

# 电液振动台加速度时域波形自适应控制策略\*

汤裕, 朱真才, 沈刚, 刘韩, 凌疆语

(中国矿业大学机电工程学院 徐州, 221116)

**摘要** 针对电液振动台加速度时域波形复现精度低的问题,提出了一种基于内环前馈逆补偿和外环非线性滤波的在线自适应控制策略。首先,构建了电液振动台伺服驱动机构模型,采用三状态控制策略获得了初步加速度控制性能;其次,基于多新息遗忘梯度算法辨识了三状态控制下系统参数化模型,利用零幅值跟踪技术构建了内环前馈逆补偿策略,拓展了系统频宽,降低了相位滞后误差;然后,引入了外环非线性Volterra自适应滤波算法,抑制了电液振动台模型参数偏差、非线性动态特性和不确定性扰动的影响;最后,在搭建的水平单轴电液振动台上开展了时域波形复现对比实验。结果表明,提出的自适应控制策略与传统策略相比具有更优越的加速度时域波形复现精度。

**关键词** 电液振动台;三状态控制;前馈逆控制;自适应控制;波形复现

**中图分类号** TH137;TP271

## 引言

电液振动台作为一种检测和提高装备可靠性的重要手段,主要用于考核振动环境下被试件结构和力学性能,广泛应用于航空、航天、兵器、船舶、车辆及建筑等领域<sup>[1-2]</sup>。电液振动台控制的主要目的之一是在振动台面上精确复现预设的时域加速度波形信号。不同于成熟的电液位置伺服控制系统,电液振动台加速度控制存在着波形失真度大、控制器运算量大及实时性差等问题,这些问题严重制约了电液振动台工作性能的提升。

为了提升加速度时域波形控制精度,在传统三状态控制策略的基础上,国内外学者相继提出了离线迭代控制<sup>[3-4]</sup>、前馈补偿控制<sup>[5]</sup>、自适应逆控制<sup>[6-7]</sup>等策略,在一定程度上提高了加速度波形跟踪性能。为了进一步克服现有控制策略中存在的问题,Tian等<sup>[8]</sup>通过传统离线迭代控制中引入频率分割策略,提高了电液振动台加速度波形控制精度和控制频率范围。Lu等<sup>[9]</sup>通过在系统频率特性中引入傅里叶振幅变量来描述模型非线性,构建了电液振动台变参数前馈控制策略。Najafi等<sup>[10]</sup>在传统前馈逆控制的基础上增加了一个反馈控制通道,并给出了电液振动台加速度控制策略的稳定性条件。Soleymani等<sup>[11]</sup>针对电液振动台控制中存在的变负载问

题,设计了一种模糊滑模监督控制策略以提高加速度跟踪精度。范大莽等<sup>[12]</sup>考虑伺服阀零偏特性,构建了模型参考滑模控制策略,实现了干扰力抑制与伺服阀零偏补偿。尽管上述控制策略有效提高了加速度跟踪精度,但受限于电液加速度系统固有的液压阀死区、球铰间隙、运动摩擦及连接刚度等非线性因素,电液振动台加速度控制性能仍存在较大提升空间。

笔者针对当前电液振动台加速度时域波形复现精度低的问题,在建立电液振动台伺服驱动机构模型的基础上,内环采用离线设计的前馈逆模型拓展电液振动台系统频宽和降低相位滞后误差,外环采用非线性Volterra自适应滤波算法应对系统非线性动态特性和不确定扰动影响,提高加速度时域波形跟踪控制精度。

## 1 电液振动台伺服驱动机构模型

笔者以图1所示的水平单轴电液振动台结构为例,开展电液振动台加速度时域波形复现控制策略研究。其原理主要是通过电液伺服阀控制静压支撑液压缸动作,进而推动振动台面在直线导轨上往复运动,同时通过传感器在线实时监测液压缸位移和振动台面加速度信号,采用闭环控制方式在振动台面上复现期望的加速度波形。

\* 国家自然科学基金资助项目(52175068, 51805532);江苏高校优势学科建设工程资助项目(PAPD)

收稿日期:2022-10-04;修回日期:2022-11-26

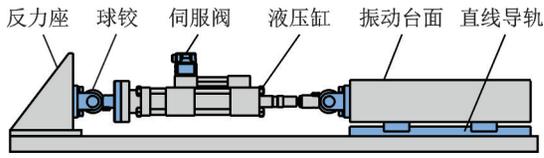


图 1 水平单轴电液振动台结构

Fig.1 Structure of the uniaxial electro-hydraulic shake table

作为电液振动台的执行元件,伺服驱动机构直接影响着电液振动台时域波形复现精度。电液振动台设计中振动台面、反力座、连接球铰等机械结构应具有刚度高和变形量小的特点,其固有频率应远大于振动台工作频率范围,同时机械连接间不存在间隙现象,在这种假设条件下电液振动台伺服驱动机构可以抽象成典型的阀控对称缸系统。伺服驱动机构示意图如图 2 所示。

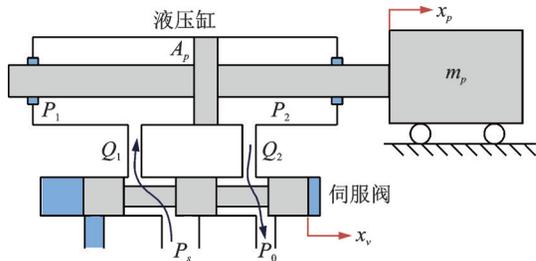


图 2 伺服驱动机构示意图

Fig.2 Schematic diagram of the servo actuating mechanism

对于电液振动台,为保证高频激振必须采用静压支撑液压缸作为激振器。不同于传统液压缸的导向密封形式,静压支撑液压缸活塞杆与缸筒和导向套之间依靠静压油膜实现导向支撑,运动副间的摩擦力极低。在这种情况下,针对图 2 所示的典型阀控缸系统,电液振动台伺服驱动机构建模过程的表达式<sup>[13]</sup>为

$$\begin{cases} Q_L = K_q x_v - K_c P_L \\ Q_L = A_p \frac{dx_p}{dt} + C_{tp} P_L + \frac{V_t}{4\beta_e} \frac{dP_L}{dt} \\ m_p \frac{d^2 x_p}{dt^2} = P_L A_p - B_p \frac{dx_p}{dt} \end{cases} \quad (1)$$

