

# 单一模态稀疏字典的压缩感知故障诊断方法\*

张建宇<sup>1</sup>, 王国峰<sup>2</sup>, 张随征<sup>3</sup>

(1.北京工业大学北京市先进制造技术重点实验室 北京,100124)

(2.北京科技大学机械工程学院 北京,100083)

(3.潍柴动力股份有限公司 潍坊,261061)

**摘要** 针对压缩感知的算法流程中,传统的稀疏表示字典存在体量庞大、占用内存严重、构造效率低等问题,提出了一种基于单一模态 Laplace 小波字典的压缩感知故障诊断方法。首先,截取长信号中的特征片段,采用滑动频谱有效值识别信号的共振频带及中心频率,确定 Laplace 小波的模态频率;其次,根据滑动峭度指标的分布曲线,提取包含单一冲击的片段信号,通过相关滤波法提取 Laplace 小波的模态阻尼;然后,通过补零插值建立特定长度的冲击原子,并基于循环移位策略,扩张成单一模态的 Laplace 小波稀疏字典;最后,结合高斯随机测量矩阵和正交匹配追踪算法,实现原始信号的压缩重构。仿真和实验结果表明,单一模态的小波字典具有更高的构造效率,占用内存更低,能够实现数据的有效压缩和特征重构,确保了噪声环境下的故障特征辨识。

**关键词** 滚动轴承;单一模态;循环移位;Laplace 字典;故障诊断

**中图分类号** TH165+.3;TH133.33

## 引言

由于受到奈奎斯特采样定理的制约,在高速设备的监测、诊断中,为了保证故障信息的有效捕捉,必须保持较高的采样率,导致监测数据体量庞大,无论是对数据的本地存储还是远程传输都带来空前的压力。

压缩感知(compressed sensing, 简称 CS)是一种新的数据处理理念<sup>[1-3]</sup>,在大数据的压缩分析领域显示出巨大潜力。近些年来,在机械故障诊断方面,该理论也取得了长足的进步。Chen 等<sup>[4]</sup>基于压缩感知与自适应字典学习策略,从变速箱信号中提取故障冲击分量。Wang 等<sup>[5]</sup>将峰值保持和压缩感知相结合,完成了滚动轴承信号的降采样与故障诊断。王强等<sup>[6]</sup>提出了一种自适应分块压缩感知算法。郭俊锋等<sup>[7]</sup>提出了双稀疏字典的压缩感知方法,获得了较高的压缩比和精确的重构结果。

信号的稀疏表示是实现压缩感知的前提,因此稀疏字典设计成为压缩感知的关键环节,对重构效果有显著影响。Cui 等<sup>[8]</sup>结合脉冲字典和调制字典的特征,设计了一种双字典匹配追踪方法,并用于轴承的故障诊断。Yang 等<sup>[9]</sup>提出稀疏表示和移位不

变学习字典的构造方法,用于风力发电机的故障诊断。Zhang 等<sup>[10]</sup>设计了由傅里叶原子和冲击时频原子组成的复合词典,用于故障特征的稀疏表示。Li 等<sup>[11]</sup>在角域和时域中分别使用不同类型的字典,实现了稳态分量和冲击分量的分类提取。

由于要兼顾不同类型的机械故障,构造复合字典成为稀疏表示研究的热点。其中,冲击原子是复合字典中的必选项。但是,字典构造需要考虑阻尼、频率、相位及时移等多种参数,导致字典规模庞大、过度冗余,从而计算效率低下。

针对以上问题,笔者选择基底函数与故障冲击模式相近的 Laplace 小波,用于构造压缩感知的稀疏表示矩阵。为了建立与故障模式适配的单一模态稀疏矩阵,截取原始长信号中的特征片段,通过频域滑动窗计算移动频谱有效值,识别信号的共振频带及中心频率。针对该特征片段,通过时域滑动窗计算移动峭度指标曲线,据此提取包含单个冲击的信号片段,利用相关滤波法识别片段信号的阻尼参数,从而建立与故障模式自适应匹配的 Laplace 小波模型。通过补零插值建立特定长度的冲击原子,并利用循环移位策略扩张成稀疏字典矩阵。在此基础上,结合高斯随机测量矩阵和正交匹配追踪(orthogonal

