模型可以预测出提升系统的关键振动特性。

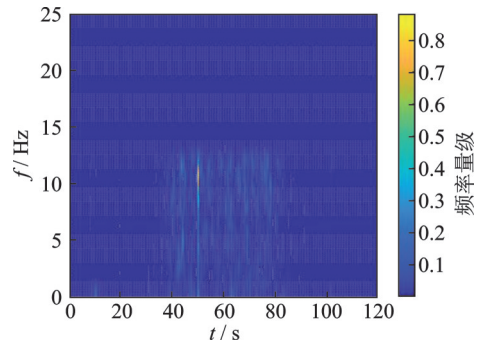


图10 纵向振动测试时频图

Fig.10 Time-frequency spectrum of longitudinal vibration test

3 轨迹优化及减振

提升系统运行过程中,钢丝绳耦合振动以纵向振动为主,且运动状态突变作为一种内部激励,会激发剧烈的纵向振动和动张力波动。为研究内部激励对系统动态特性的影响,基于理论模型,运用控制变量法分析运行加速度、加加速度和运动轨迹对钢丝绳动力学特性的影响,提出一种易于实现的轨迹优化方法,对系统运动曲线进行优化以抑制冲击和振动。

3.1 运行参数的影响

不同运行参数下系统的动态响应如图11所示。图11(a)为提升系统运行过程中加速度分别为1.2,1.5和2 m/s²时的动态响应。随着加速度增大,钢丝绳纵向振动和动张力幅值明显增加。不同加速度加速到最大速度所需时间不同,但在加速度突变处纵向振动加速度和动张力峰值均明显增大,并在随后时间逐渐衰减。因此,加速度突变是系统受到冲击激励的主要原因,且更高的加速度会产生更大的激励力。

图11(b)为加加速度分别为1.2,1.5和2 m/s³时系统的动态响应。当最大加速度一致时,随着加加速度的增加,钢丝绳纵向振动幅值明显增加,而最大动张力不变。因此,减小加加速度即减小加速度变化率,可以减小系统纵向振动,对动张力影响较小。但是,减小加加速度会使系统加速到最大速度的时间明显增加,影响了系统效率,因此难以通过减小加加速度的方法实现减振。