其中: \$K\_q\$ 为伺服阀流量增益; \$x\_v\$ 为伺服阀阀芯位移; \$K\_c\$ 为伺服阀流量压力增益; \$P\_L\$ 为系统负载压降; \$Q\_L\$ 为伺服阀负载流量; \$A\_p\$ 为液压缸作用面积; \$x\_p\$ 为台面运动位移; \$C\_{tp}\$ 为总泄露系数; \$V\_t\$ 为两腔总容积; \$\beta\_e\$ 为液压弹性模量; \$m\_p\$ 为等效负载质量; \$B\_p\$ 为系统黏性阻尼系数。

对式(1)进行化简,电液振动台伺服驱动机构从阀芯位移 \$x\_v\$ 到液压缸运动位移 \$x\_p\$ 的传递函数可表示为

$$G_d(s) = \frac{K_0}{s(\frac{s^2}{\omega_h^2} + \frac{2\xi_h}{\omega_h}s + 1)} \quad (2)$$

其中: \$K\_0\$ 为伺服驱动机构流量增益, \$K\_0 = K\_q/A\_p\$; \$\omega\_h\$ 为系统液压固有频率, \$\omega\_h = \sqrt{4\beta\_e A\_p^2/V\_t m\_p}\$; \$\xi\_h\$ 为系统阻尼比, \$\xi\_h = (K\_c + C\_{tp})\sqrt{\beta\_e m\_p/V\_t}/A\_p\$。

## 2 加速度时域波形自适应控制策略

为了提升电液振动台加速度波形复现精度,笔者提出了一种新型的加速度时域波形自适应控制策略,其基本原理如图 3 所示。由图可知,设计的电液振动台加速度自适应控制策略由传统三状态控制器、前馈逆控制器和 Volterra 自适应控制器三部分组成,其总体设计步骤如下:

- 1) 利用三状态策略进行电液振动台加速度闭环控制,获得初步的加速度时域波形控制性能;
- 2) 采集三状态控制下系统输入和输出加速度信号,基于辨识算法获得三状态控制下电液振动台

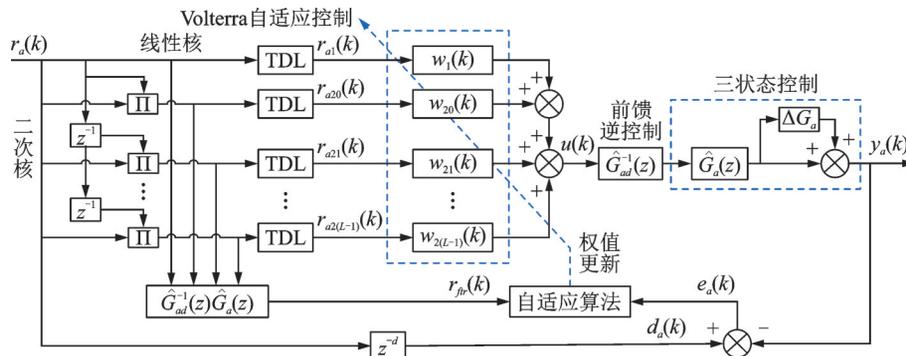


图 3 加速度时域波形自适应控制策略原理图

Fig.3 Schematic diagram of adaptive control strategy for acceleration waveform replication

加速度闭环系统传递函数;

3) 基于辨识得到的加速度闭环系统传递函数,采用零幅值跟踪方法构建参数化逆模型,形成前馈逆补偿控制策略;

4) 在前馈逆补偿控制策略的基础上,基于非线性自适应滤波原理,构建电液振动台在线 Volterra 自适应控制策略,消除系统非线性及时变动态特性对加速度控制精度的影响,提升电液振动台时域波形复现精度。

### 2.1 三状态控制策略

三状态控制策略是工程上广泛应用的电液振动台经典控制方法,其原理如图4所示。

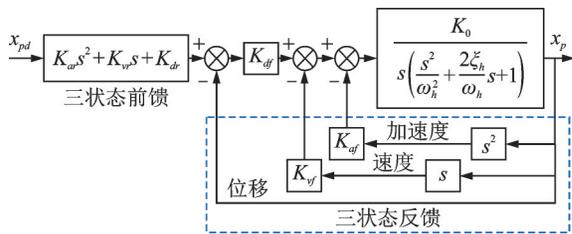


图4 三状态控制策略原理图

Fig.4 Schematic diagram of three variable controller

三状态反馈控制由位移、速度和加速度反馈环节组成。位置反馈信号通过位移传感器测量得到,主要用于构建闭环控制系统;加速度反馈通过布置于振动台面上的加速度传感器测量得到,主要用于提高液压阻尼比;速度反馈通过加速度和位移信号综合得到,主要用于提高液压固有频率。理想情况下的三状态反馈控制参数可表示为

$$\begin{cases} K_{df} = \frac{\omega_r \omega_{nc}^2}{K_0 \omega_h^2} \\ K_{vf} = K_{df} \left( \frac{2\xi_{nc}}{\omega_{nc}} + \frac{1}{\omega_r} \right) - \frac{1}{K_0} \\ K_{af} = K_{df} \left( \frac{2\xi_{nc}}{\omega_r \omega_{nc}} + \frac{1}{\omega_{nc}^2} \right) - \frac{2\xi_h}{K_0 \omega_h} \end{cases} \quad (3)$$

其中: \$\omega\_r\$ 为采用三状态反馈控制后期望的位置频宽; \$\omega\_{nc}\$ 为三状态反馈控制后期望的液压固有频率, \$\omega\_{nc} = 1.05\omega\_h \sim 1.2\omega\_h\$; \$\xi\_{nc}\$ 为三状态反馈控制后期望的液压阻尼比。

三状态前馈控制的作用是对消三状态反馈控制后系统靠近虚轴的极点,从而提升系统频宽和跟踪精度。理想情况下的三状态前馈控制参数可表示为

$$\begin{cases} K_{ar} = 1/\omega_{nc}^2 \\ K_{vr} = 2\xi_{nc}/\omega_{nc} \\ K_{dr} = 1 \end{cases} \quad (4)$$

### 2.2 前馈逆控制策略

前馈逆控制策略的基本思路是设计出三状态控制下电液振动台加速度闭环系统逆模型,并将其串联在三状态控制策略之前,以达到进一步拓展系统频宽、提高加速度控制精度的目的。虽然三状态控制下的电液振动台理论模型可以由式(1)~(4)推导得到,但由于上述建模过程中忽略了机械结构刚度变化、球铰微小间隙以及伺服阀非线性等因素,直接基于理论模型推导得到的逆模型与真实逆模型间往往存在较大差距,进而影响实际控制性能。为了提高前馈逆控制精度,在电液振动台实际控制中一般不直接采用理论推导得到的逆模型,而是先通过系统辨识方法辨识出三状态控制下闭环系统传递函数,再利用辨识的系统模型设计出对应逆模型。电液振动台前馈逆控制策略框图如图5所示。其中: \$\hat{G}\_a(z)\$ 为辨识的三状态控制系统模型; \$\Delta G\_a\$ 为乘性辨识模型偏差; \$\hat{G}\_{ad}^{-1}(z)\$ 为设计的前馈逆模型。