\* 国家自然科学基金资助项目(51675009)

收稿日期:2021-09-23;修回日期:2021-12-02

matching pursuit, 简称OMP)<sup>[12]</sup>算法,实现含噪长信号的故障特征提取。

## 1 压缩感知的理论基础

压缩感知理论的主要思想,是通过凸优化方法从少数非适应性的线性测量值中恢复稀疏信号。该算法实现的前提是信号本身稀疏,或通过某种变换具有稀疏性。如果满足上述条件,则可以通过一个测量矩阵将信号从高维投影到低维空间,从而得到一个既携带原始信号信息、又大幅缩短的测量信号。采用适当的重构算法,可基于上述低维测量信号复现原始特征,同时抑制不必要的噪声干扰。假设某机械振动信号 $x$ 本身并不稀疏,则压缩感知的数学原理可描述如下。

如果振动信号 $x \in R^{N \times 1}$ 可以用少量系数 $\alpha \in R^{K \times 1}$ 在稀疏字典 $\Psi \in R^{N \times K}$ 中进行稀疏表示( $K$ 为稀疏度),即 $x = \Psi\alpha$ ,则可以通过测量矩阵 $\Phi \in R^{M \times N}$ 对 $x$ 进行线性投影,得到压缩测量值 $y \in R^{M \times 1}$ ( $M \leq N$ ),即

$$y = \Phi x = \Phi \Psi \alpha = A \alpha \quad (1)$$

其中: $A = \Phi \Psi$ ,为感知矩阵。

从测量值 $y$ 中求解稀疏系数 $\alpha$ ,进而恢复原始信号 $x$ 的问题,可以通过 $l_1$ 范数的最小化(由 $l_0$ 范数的优化退化为 $l_1$ 范数的优化问题)进行求解,即

$$\hat{\alpha} = \min \|\alpha\|_1 \quad \text{s.t. } y = A \alpha \quad (2)$$

如果要从低维测量值中高概率地恢复原始信号,感知矩阵 $A$ 还需满足约束等距性质(restricted isometry property, 简称RIP)<sup>[2-3]</sup>,等价于测量矩阵 $\Phi$ 与字典矩阵 $\Psi$ 不相关。

压缩感知理论包含3个关键环节:稀疏表示、压缩测量和重构算法。分析对象的稀疏性是实现压缩感知的前提,对于时域本构特征不够稀疏的信号,只有设计合理的稀疏表示字典,完成信号的稀疏化后才能进行有效重构。

## 2 单一模态稀疏字典的构造方法

函数固定的稀疏字典,将数学变换系数植入字典矩阵,理论结构清晰,常用的字典原子包括傅里叶基、离散余弦基(discrete cosine transform, 简称DCT)和小波基等。但是,内积运算框架下的稀疏分解,结果优劣取决于基函数与信号之间的匹配程度。为了适配信号潜在的多种模态,信息冗余的过完备字典是惯常的研究思路,因此兼顾字典原子的

适配性与稀疏分解效率成为不可调和的矛盾。

### 2.1 单一模态字典的基础模型——Laplace小波

笔者的研究对象是带有表面损伤的滚动轴承,损伤激励多会引起轴承局部的结构共振,振动信号表现为衰减振荡效应。傅里叶基和离散余弦基字典并不适配冲击成分,小波基稀疏字典因此普遍用于轴承故障诊断。

为了解决字典原子的过度冗余问题,笔者选择具有单边振荡性质的Laplace小波<sup>[13]</sup>作为基底,并通过参数的自适应选取和循环移位策略,建立包含单一模态的稀疏字典。Laplace小波属于复指数小波,本研究选用其实部分量作为稀疏字典的基底,即

$$\psi(f, \xi, \tau, t) = \begin{cases} A \exp\left(-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} 2\pi f(t-\tau)\right) \sin[2\pi f(t-\tau)] \\ \quad (t \in [\tau, \tau + W_s]) \\ 0 \quad (\text{其他}) \end{cases} \quad (3)$$