图11(c)分别为2阶、3阶和4阶多项式规划的运动轨迹对提升系统动态响应的影响。采用2阶多项式规划的加速度曲线可见明显的尖锐点,而4阶

多项式规划的加速度曲线更加平滑。当最大加速度和加加速度一致时,更平滑的运动轨迹可以实现加速度的平稳过渡,进而有效减小系统加速度突变激发的纵向振动和动张力波动。

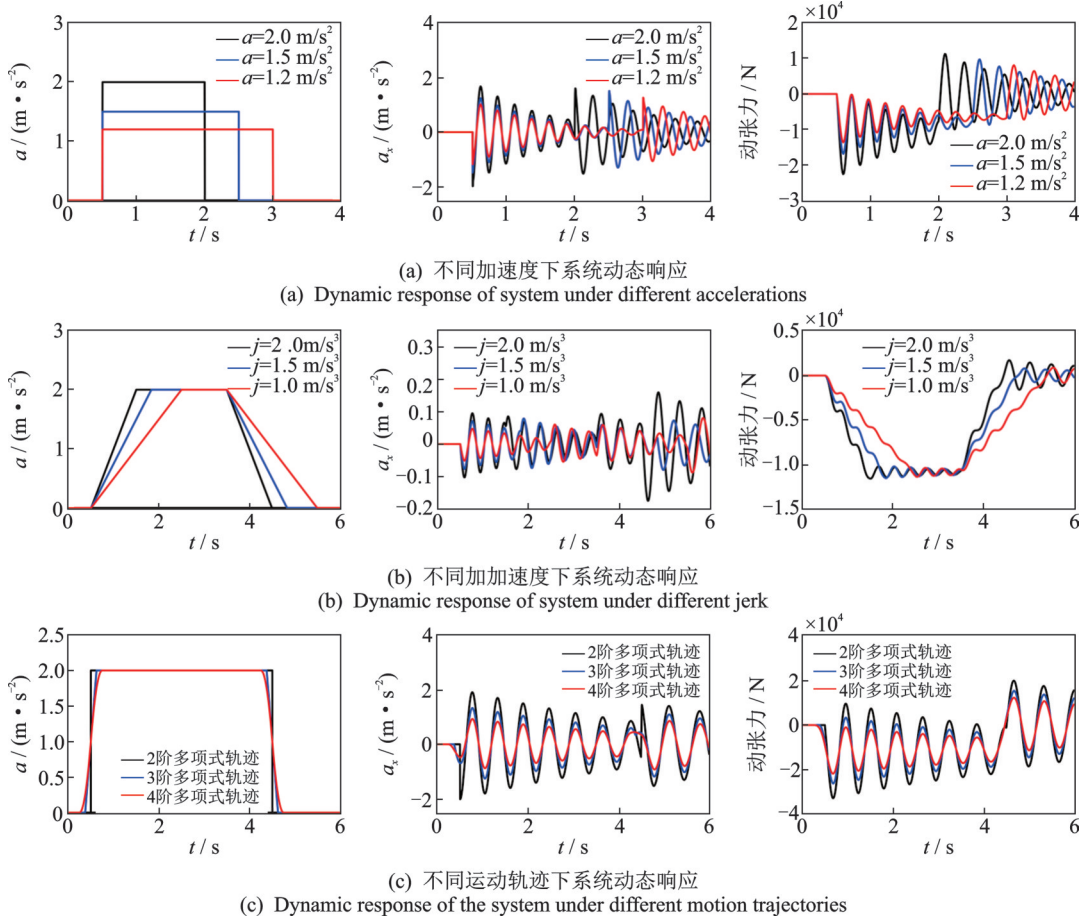


图 11 不同运行参数下系统的动态响应

Fig.11 dynamic response of the system under different operating parameters

3.2 轨迹优化

增强轨迹平滑度可以有效抑制提升系统运行过程中的突变冲击,达到减小振动和动张力波动的目的。传统的运动控制系统通常采用高阶多项式函数规划运动曲线,通过增加模型阶数以得到更平滑的运动曲线,但增加阶数会极大增加计算的复杂性。因此,基于标准逻辑函数设计一种易于实现的轨迹规划方案,在增加运动曲线平滑度的同时使计算量更小^[24]。控制方程为

$$f(x) = \frac{1}{e^{-x} + 1} \quad (28)$$

由于该函数连续光滑,在正负无穷趋近水平,可利用该函数设计连续的加加速度曲线。假设最大加加速度为 J_{max} ,可定义一个加速或减速阶段内的加加速度曲线为

$$j(t) = \begin{cases} J_{max} \frac{e^{r(\tau_i - T_i/2)}}{e^{r(\tau_i - T_i/2)} + 1} & (t_0 < t < t_1) \\ J_{max} \left(1 - \frac{e^{r(\tau_i - T_i/2)}}{e^{r(\tau_i - T_i/2)} + 1} \right) & (t_1 < t < t_2) \\ 0 & (t_2 < t < t_3) \\ -J_{max} \frac{e^{r(\tau_i - T_i/2)}}{e^{r(\tau_i - T_i/2)} + 1} & (t_3 < t < t_4) \\ -J_{max} \left(1 - \frac{e^{r(\tau_i - T_i/2)}}{e^{r(\tau_i - T_i/2)} + 1} \right) & (t_4 < t < t_5) \end{cases} \quad (29)$$

其中: r 为控制方程变化率的常系数; $t_i(i=0,1,\dots,7)$ 为各个轨迹段的时间边界; $\tau_i=t-t_{i-1}$, $T_i=t_i-t_{i-1}$ 分别为区间 $[t_{i-1},t_i]$ 内的时间变量和区间总长。

加加速度曲线的形状由最大加加速度和各个轨迹段的时间区间确定。不同方程设计的加加速度曲线如图 12 所示。当 $r=16$ 时,通过式 (29) 设计的加加速度曲线见图 12(a)。相较于图 12(b) 所示的 4 阶