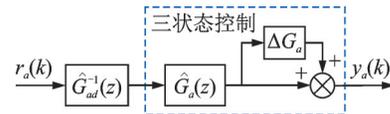


图5 电液振动台前馈逆控制策略框图

Fig.5 Block diagram of feedforward inverse control strategy of electro-hydraulic shake table

为了辨识出电液振动台闭环控制系统参数化模型,将三状态控制下的电液振动台抽象成受控自回归(controlled auto-regressive model, 简称 CAR)模型,通过对三状态控制下的电液振动台进行激励并采集输入输出信号,采用多信息遗忘梯度算法进行辨识即可得到系统传递函数。多信息遗忘梯度算法参数估计公式<sup>[14]</sup>可表示为

$$\begin{cases} \hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \frac{\Phi(p, k)}{r(k)} E(p, k) \\ E(p, k) = Y(p, k) - \Phi^T(p, k) \hat{\theta}(k-1) \\ r(k) = \lambda r(k-1) + \|\varphi(k)\|^2 \\ \Phi(p, k) = [\varphi(k), \varphi(k-1), \dots, \varphi(k-p+1)] \\ Y(p, k) = [y(k), y(k-1), \dots, y(k-p+1)]^T \end{cases} \quad (5)$$

其中: \$k\$ 表示第 \$k\$ 时刻; \$\hat{\theta}(k)\$ 为待估计传递函数分子分母系数构成的向量; \$p\$ 为表征信息长度的正整数; \$\Phi(p, k)\$ 为信息矩阵; \$E(p, k)\$ 为信息向量; \$Y(p, k)\$ 为堆积输出向量; \$r(k)\$ 为收敛因子, \$r(0) = 1\$; \$\lambda\$ 为遗忘因子; \$\varphi(k)\$ 为回归信息向量; \$y(k)\$ 为第 \$k\$ 时刻

输出。

对于实际物理控制系统而言,由于系统中采样保持器的存在,基于式(5)辨识得到的三状态控制下的电液振动台参数化模型 $\hat{G}_a(z)$ 可表示为

$$\hat{G}_a(z) = \frac{\hat{B}(z)}{\hat{A}(z)} = \frac{\hat{B}_m(z)\hat{B}_n(z)}{\hat{A}(z)} \quad (6)$$

其中: $\hat{A}(z)$ 、 $\hat{B}(z)$ 分别为加速度闭环系统模型分母和分子多项式; $\hat{B}_m(z)$ 、 $\hat{B}_n(z)$ 分别为分子中包含所有稳定零点和不稳定零点的多项式。

$\hat{B}_n(z)$ 表达式为

$$\hat{B}_n(z) = b_{l0} + b_{l1}z + \dots + b_{ll}z^l \quad (7)$$

其中: $l$ 为分子多项式中不稳定零点的个数; $b_{l0}$ 、 $b_{l1}$ 、 $\dots$ 、 $b_{ll}$ 为多项式的各项系数。

对于辨识得到的如式(6)所示电液振动台闭环控制模型,采用零幅值跟踪技术(zero magnitude error tracking technology,简称ZMET)即可解决前馈逆模型设计中存在的不稳定问题<sup>[15]</sup>。采用ZMET方法设计的逆模型 $\hat{G}_{ad}^{-1}(z)$ 可表示为

$$\hat{G}_{ad}^{-1}(z) = \frac{\hat{A}(z)}{z^q \hat{B}_m(z) \hat{B}_n^*(z)} \quad (8)$$

其中: $z^q$ 为保持设计逆模型因果性的延时环节; $\hat{B}_n^*(z)$ 为基于全通滤波器原理得到的 $\hat{B}_n(z)$ 的对偶形式, $\hat{B}_n^*(z) = b_{l0}z^l + b_{l1}z^{l-1} + \dots + b_{ll}$ 。

为了分析设计逆模型的精度,结合式(6)~(8)可得

$$\hat{G}_a(z) \hat{G}_{ad}^{-1}(z) = \frac{b_{l0}z^{-l} + b_{l1}z^{-(l-1)} + \dots + b_{ll}}{b_{l0}z^l + b_{l1}z^{l-1} + \dots + b_{ll}} z^{l-q} \quad (9)$$

根据 $z$ 变换定义及欧拉公式可得

$$z^q = e^{jT\omega q} = \cos(T\omega q) + j\sin(T\omega q) \quad (10)$$

其中: $T$ 为系统采样时间。

将式(10)代入式(9),整理化简可得

$$\hat{G}_a(z) \hat{G}_{ad}^{-1}(z) = \frac{B_{re} - jB_{im}}{B_{re} + jB_{im}} e^{jT\omega(l-q)} \quad (11)$$

其中: $B_{re} = b_{l0} \cos(T\omega l) + b_{l1} \cos[T\omega(l-1)] + \dots + b_{ll}$ ;  $B_{im} = b_{l0} \sin(T\omega l) + b_{l1} \sin[T\omega(l-1)] + \dots + b_{ll}$ 。

因此,式(11)中 $\hat{G}_a(z) \hat{G}_{ad}^{-1}(z)$ 的幅值和相位分别为

$$\begin{cases} \left| \hat{G}_a(z) \hat{G}_{ad}^{-1}(z) \right| = \frac{\sqrt{B_{re}^2 + B_{im}^2}}{\sqrt{B_{re}^2 + B_{im}^2}} = 1 \\ \angle \hat{G}_a(z) \hat{G}_{ad}^{-1}(z) = -2\arctan \frac{B_{im}}{B_{re}} + T\omega(l-q) \end{cases} \quad (12)$$

从式(12)可以看出,采用零幅值跟踪技术设计的逆模型理论上在整个频率范围内可以完全补偿系统的幅频特性。对相频特性而言,由于系统采样时间一般较短,在频率较小时可以近似认为 $\hat{G}_a(z) \hat{G}_{ad}^{-1}(z) \approx 0$ ,即频率较小时该逆模型与理想逆模型具有较接近的相频特性。随着频率的增加,设计的逆模型与理想逆模型间的相频特性偏差呈逐渐增大趋势,因此采用零幅值跟踪技术设计的逆模型在改善系统幅频特性方面优势更为明显。