其中: $f$ 为振荡频率; $\xi$ 为阻尼比; $\tau$ 为时延; $W_s$ 为支撑区间; $A$ 用来归一化小波函数。

由式(3)可见,Laplace小波模型包含 $f, \xi, \tau$ 等多个参数,若要覆盖足够多的冲击振荡类型,需要给出比较宽的参数取值区间,因此由Laplace小波构造的字典规模庞大。此外,在稀疏分解过程中多采用相关滤波法<sup>[13-14]</sup>对参数进行遍历搜索,一旦分析信号过长,则严重降低参数搜索效率。因此,笔者提出一种Laplace小波参数的自适应选取策略。

### 2.2 基于冲击片段的参数自适应选取

#### 2.2.1 频率参数的获取

相关滤波法通过计算Laplace小波与信号之间的内积,评价二者之间的相关性。假设信号长度为 $N$ ,频率区间内扫描次数为 $P$ ,阻尼区间内扫描次数为 $Q$ ,则需要完成 $N \times P \times Q$ 次内积运算。由于滚动轴承故障信号普遍具有循环平稳特征,上述滤波过程既浪费计算资源也无必要。因此,笔者提出多冲击片段的截取策略,如图1所示。

为了说明执行逻辑,图1未考虑噪声影响。图中信号长度为15 000点,包含67个冲击成分。为了保证足够的频率分辨率,同时兼顾计算效率,笔者设定片段信号包含5~7个冲击。在实际工程应用中,噪声影响不可避免,加之故障周期未知,片段信号的

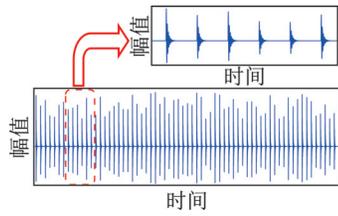


图1 多冲击片段的截取策略

Fig.1 Interception of multiple impact segment

准确长度难以确定,因此提出如下策略,即计算所有部件的故障频率,根据理论特征频率的最小值 $f_{\min}$ ,确定时域片段的最大周期 $T_{\max}$

$$L = (5 \sim 7) \frac{T_{\max}}{\Delta t} = (5 \sim 7) \frac{f_s}{f_{\min}} \quad (4)$$

其中: $L$ 为片段信号长度; $\Delta t$ 为时域采样周期; $f_s$ 为采样频率。

搜索片段信号频谱图中的峰值频率,即可确定Laplace小波的频率参数 $\hat{f}$ ,其值依赖于信号自身频率结构,同时省却了相关滤波的搜索过程。峰值频率的确定方法如图2所示。实际振动信号中的各种干扰既包含较强的高斯白噪声,还含有频率为 $f_p$ 的谐波干扰,因此单纯的频率搜索无法保证最佳频率参数 $\hat{f}$ 的准确检索。

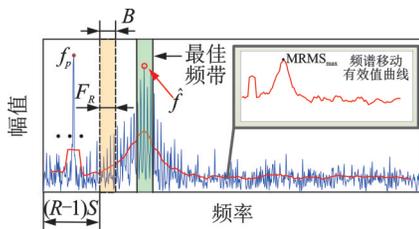


图2 峰值频率的确定方法

Fig.2 Determination method of peak frequency

考虑故障冲击响应引起的边频特征,笔者提出滑动频窗+频谱有效值的计算方法。图2中设定带宽为 $B$ 的滑动频窗 $F_R$ ,沿频率轴以步长 $S$ 进行平移,获得频带集合为

$$\{F_{Ri} | 1 \leq i \leq \text{round}(f_s/2S)\} \quad (5)$$

计算每个子频带 $F_{Ri}$ 的有效值,获得滑动频谱有效值的集合 $\text{MRMS} = \{\text{MRMS}_i | 1 \leq i \leq \text{round}(f_s/2S)\}$ ,其计算公式为

$$\text{MRMS}_i = \sqrt{\frac{\Delta f}{B} \sum_{j=1}^{\lceil B/\Delta f \rceil} A_j^2} \quad (6)$$