多项式规划的运动轨迹在1个加(减)速阶段需要7个轨迹段,由标准逻辑函数设计的加加速度曲线仅需要5个轨迹段,但加加速度连续性更好,有效增加了运动轨迹的平滑性。

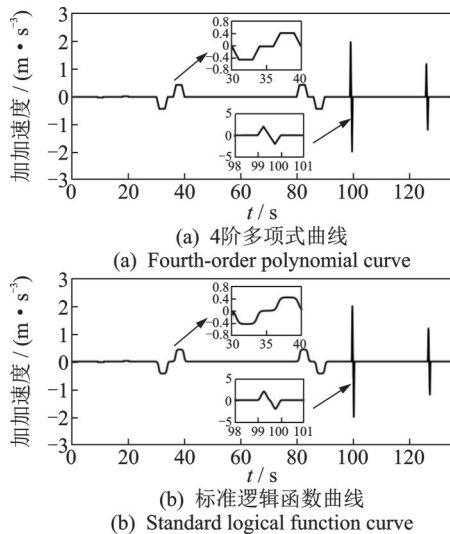


图12 不同方程设计的加加速度曲线

Fig.12 Acceleration curves for different equations

两种输入曲线下的系统动力学响应对比见图13。两者加加速度曲线仅在拐角处有差异,纵向振动的变化趋势基本相同。4阶多项式轨迹下系统的纵向振动峰值为 0.212 m/s^2 ,最大动张力为 8102 N ;逻辑函数轨迹下系统的纵向振动峰值为 0.189 m/s^2 ,最大动张力为 7368 N 。纵向振动减小了 10.85% ,最大动张力减小了 9.06% 。因此,通过标准逻辑函数设计的运动曲线可以在降低计算复杂性并保持或略微增加运行时间段的前提下,有效抑制系统运动

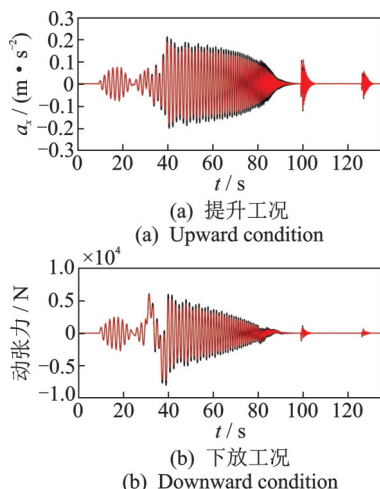


图13 两种输入曲线下的系统动力学响应对比

Fig.13 Comparison of system dynamic responses under two input curves

状态突变产生的冲击,减小纵向振动和动张力波动,系统更容易恢复稳态。

4 结论

1) 针对采用柔性钢丝绳传动的大型装备在外界激励和运动冲击作用下的振动问题,建立了变长度柔性提升系统横向-侧向-纵向多源耦合动力学模型,该模型考虑了钢丝绳与摩擦轮、提升容器与导轨的相互作用,并将摩擦轮横向-侧向-纵向变幅值波动视为系统边界激励。试验测试结果表明,该模型能够预测出柔性提升系统的主要振动特性。

2) 纵向振动是变长度柔性提升系统的主要振动分量,且纵向振动加速度幅值与运行速度和运动状态存在密切相关性。受钢丝绳弹性和提升系统惯性的影响,运动状态突变作为一种内部激励将影响系统的纵向振动响应。提升系统的被测振动频率主要分布在小于 7 Hz 的低频段,由于钢丝绳绳长不断变化,致使系统固有频率发生偏移。受多种外界激励影响,钢丝绳纵向振动的幅频特性曲线具有多个峰值。

3) 设计了一种基于标准逻辑函数的变长度柔性提升系统运动轨迹规划方案,以提升系统运动的平稳性。与传统的4阶多项式轨迹相比,所设计方案可使系统在提升工况下的纵向振动减小 10.85% ,最大动张力减小 9.06% ,有效抑制了系统运动冲击导致的异常振动和动张力波动。

参 考 文 献

- [1] 李玉瑾.多绳摩擦轮提升系统的动力学研究与设计[J].煤炭工程,2003(9):6-9.
LI Yujin. Dynamic study and design of the multi-rope friction hoist system[J]. Coal Engineering, 2003(9): 6-9. (in Chinese)
- [2] GUO Y B, ZHANG D K, CHEN K, et al. Longitudinal dynamic characteristics of steel wire rope in a friction hoisting system and its coupling effect with friction transmission[J]. Tribology International, 2018, 119: 731-743.
- [3] GUO Y B, ZHANG D K, YANG X, et al. Experimental research on effect of wire rope transverse vibration on friction transmission stability in a friction hoisting system[J]. Tribology International, 2017, 115: 233-245.
- [4] VLADIĆ J, JOVANOVIĆ M, ĐOKIĆ R, et al. Theoretical and experimental analysis of mine elevator