### 2.3 Volterra 自适应控制策略

考虑到前馈逆补偿控制策略是采用离线设计方式得到,无法应对电液振动台系统非线性和时变动态特性,限制了系统的动态加速度控制性能,为此在内环前馈逆补偿控制的基础上,笔者提出了一种外环加速度在线 Volterra 自适应控制策略。该策略采用了二阶 Volterra 滤波器的结构形式,该滤波器包含了线性核和二次核(非线性核)两部分,通过在线自适应算法动态调节对应权值参数以提高加速度跟踪控制精度。由图3可知,设计的 Volterra 自适应控制器采用基于 Volterra 级数的有限脉冲响应滤波器,输入参考加速度信号经过二阶 Volterra 级数展开后利用抽头延迟线(tapped delayed line,简称TDL)形成输入向量。输入向量分别与对应自适应权值相乘,进一步通过加法器形成输出控制信号。基于上述原理,加速度输入向量的线性部分 $r_{a1}(k)$ 可表示为

$$r_{a1}(k) = [r_{a1}(k), r_{a1}(k-1), \dots, r_{a1}(k-L+1)]^T \quad (13)$$

其中: $k$ 为时间序列; $L$ 为滤波器记忆长度。

基于 Volterra 级数展开形式,加速度输入向量的非线性部分 $r_{a2}(k)$ 可表示为

$$r_{a2}(k) = [r_{a20}(k), r_{a21}(k), \dots, r_{a2(L-1)}(k)]^T \quad (14)$$

其中: $r_{a2i}(k)$ 为加速度输入向量中的第 $i$ 个向量。

$r_{a2i}(k) =$

$$\begin{bmatrix} r_a(k)r_a(k-i), r_a(k-1)r_a(k-i-1), \dots, \\ r_a(k-L+i+1)r_a(k-L+1) \end{bmatrix} \quad (i=0, 1, \dots, L-1) \quad (15)$$

结合式(13)~(15),加速度输入向量 $r_a(k)$ 可表示为

$$r_a(k) = [r_{a1}(k), r_{a2}(k)] \quad (16)$$

滤波器权值向量 $w_a(k)$ 可表示为

$$w_a(k) = [w_1(k), w_2(k)] \quad (17)$$

其中:  $\mathbf{w}_1(k)$  为输入向量线性部分对应的权值向量,  $\mathbf{w}_1(k) = [\omega_{11}(k), \omega_{12}(k), \dots, \omega_{1(L-1)}(k)]^T$ ;  $\mathbf{w}_2(k)$  为输入向量非线性部分对应的权值向量, 其维度为  $[L(L+1)/2] \times 1$ 。

$$\mathbf{w}_2(k) = [\omega_{20}(k), \omega_{21}(k), \dots, \omega_{2(L-1)}(k)]^T \quad (18)$$

其中:  $\mathbf{w}_{2i}(k)$  为与加速度输入向量中  $r_{a2i}(k)$  相对应的第  $i$  个权值向量。

基于上述分析, 经外环 Volterra 自适应控制器后产生的控制输出量  $u(k)$  可表示为

$$u(k) = \mathbf{w}_a^T(k) \mathbf{r}_a(k) = \sum_{i=0}^{L-1} \omega_{1i}(k) r_{a1}(k-i) + \sum_{i=0}^{L-1} \mathbf{w}_{2i}^T(k) \mathbf{r}_{a2i}(k) \quad (19)$$

由图3可以看出, 采用 Volterra 自适应控制策略后的系统加速度跟踪误差  $e_a(k)$  可表示为

$$e_a(k) = r_a(k) z^{-d} - y_a(k) \quad (20)$$

其中:  $z^{-d}$  为引入的延时参考模型。

结合式(19)和式(20), 加速度跟踪误差  $e_a(k)$  可进一步表示为

$$e_a(k) = r_a(k) z^{-d} - y_a(k) = r_a(k) z^{-d} - \hat{G}_{ad}^{-1}(z) \hat{G}_a(z) (1 + \Delta G_a) \mathbf{w}_a^T(k) \mathbf{r}_a(k) \quad (21)$$

定义加速度跟踪误差性能函数  $J(k) = e_a^2(k)$ , 设计的自适应控制策略采用梯度下降法在线自适应动态调整权值向量  $\mathbf{w}_a(k)$ , 使得控制过程误差性能函数最小化。结合式(21), 加速度跟踪误差性能函数的瞬时梯度可表示为

$$\nabla J(k) = \frac{\partial J(k)}{\partial \mathbf{w}_a(k)} = \frac{\partial J(k)}{\partial e_a(k)} \frac{\partial e_a(k)}{\partial \mathbf{w}_a(k)} = -2e_a(k) \hat{G}_{ad}^{-1}(z) \hat{G}_a(z) (1 + \Delta G_a) \mathbf{r}_a(k) \quad (22)$$

进一步的, 基于梯度下降法的滤波器自适应权值向量  $\mathbf{w}_a(k)$  的更新算法可表示为

$$\mathbf{w}_a(k+1) = \mathbf{w}_a(k) + \mu e_a(k) \hat{G}_{ad}^{-1}(z) \hat{G}_a(z) \cdot (1 + \Delta G_a) \mathbf{r}_a(k) \quad (23)$$

从式(23)可以看出, 对自适应权值在线更新算法而言, 输入向量  $\mathbf{r}_a(k)$  需经过传递函数  $\hat{G}_{ad}^{-1}(z) \hat{G}_a(z) (1 + \Delta G_a)$  滤波后方可用于权值向量的更新, 而  $\hat{G}_{ad}^{-1}(z) \hat{G}_a(z) (1 + \Delta G_a)$  代表采用逆模型控制后的真实电液振动台系统模型。由于模型辨识偏差  $\Delta G_a$  的存在, 直接利用该式无法对滤波器权值向量进行调节。为了解决这一问题, 参考 X-滤波最小均方误差算法的操作步骤, 在满足如下条件<sup>[16]</sup>时

$$\left| \angle \hat{G}_{ad}^{-1}(z) \hat{G}_a(z) (1 + \Delta G_a) - \angle \hat{G}_{ad}^{-1}(z) \hat{G}_a(z) \right| < 90^\circ \quad (24)$$

即逆模型控制后的真实电液振动台系统模型与传递函数  $\hat{G}_{ad}^{-1}(z) \hat{G}_a(z)$  之间的相位差不超过  $90^\circ$  时, 可以在权值自适应过程中忽略模型辨识偏差  $\Delta G_a$  影响, 仅需选择合适的步长就能保证权值更新算法沿着收敛的方向运行。基于上述原理, 最终得到的权值更新算法为

$$\mathbf{w}_a(k+1) = \mathbf{w}_a(k) + \mu e_a(k) \mathbf{r}_{fir}(k) \quad (25)$$