其中: $\Delta f$ 为频率分辨率; $A_j$ 为对应子带 $F_{Ri}$ 内各频率成分的幅值。

图2中的红线即为滑动频谱有效值曲线,根据

曲线峰值即可定位最佳频率参数 $\hat{f}$ 的位置,该参数与信号自适应匹配。

在滑动频谱有效值的计算过程中,频窗宽度 $B$ 和移动步长 $S$ 是两个关键参数。为了准确捕捉边频带中心,避免谐波成分 $f_p$ 的峰值干扰,笔者将滑动窗宽 $B$ 设定为 $(3 \sim 5)f_{\max}$ ,其中 $f_{\max}$ 为设备中最大的理论特征频率值。此外,由于故障信号在频域的谐波特征,滑动窗无需沿频率轴逐点平移,本研究将移动步长设定为 $S=f_{\min}$ ,其中 $f_{\min}$ 为设备中最小的理论特征频率值。

### 2.2.2 阻尼参数的获取

同理,阻尼参数的确定也无需对整段信号进行相关滤波,只要从图1的多冲击片段中提取一个完整冲击,即可实现阻尼参数的获取。笔者提出基于滑动峭度指标的冲击片段选择方法,滑动时间窗的截取原理如图3所示(加入噪声干扰)。在多冲击片段中设定长度为 $l_r \Delta t$ 的滑动时间窗,其中 $l_r$ 为时窗采样点数, $\Delta t$ 为采样周期。其基本设计原则为 $T_d < l_r \Delta t < T_g$ ,其中 $T_d$ 为单个冲击振荡持续时间, $T_g$ 为故障冲击周期,从而保证时窗仅含一个冲击成分。

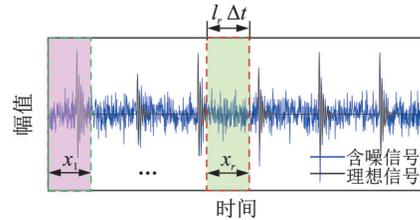


图3 滑动时间窗的截取原理

Fig.3 Interception principle of sliding time window

由于冲击振荡持续时间远远小于冲击周期,因此时窗宽度只需考虑其下限 $T_g$ 的影响。为了兼顾设备中的各类故障,本研究以最小的故障周期 $T_{g\min}$ 为基准,时窗长度设置为 $(0.7 \sim 0.9)T_{g\min}$ ,其中 $T_{g\min} = 1/f_{\max}$ 。

针对每组时窗片段计算峭度指标,构造与滑动时窗相对应的峭度指标集 $K = \{K_r | r = 1, 2, \dots, N - l_r + 1\}$ ,其计算公式为

$$K_r = \frac{\frac{1}{l_r} \sum_{i=r}^{r+l_r-1} (|x_i| - \bar{x})^4}{\left( \sqrt{\frac{1}{l_r} \sum_{i=r}^{r+l_r-1} x_i^2} \right)^4} \quad (7)$$

其中: $\bar{x}$ 为窗内样本点的平均值; $r$ 为时窗逐点平移次数。

计算相邻各峭度指标的差值,进而构造差值指

标集  $\Delta K = \{\Delta K_r | r = 1, 2, \dots, N + l_r + 1\}$ , 提取  $\Delta K$  最大值所对应的信号段, 即为本研究所提取的单个冲击成分, 定义为  $x_0$ 。

由以上分析可见, 本研究基于片段信号的 Laplace 小波参数获取方法, 无需对频率参数  $\hat{f}$  进行迭代求解, 仅针对阻尼参数  $\xi$  设定一定的取值区间, 如  $(0, 0.3]$ , 按照设定步长计算 Laplace 小波函数 (长度为  $l_r$ ) 与冲击片段  $x_0$  之间的内积, 根据内积序列最大值确定 Laplace 小波的最佳阻尼参数  $\hat{\xi}$ , 从而完成 Laplace 小波模型的构造。