- dynamic characteristics [J]. *Tehnički Vjesnik*, 2015, 22(4): 1011-1020.
- [5] KACZMARCZYK S, OSTACHOWICZ W. Transient vibration phenomena in deep mine hoisting cables—part 1: mathematical model [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 262(2): 219-244.
- [6] KACZMARCZYK S, OSTACHOWICZ W. Transient vibration phenomena in deep mine hoisting cables—part 2: numerical simulation of the dynamic response [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 262(2): 245-289.
- [7] WANG Y D, CAO G H, ZHU Z C, et al. Longitudinal response of parallel hoisting system with time-varying rope length[J]. *Journal of Vibroengineering*, 2014, 16(8): 4088-4101.
- [8] YAO J N, XIAO X M. Effect of hoisting load on transverse vibrations of hoisting catenaries in floor type multi-rope friction mine hoists[J]. *Shock and Vibration*, 2016(3):1-15.
- [9] YAO J N, DENG Y, XIAO X M. Optimization of hoisting parameters in a multi-rope friction mine hoist based on the multi-source coupled vibration characteristics of hoisting catenaries[J]. *Advances in Mechanical Engineering*, 2017, 9(3): 1-14.
- [10] ZHU W D, REN H. An accurate spatial discretization and substructure method with application to moving elevator cable-car systems—part I: methodology[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2013, 135(5): 051036.
- [11] REN H, ZHU W D. An accurate spatial discretization and substructure method with application to moving elevator cable-car systems—part II: application[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2013, 135(5): 051037.
- [12] BAO J H, ZHANG P, ZHU C M, et al. Nonlinear vibration analysis of flexible hoisting rope with time-varying length [J]. *International Journal of Acoustics and Vibration*, 2015, 20(3): 160-170.
- [13] BAO J H, ZHANG P, ZHU C M. Modeling and control of longitudinal vibration on flexible hoisting systems with time-varying length[J]. *Procedia Engineering*, 2011, 15: 4521-4526.
- [14] NGUYEN Q C, HONG K S. Asymptotic stabilization of a nonlinear axially moving string by adaptive boundary control[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2010, 329(22): 4588-4603.
- [15] NGUYEN Q C, HONG K S. Simultaneous control of longitudinal and transverse vibrations of an axially moving string with velocity tracking[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2012, 331(13): 3006-3019.
- [16] LI H Z, LE M D, GONG Z M, et al. Motion profile design to reduce residual vibration of high-speed positioning stages [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2009, 14(2): 264-269.
- [17] PRIDGEN B, SINGBOSE W. Comparison of polynomial cam profiles and input shaping for driving flexible systems [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2012, 134(12):1-7.
- [18] WANG J J, CAO G H, ZHU Z C, et al. Lateral response of cable-guided hoisting system with time-varying length: theoretical model and dynamics simulation verification[J]. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 2015, 229(16): 2908-2920.
- [19] KURMYSHEV E V. Transverse and longitudinal mode coupling in a free vibrating soft string[J]. *Physics Letters A*, 2003, 310(2/3): 148-160.
- [20] 温鹏. 多绳摩擦提升系统钢丝绳横向振动研究[J]. *煤*, 2017, 26(3): 52-54.
WEN Peng. Research on transverse vibration of steel wire rope in multi-rope friction lifting system[J]. *Coal*, 2017, 26(3): 52-54.(in Chinese)
- [21] ZHU W D, CHEN Y. Forced response of translating media with variable length and tension: application to high-speed elevators[J]. *Journal of Multi-body Dynamics*, 2005, 219(1): 35-53.
- [22] 包继虎. 高速电梯提升系统动力学建模及振动控制方法研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2014.
- [23] CHEN L Q, WU J, ZU J W. Asymptotic nonlinear behaviors in transverse vibration of an axially accelerating viscoelastic string[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2004, 35(4): 347-360.
- [24] FANG Y, HU J, LIU W, et al. Smooth and time-optimal S-curve trajectory planning for automated robots and machines[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2019, 137: 127-153.



第一作者简介:郭瑜,男,1995年10月生,硕士。主要研究方向为机械动力学。

E-mail:g7874016@163.com

通信作者简介:黄家海,男,1979年5月生,博士,教授、博士生导师。主要研究方向为机械动力学。

E-mail:huangjiahai@tyut.edu.cn