其中:  $\mu$  为权值更新步长, 一般对线性核和二次核分别采用不同的权值更新步长;  $\mathbf{r}_{fir}(k)$  为经由传递函数  $\hat{G}_{ad}^{-1}(z) \hat{G}_a(z)$  滤波后形成的输入信号向量。

$$\mathbf{r}_{fir}(k) = \hat{G}_{ad}^{-1}(z) \hat{G}_a(z) \mathbf{r}_a(k) \quad (26)$$

#### 2.4 自适应控制策略稳定性分析

为了分析所提 Volterra 自适应控制策略的收敛性和稳定性, 定义权值误差向量  $\delta(k)$  为

$$\delta(k) = \mathbf{w}_a^* - \mathbf{w}_a(k) \quad (27)$$

其中:  $\mathbf{w}_a^*$  为收敛后的最佳权值向量。

结合式(27), 第  $k+1$  步与第  $k$  步间的权值误差向量差值可表示为

$$\delta(k+1) - \delta(k) = -\mathbf{w}_a(k+1) + \mathbf{w}_a(k) \quad (28)$$

将式(25)代入式(28), 整理化简可得

$$\delta(k+1) = \delta(k) - \mu e_a(k) \mathbf{r}_{fir}(k) \quad (29)$$

进一步对式(29)两端同时取数学期望, 定义

$$D(k) = E\{\|\delta(k)\|^2\}, \text{ 化简可以得到}$$

$$D(k+1) = D(k) + \mu^2 E\{e_a^2(k) \|\mathbf{r}_{fir}(k)\|^2\} - 2\mu E\{e_a(k) \delta^T(k) \mathbf{r}_{fir}(k)\} \quad (30)$$

为了保证自适应算法的收敛性, 权值误差向量在迭代过程中应当呈下降趋势, 即满足  $D(k+1)$  始终小于  $D(k)$ 。结合式(30), 自适应控制策略稳定性条件为

$$\mu^2 E\{e_a^2(k) \|\mathbf{r}_{fir}(k)\|^2\} < 2\mu E\{e_a(k) \delta^T(k) \mathbf{r}_{fir}(k)\} \quad (31)$$

由文献[17]可知, 在稳定性分析时通常认为  $e_a(k) = \delta^T(k) \mathbf{r}_{fir}(k)$ , 因此为了保证权值自适应更新算法收敛性, 结合式(31)可得自适应步长  $\mu$  应满足

$$0 < \mu < 2 \frac{E\{e_a^2(k)\}}{E\{e_a^2(k) \|\mathbf{r}_{fir}(k)\|^2\}} \quad (32)$$

### 3 加速度时域波形复现实验

#### 3.1 实验台介绍

为了开展加速度时域波形复现实验,采用 xPC/Target 技术搭建了一套水平单轴电液振动台。实验台主要元件及技术参数如表 1 所示。控制系统硬件架构如图 6 所示。可以看出:xPC/Target 技术采用基于“宿主机-目标机”的工作模式,宿主机主要用于实验过程中的控制程序编写、运行状态监控和数据保存,宿主机中的程序通过 Matlab/Simulink 编写后经 Visual Studio 软件自动编译生成实时控制代码;目标机为安装有 xPC/Target 实时内核、A/D 采集板卡和 D/A 驱动板卡的工控机,主要用于实时运行宿主机编译生成的实时控制代码。为了保证控制系统的实时性,控制系统的采样频率设置为 1 kHz。

表 1 实验台主要元件及技术参数

Tab.1 Main components and technical parameters of the test rig

元件名称	厂家	型号	技术参数
静压支撑 液压缸	烟台伟航	JYQ70/50-200	缸径 70 mm, 杆径 50 mm, 行程 200 mm
伺服阀	MOOG	G761-3004b	额定流量 38 L/min (7 MPa 压降), 频宽 100 Hz
加速度 传感器	PCB	3711B112G	量程 ± 2 g, 最大频率 250 Hz, 非线性度 1%
位移 传感器	Germanjet	1840110200	量程 200 mm, 非线性度 ± 0.01%, 重复精度 ± 0.005%
振动 台面	自制	自制	台面尺寸 800 mm × 800 mm, 台面质量 380 kg

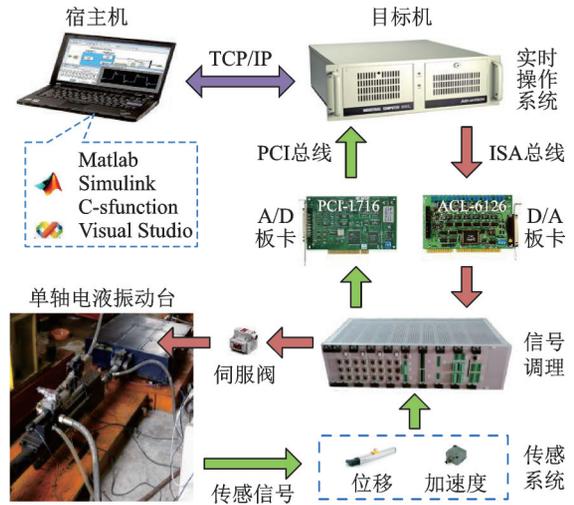


图 6 控制系统硬件架构

Fig.6 Hardware architecture of control systems

#### 3.2 加速度控制实验

为了验证所提控制策略的有效性,首先基于三状态控制策略对加速度进行控制,实验中调试得到的控制参数为  $K_{df} = 20, K_{af} = 0.016, K_{ar} = 0.026, K_{vr} = 1.3, K_{dr} = 1$ 。三状态调试完成后,需要对三状态控制下的电液振动台进行激励以辨识系统模型。考虑到电液振动台工作频率范围较大,为了能够在较宽的频率范围内反映系统频率响应特性,实验中采用幅值为 0.6 g、频率范围为 2~80 Hz 的随机信号对系统进行激励,将输入随机激励信号与该信号激励下振动台面实时采集得到的加速度响应信号作为系统模型参数辨识的数据集。在此基础上,进一步结合多信息遗忘梯度算法和零幅值跟踪技术得到三状态控制下电液振动台参数化模型和设计逆模型,其表达式为

$$\begin{cases} \hat{G}_a(z) = \frac{0.13727(z^2 - 1.789z + 0.8102)(z^2 - 2.424z + 1.602)}{(z - 0.8849)(z - 0.5242)(z^2 - 1.911z + 0.9196)} \\ \hat{G}_{ad}^{-1}(z) = \frac{4.5485(z - 0.8849)(z - 0.5242)(z^2 - 1.911z + 0.9196)}{(z^2 - 1.789z + 0.8102)(z^2 - 1.513z + 0.6244)} \end{cases} \quad (33)$$