### 2.3 基于循环平移策略的稀疏字典构建

本研究优选的 Laplace 小波函数只包含一种冲击模式, 但其长度仅为  $l_r$ , 无法满足稀疏矩阵的构造条件, 因此笔者提出了基于循环移位策略的稀疏字典构造方法。循环平移 Laplace 小波字典的构造原理如图 4 所示, 假设单一模态 Laplace 小波模型为  $m$ , 以  $m$  作为稀疏字典的基段, 首先通过补零插值, 将  $m = \{m_1, m_2, \dots, m_{l_r}\}$  ( $l_r$  为冲击模型长度) 扩张成形式为  $\hat{m} = \{m_1, m_2, \dots, m_{l_r}, 0, 0, \dots, 0\}$  (长度  $N$  与原始信号相同) 的基础原子, 进而构造字典矩阵为

$$\Psi = [\psi_0, \psi_1, \dots, \psi_{N-1}] \quad (8)$$

其中:  $\psi_0 = \hat{m}$  为基础原子;  $\psi_k = H_k(\hat{m})$ ;  $k = 1, 2, \dots, N - 1$ , 表示把  $\hat{m}$  中元素循环平移  $k$  位;  $H$  为循环平移算子。

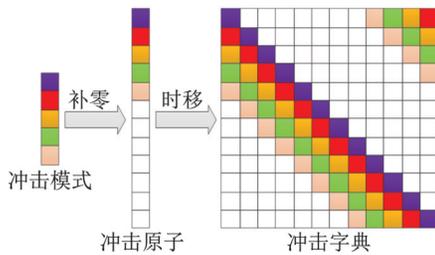


图 4 循环平移 Laplace 小波字典的构造原理

Fig.4 Construction principle of cyclic shifting Laplace wavelet dictionary

由图 4 可见, 所建立的单一模态 Laplace 小波稀疏字典, 通过小波参数的迭代求解, 得到了故障信号的内在特征, 故该字典同时具备学习字典和固定函数字典的优点。根据循环移位冲击字典的特点, 稀疏度可以通过故障信号中的冲击个数来确定, 即

$$S = \left\lfloor \frac{L_T}{T} \right\rfloor \quad (9)$$

其中:  $S$  为稀疏度;  $L_T$  为信号长度;  $T$  为故障冲击发生的周期, 可由故障频率的理论值计算得到。

基于单一模态稀疏字典的压缩感知流程如图 5 所示, 所有算法闭环运行。首先, 输入原始信号  $X$ 、采样频率  $f_s$ 、理论故障频率的最大与最小值  $f_{\max}$  和  $f_{\min}$ , 从原始数据中截取片段信号, 获取 Laplace 小波模型的频率参数  $\hat{f}$  和阻尼参数  $\hat{\xi}$ ; 其次, 构建稀疏字典的基础原子, 扩张成  $N \times N$  的字典矩阵  $\Psi$ , 并采用高斯随机矩阵  $\Phi$ , 实现原始信号的压缩观测, 可用于远程传输或本地存储; 然后, 基于压缩测量结果, 构造传感矩阵  $A = \Phi\Psi$ , 采用正交匹配追踪算法重构特征信号; 最后, 采用频谱分析、包络解调等方法, 提取特征频率, 实现故障诊断。

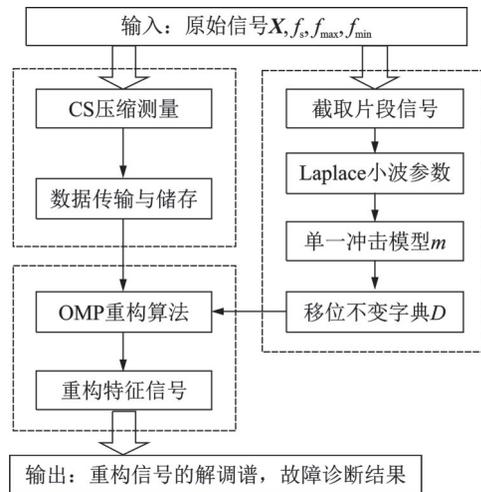


图 5 基于单一模态稀疏字典的压缩感知流程

Fig.5 CS procedure based on single mode sparse dictionary

## 3 仿真数据分析

为了验证本研究稀疏字典用于压缩感知的应用效果, 模拟轴承故障引起的结构振动, 建立如下仿真模型

$$x(t) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J A_{ij} \exp\left(\frac{-2\pi\xi_j}{\sqrt{1-\xi_j^2}} f_{dj}(t - \tau_i - iT)\right) \cdot \sin[2\pi f_{dj}(t - \tau_i - iT)] + \eta(t) \quad (10)$$

其中:  $(f_{dj}, \xi_j)$  为第  $j$  阶固有频率和响应的阻尼比;  $A_{ij}$  为第  $j$  阶频率下第  $i$  个冲击响应的幅值;  $T$  为理论冲击响应的周期;  $\tau_i$  为第  $i$  个冲击响应发生时的时间波动;  $\eta(t)$  为噪声信号;  $I$  为冲击响应的次数;  $J$  为轴承的模态阶数。

本研究设定  $J = 1$ , 模态参数为  $f_{d1} = 2$  kHz,  $\xi_1 =$

0.1,  $\tau_i=0$ , 故障周期  $T=0.015$  s, 采样频率  $f_s=15$  kHz,  $A_{ij}$  为 0.5~1 的随机数,  $\eta(t)$  为人为加入的干扰成分, 包括 500 Hz 正弦干扰和 -3 dB 白噪声成分。轴承故障仿真信号如图 6 所示, 其中纯净信号及叠加噪声后的波形分别如图 6(a,b) 所示, 图 6(c) 为染噪信号的频谱图。

为了衡量压缩测量的幅度, 引入压缩率指标 CR, 其值越小, 代表压缩程度越高。CR 计算式为

$$CR = \frac{m}{n} \times 100\% \quad (11)$$

其中:  $n$  为原始信号长度;  $m$  为压缩测量后的信号长度。

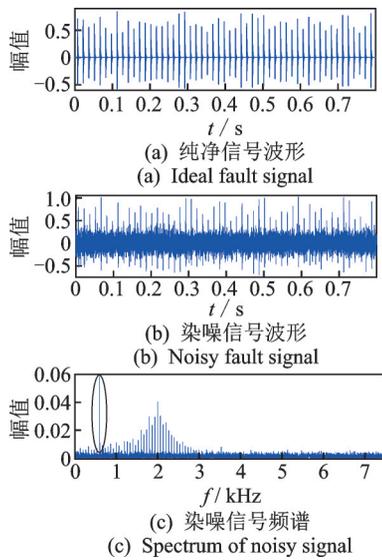


图6 轴承故障仿真信号

### 3.1 字典构造的性能与效率

根据故障发生周期, 从图 6(b) 信号中截取包含 6 个冲击的片段。多冲击片段信号如图 7 所示, 其频率参数提取过程如图 8 所示。设定频窗宽度为  $5/T$  ( $T$  为故障周期), 计算滑动频窗有效值, 如图中红线所示。可见, 曲线的极值点位于 1 998 Hz 处。由于频窗的选取体现了边频带的贡献, 从而避免误识别频率为 500 Hz 的谐波成分。因此, 与该信号适配的小波频率参数确定为 1 998 Hz。

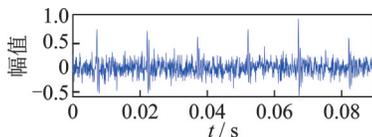


图7 多冲击片段信号

Fig.7 Multiple impact signal

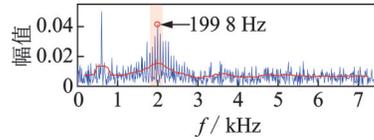


图8 频率参数提取过程

Fig.8 Procedure of frequency parameter extraction

计算图 7 多冲击片段的滑动峭度指标, 其相邻差值分布如图 9 所示, 图中极大值点均与图 7 的冲击发生位置相对应。提取图中最大峭度指标差值, 绘制该时刻的滑动时窗信号, 即为最适配的单冲击信号片段  $x_0$ , 最终确定其长度为 158。

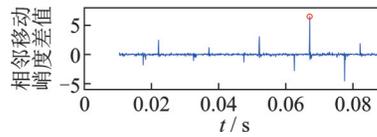


图9 滑动峭度指标相邻差值分布

Fig.9 Curve of sliding kurtosis index difference

固定 Laplace 小波的频率参数为 1 998 Hz, 阻尼参数的扫描区间设定为  $[0.01, 0.3]$ , 扫描步长为 0.01。为计算小波模型与单冲击片段  $x_0$  的内积, 经过  $30 \times 158$  次迭代运算, 确定 Laplace 小波模型的阻尼参数为 0.11。冲击模型对比如图 10 所示。根据以上参数创建的单一模态冲击模型如图 10(a) 所示, 图 10(b) 为式 (10) 仿真模型中包含的冲击模态。