基于式(33)设计的参数化前馈逆模型,实验得到了三状态控制和前馈逆控制下的电液振动台频率响应特性,如图 7 所示。可以看出,三状态控制策略作用下系统的幅值频宽仅为 21 Hz,相位频宽仅为 45 Hz。采用前馈逆补偿控制后系统的幅值频宽拓展到 80 Hz,相位频宽拓展到 57 Hz,电液振动台系统的动态响应特性得到显著提升,同时波形复现的相位滞后问题也得到有效抑制。虽然前馈逆控制有

效改善了系统的动态特性,但从图中低频段的幅频特性可以看出,由于实际电液振动台运行过程中系统模型特性的变化,前馈逆控制在低频段内造成了一定的幅值偏差增大问题。

为了改善前馈逆控制策略波形复现精度,基于式(33)中辨识的系统模型和设计的前馈逆模型,结合 Volterra 自适应控制策略,进一步对提出的电液振动台时域波形复现自适应控制策略开展了实验研

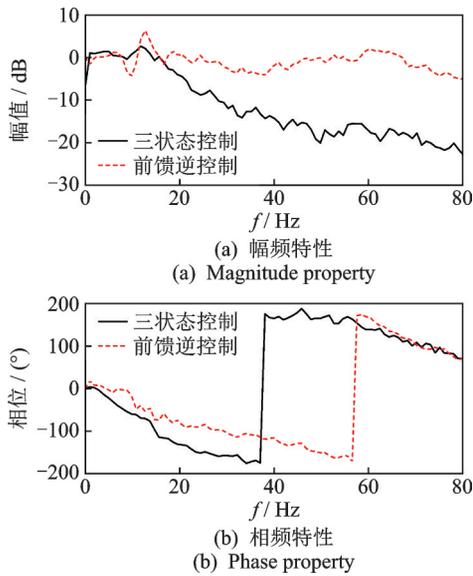


图7 电液振动台频率响应特性

Fig.7 Frequency characteristic of electro-hydraulic shake table

究。由式(24)可知,为了保证所提 Volterra 自适应控制策略的稳定性,首先必须要保证权值更新中使用的滤波传递函数  $\hat{G}_{ad}^{-1}(z)\hat{G}_a(z)$  与真实的前馈逆控制系统的相位偏差在感兴趣的频率范围内不超出  $90^\circ$ 。为了验证这一条件,给出了自适应算法中使用的滤波传递函数与前馈逆系统相频特性曲线,如图8所示。可以看出,两者之间在整个频率范围内的最大相位偏差仅为  $41.37^\circ$ ,从而保证了提出的 Volterra 自适应控制策略的稳定性。

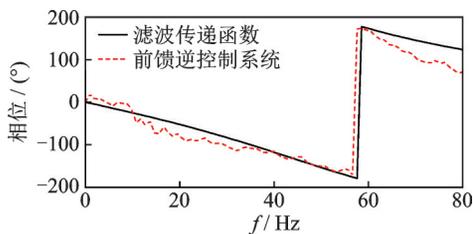


图8 滤波传递函数与前馈逆系统相频特性曲线

Fig.8 Phase property of filtered transfer function and system with feedforward inverse controller

关于提出的自适应控制策略的另一个重要环节就是确定其控制参数。考虑到在进行自适应权值训练时,输入训练信号的频率一般选取与后续实验信号相近或稍宽于后续实验信号的频率,以便权值训练过程能够覆盖后续实验测试信号中包含的各种频率信息。基于上述原则,结合后续选取的电液振动台典型实验测试信号频率范围,实验中采用幅值为  $0.6 g$ 、频率范围为  $2\sim 25 \text{ Hz}$  的随机加速度信号作为

自适应算法训练数据集的输入信号,以该输入下振动台面实时采集得到的加速度响应信号作为训练数据集的输出信号,通过观察数据集输入和输出信号间跟踪偏差变化趋势,采用逐步尝试的方式进行自适应控制算法参数调节。实验中最终采用的滤波器记忆长度为8,自适应权值初始值设置为0,线性核权值更新步长为0.002,二次核权值更新步长为0.1,引入的延时参考模型为  $z^{-4}$ 。自适应在线学习过程跟踪曲线及误差如图9所示。由图可知,在训练初始阶段电液振动台加速度误差跟踪偏差较大,随着训练过程的推移跟踪偏差总体呈下降收敛趋势,最终稳定在零值附近波动。

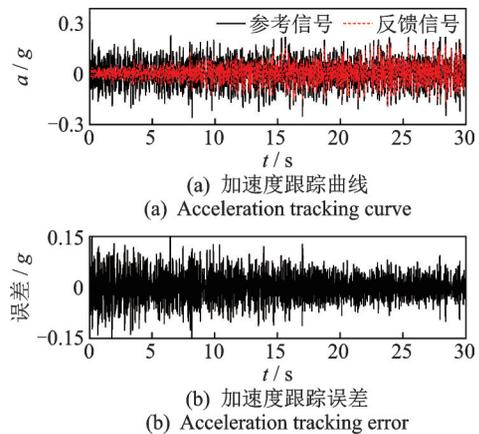


图9 自适应在线学习过程跟踪曲线及误差

Fig.9 Acceleration tracking curve and error during online adaptive learning process

完成自适应控制策略的在线学习后,以在线自适应学习收敛后的权值作为初始值,采用幅值为  $0.6 g$ 、频率范围为  $2\sim 25 \text{ Hz}$ 、持续时间为  $10 \text{ s}$  的随机输入加速度信号进行跟踪性能测试。随机输入加速度参考信号如图10所示。随机输入下自适应权值更新曲线如图11所示。

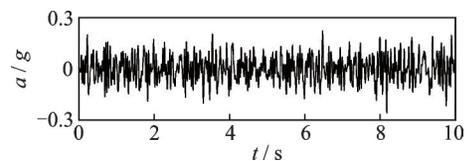


图10 随机输入加速度参考信号

Fig.10 Random acceleration input reference signal

为了验证提出控制策略的优越性,实验中进一步选取三状态控制和前馈逆控制下的实验结果进行对比。随机输入下不同控制策略时域跟踪曲线和跟踪误差分别如图12,13所示。

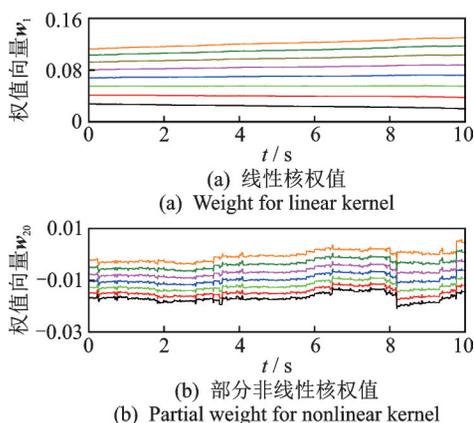


图11 随机输入下自适应权值更新曲线

Fig.11 Adaptive weight updating curve with random input

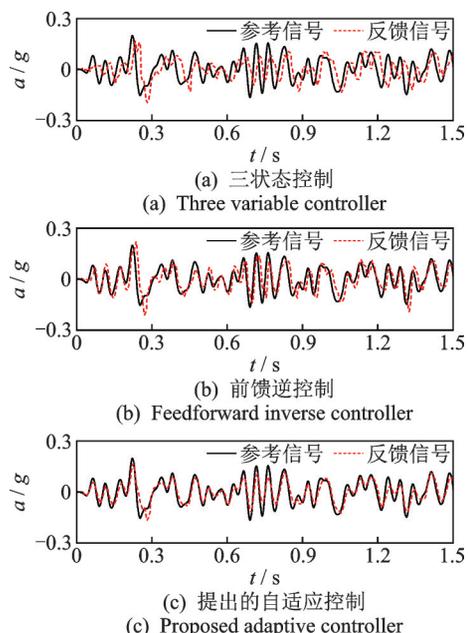


图12 随机输入下不同控制策略时域跟踪曲线

Fig.12 Time domain tracking curves of different controllers with random input signal

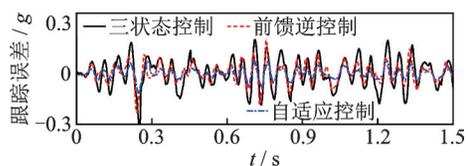


图13 随机输入下不同控制策略时域跟踪误差

Fig.13 Time domain tracking errors of different controllers with random input signal

由图12,13可以看出,采用三状态控制策略时电液振动台加速度时域波形复现时域控制性能较差,存在较大的幅值跟踪和相位滞后偏差。当采用前馈逆控制策略后,加速度时域波形的幅值和相位误差总体上显著降低,仅个别时刻幅值偏差较三状态控制有所增加,这与图7中低频段中部分频率点

幅值偏差增大现象一致。其原因在于电液振动台运行过程中的时变动态特性和不确定性扰动造成了辨识模型偏差,进而影响了设计的逆模型精度。采用提出的自适应控制策略后,由于该策略能够根据加速度跟踪偏差在线自适应调节控制输出,可以有效应对电液振动台的时变特性和不确定性扰动,因而加速度时域波形复现精度得到进一步提升,获得了比其他两种控制策略更小的加速度跟踪偏差。

进一步引入相对均方误差指标(relative mean square error, 简称RMSE)和平均绝对误差指标(mean absolute error, 简称MAE)对加速度时域波形复现精度进行定量分析,其表达式为

$$\begin{cases} RMSE = \sum_{k=1}^N \{ [r_a(k) - y_a(k)] / r_a(k) \}^2 \\ MAE = \sum_{k=1}^N [ |r_a(k) - y_a(k)| / N ] \end{cases} \quad (34)$$

其中: $N$ 为测试数据长度。

随机输入下不同控制器波形复现误差指标如表2所示。由表2可知,采用提出的自适应控制策略后,相对均方误差由三状态控制的126.7%、前馈逆控制的91.5%降低至47.1%,平均绝对误差由三状态控制的0.0730g、前馈逆控制的0.0497g降低至0.0265g,加速度时域波形复现精度得到大幅提升。

表2 随机输入下不同控制器波形复现误差指标

控制类型	相对均方误差/%	平均绝对误差
三状态控制	126.7	0.0730g
前馈逆控制	91.5	0.0497g
自适应控制	47.1	0.0265g

为了进一步验证提出控制策略的有效性,采用典型的地震波信号进行了实验测试。考虑到实验台液压缸行程、运行速度、加速度激振和测量能力等约束,对Kobe地震波的时间进行了5倍压缩,压缩后Kobe地震波主要能量成分集中在约15Hz以内。Kobe地震波参考信号如图14所示。地震波输入下自适应权值更新曲线如图15所示。

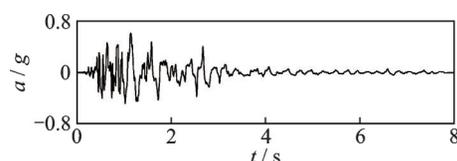


图14 Kobe地震波参考信号

Fig.14 Kobe earthquake input reference signal

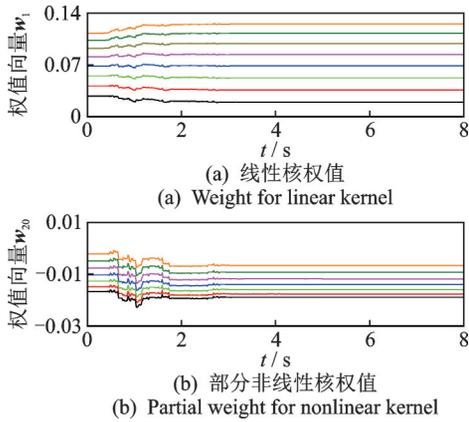


图15 地震波输入下自适应权值更新曲线

Fig.15 Adaptive weight updating curve with earthquake input

地震波输入下不同控制策略时域跟踪曲线与误差分别如图16,17所示。表3为地震波输入下不同控制器波形复现误差指标。从图16,17可以看出,Kobe地震波实验与随机加速度输入下的实验结果规律类似,在三状态控制策略作用下的加速度

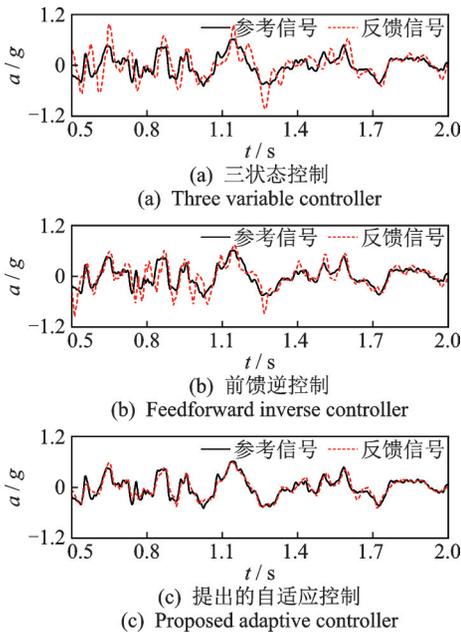


图16 地震波输入下不同控制策略时域跟踪曲线

Fig.16 Time domain tracking curves of different controllers with earthquake input signal