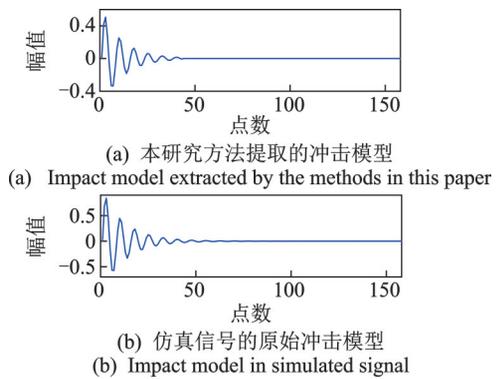


图10 冲击模型对比

Fig.10 Comparison of impact models

采用相关系数指标  $R$  来评价两个冲击模型的近似程度, 即

$$R = \frac{\langle x_0, \hat{x} \rangle}{\sqrt{\|x_0\| \|\hat{x}\|}} \quad (12)$$

其中:  $x_0$  为原始冲击模型;  $\hat{x}$  为本研究方法提取的冲击模型。

计算表明, 二者的  $R$  值为 0.998 5。可见, 尽管图 6(a) 信号被噪声污染, 但依靠冲击片段法提取的

冲击模型与原始模型仍保持高度一致。

如采用传统的相关滤波算法,需针对整段信号进行参数迭代。仿真信号长度为 12 000,振荡频率为 2 kHz,如果以 10 Hz 为步长扫描频率区间[1 000, 3 000] Hz,同时以 0.01 为步长扫描阻尼比区间 [0.01, 0.3],内积运算次数将达到  $200 \times 30 \times 12\,000$  次。可见,与经典方法相比,本研究构造的字典规模和运算量都大幅减小,压缩重构的效率大幅提升。

笔者将单一模态的 Laplace 小波字典与经典的相关滤波法、DCT 字典及 dmey 小波字典进行了对比,不同字典的构造效率和占用空间如表 1 所示。可见,不论是构造时间还是系统消耗,本研究方法都具有明显优势。

表 1 不同字典的构造效率和占用空间

Tab.1 Construction efficiency and storage space of different dictionaries

字典构造方法	构造时间/s	字典占用内存/MB
本研究方法	2.430	18.50
传统相关滤波法	14 054.572	791.00
DCT 字典	31.210	882.00
dmey 小波字典	25.125	25.30

### 3.2 单一模态字典在压缩感知中的应用效果

根据图 5 所示分析流程,选择高斯测量矩阵、正交匹配追踪重构算法,嵌入单一模态 Laplace 小波字典,完成图 6(a)信号的压缩重构,压缩比 CR 设为 25%,稀疏度估值为 53。图 11 为压缩观测信号。单一模态字典的压缩重构效果如图 12 所示。

由图 12 可见,原始信号中的大部分故障冲击都从图 11 的压缩信号中得以恢复,噪声干扰成分被有效抑制。图 12(b,c)分别为重构信号和原始纯净信号的解调谱,二者高度相似,各阶倍频清晰可见,表明本研究处理结果高度复原了纯净信号中的特征成分。