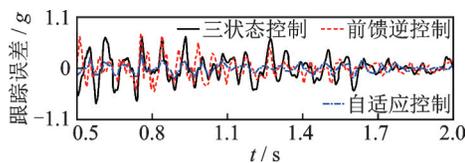


图17 地震波输入下不同控制策略时域跟踪误差

Fig.17 Time domain tracking errors of different controllers with earthquake input signal

时域波形复现精度存在较大幅值和相位偏差,采用前馈逆控制策略后幅值偏差和相位滞后问题得到有效抑制,而采用提出的自适应控制策略后电液振动台时域波形复现精度进一步显著提升,取得了比三状态控制和前馈逆控制更优越的控制性能。由表3也可以直观看出,采用提出的自适应控制策略后,相对均方误差由三状态控制的103.1%、前馈逆控制的76.4%降低至35.4%,平均绝对误差由三状态控制的0.0612g、前馈逆控制的0.0465g降低至0.0222g,加速度时域波形复现精度得到大幅提升。

表3 地震波输入下不同控制器波形复现误差指标

Tab.3 Index for different controllers with earthquake input

控制类型	相对均方误差/%	平均绝对误差
三状态控制	103.1	0.0612g
前馈逆控制	76.4	0.0465g
自适应控制	35.4	0.0222g

## 4 结论

1) 基于多信息遗忘梯度算法辨识了电液振动台系统参数化模型,采用零幅值跟踪技术构建了电液振动台前馈逆补偿控制策略,有效拓展了电液振动台频宽,抑制了相位滞后误差,改善了传统三状态控制策略频宽低、响应滞后大的问题。

2) 提出了基于内环前馈逆补偿和外环非线性Volterra自适应滤波器的电液振动台时域波形复现在线自适应控制策略,通过在线动态自适应调节权值参数,抑制了电液振动台运行过程模型参数偏差、非线性动态特性变化和不确定性扰动的影响。

3) 开展了随机加速度输入和地震波输入下电液振动台时域波形复现对比实验。实验结果表明,采用提出的自适应控制策略后,加速度时域波形复现精度与三状态控制和前馈逆控制策略相比得到了大幅提升。

4) 由于提出的自适应控制策略内环采用离线方式辨识系统模型和设计前馈逆模型,当油液黏度、弹性模量及伺服阀泄漏量等液压参数急剧变化造成内环离线模型与实际系统间偏差超出自适应算法稳定性条件时,需对内环模型进行重新设计,以保证提出控制策略的性能。

## 参 考 文 献

- [1] PLUMMER A R. Model-based motion control for multi-axis servohydraulic shaking tables[J]. *Control Engineering Practice*, 2016, 53: 109-122.
- [2] 凌明祥, 朱长春. 液压振动台非线性摩擦力测量与参数辨识[J]. *振动、测试与诊断*, 2017, 37(4): 687-691. LING Mingxiang, ZHU Changchun. Measurement and identification of nonlinear friction force for electro-hydraulic servo shaking table[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2017, 37(4): 687-691. (in Chinese)
- [3] WANG S K, WANG J Z, XIE W, et al. Development of hydraulically driven shaking table for damping experiments on shock absorbers[J]. *Mechatronics*, 2014, 24(8): 1132-1143.
- [4] DECKERS K, GUILLAUME P, LEFEBER D, et al. Turning point based fatigue testing: combining multisines with turning point replication[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012, 30: 23-31.
- [5] RAMÍREZ-SENENT J, GARCÍA-PALACIOS J H, DÍAZ I M. Shaking table control via real-time inversion of hydraulic servoactuator linear state-space model[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 2021, 235(9): 1650-1666.
- [6] YAO J J, DIETZ M, XIAO R, et al. An overview of control schemes for hydraulic shaking tables[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2016, 22(12): 2807-2823.
- [7] 廖洋, 范大莽, 张博鑫, 等. 电液振动台加速度随机振动控制[J]. *液压与气动*, 2021, 45(12): 45-50. LIAO Yang, FAN Damang, ZHANG Boxin, et al. Acceleration random vibration control of electro-hydraulic shaking table[J]. *Chinese Hydraulics & Pneumatics*, 2021, 45(12): 45-50. (in Chinese)
- [8] TIAN Y P, WANG T, SHI Y D, et al. Offline iterative control method using frequency-splitting to drive double-layer shaking tables[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 152: 107443.
- [9] LU J T, XIE H B, HU L, et al. Variable-parameter feedforward control for centrifuge shaking table based on nonlinear frequency characteristic model[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 161: 108011.
- [10] NAJAFI A, SPENCER J R B F. Modified model-based control of shake tables for online acceleration tracking[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2020, 49(15): 1721-1737.
- [11] SOLEYMANI M, KHALATABARI-S A, GHANBARI-S B. Fuzzy-sliding-mode supervisory control of a seismic shake table with variable payload for robust and precise acceleration tracking[J]. *Journal of Earthquake Engineering*, 2019, 23(4): 539-556.
- [12] 范大莽, 关广丰, 熊伟, 等. 考虑伺服阀零偏补偿的电液振动台随机振动模型参考滑模控制策略[J]. *机械工程学报*, 2022, 58(13): 119-128. FAN Damang, GUAN Guangfeng, XIONG Wei, et al. Random vibration model reference sliding mode control of electro-hydraulic shaking table with valve null bias compensation [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2022, 58(13): 119-128. (in Chinese)
- [13] DENG W X, YAO J Y, WANG Y Y, et al. Output feedback backstepping control of hydraulic actuators with valve dynamics compensation[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 158: 107769.
- [14] DING F, CHEN T W. Performance analysis of multi-innovation gradient type identification methods[J]. *Automatica*, 2007, 43(1): 1-14.
- [15] BUTTERWORTH J A, PAO L Y, ABRAMOVITCH D Y. Analysis and comparison of three discrete-time feedforward model-inverse control techniques for nonminimum-phase systems [J]. *Mechatronics*, 2012, 22(5): 577-587.
- [16] VAUDREY M A, BAUMANN W T, SAUNDERS W R. Stability and operating constraints of adaptive LMS-based feedback control [J]. *Automatica*, 2003, 39(4): 595-605.
- [17] HE Z C, YE H H, LI E. An efficient algorithm for nonlinear active noise control of impulsive noise [J]. *Applied Acoustics*, 2019, 148: 366-374.



**第一作者简介:**汤裕,男,1989年2月生,博士、副教授。主要研究方向为电液伺服控制技术。曾发表《Command filtered adaptive backstepping control for high-accuracy motion tracking of hydraulic systems with extended state observer》(《Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I- Journal of Systems and Control Engineering》2022, Vol.263, No.3)等论文。  
E-mail: tangyumail@126.com