为了进一步说明本方法的应用效果,以 DCT 字典和 dmey 字典分别置换单一模态字典,其他字典的压缩重构结果如图 13 所示。可以看出,DCT 字典

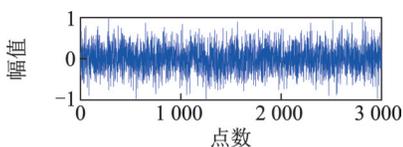


图 11 压缩观测信号

Fig.11 Compressed measurement signal

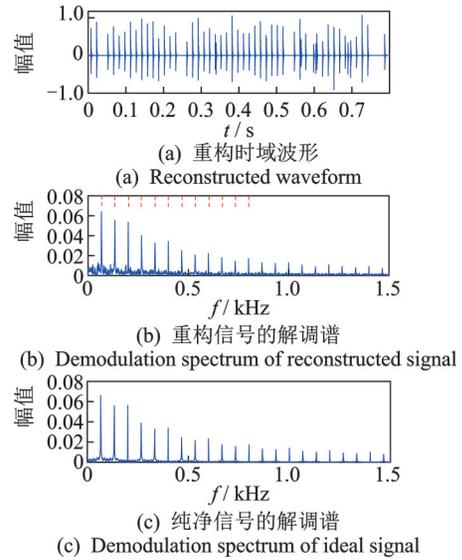


图 12 单一模态字典的压缩重构效果

Fig.12 Reconstructed results by single mode dictionary

的压缩重构结果恢复了部分故障冲击,但噪声干扰仍很严重;而 dmey 小波字典的压缩重构则无法有效还原原始的冲击成分。显然,在同等的压缩测量前提下,本研究的重构效果具有明显优势。

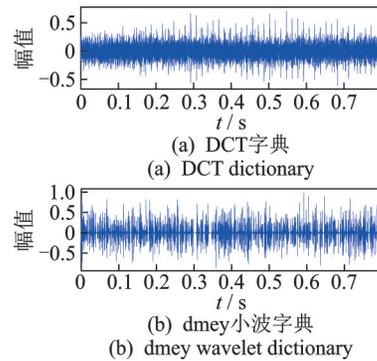


图 13 其他字典的压缩重构结果

Fig.13 Reconstructed signal based on other dictionaries

不同字典的重构性能比较如表 2 所示,主要对比了同一信号经单一模态字典、DCT 字典和 dmey 小波字典压缩重构后的信噪比(reconstructed signal to noise ratio,简称 RSNR)以及重构算法的运行时间。可见,基于单一模态小波字典的压缩重构信号,其信噪比显著提高,而 DCT 和 dmey 小波字典则无

表 2 不同字典的重构性能比较

Tab.2 Comparison of reconstruction performance based on different dictionaries

方法	RSNR/dB	重构时间/s
单一模态字典	5.362 7	1.243
DCT 字典	-3.127 9	13.371
dmey 小波字典	-5.045 2	41.048

法获得同等效果。此外,本研究建立的压缩感知诊断方法还显著提升了重构算法的运行效率。

## 4 工程实例分析

高速线材轧机是典型的高速、重载设备,其精轧机组的线材出口速度超过 100 m/s,因此精轧故障率居于全生产线各机组(包括粗轧、中轧、预精轧及精轧等)之首。图 14 为高线轧机轴承故障实物图。该轴承为圆柱滚子轴承,位于轧机 II 轴,其内圈最后发生断裂失效。



图 14 高线轧机轴承故障实物图

Fig.14 Picture of faulty rolling bearing in high-speed wire mill

轧机轴承故障报警信号如图 15 所示,采样频率为 12 kHz,内圈故障频率为 117.2 Hz。图 15(a)为报警时域波形,可见一定的冲击特征,但因噪声干扰并不突出。图 15(b)为信号的包络解调谱,图中虽然可以发现内圈故障频率 117.2 Hz 及其 2 倍频,但在 500~1 000 Hz 范围内存在明显的干扰成分(图中红色虚线框)。

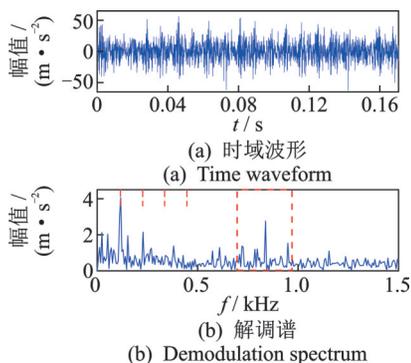


图 15 轧机轴承故障报警信号

Fig.15 Alarm signal of rolling bearing in high-speed wire mill

根据图 5 所示压缩感知诊断流程,设置压缩率  $CR=50\%$ ,选择高斯矩阵进行压缩测量,提取冲击片段构造单一模态稀疏字典,通过正交匹配追踪算法完成信号的重构。单一模态字典的压缩重构结

果如图 16 所示。由图 16(a)可见,时域波形中故障冲击成分得以复原,与图 15(a)相比,信噪比大幅提高。图 16(b)为重构信号的包络解调谱,图中 117.2 Hz 及其 2 倍频清晰可见,图 15(b)中的干扰成分及其他背景噪声得到明显抑制。

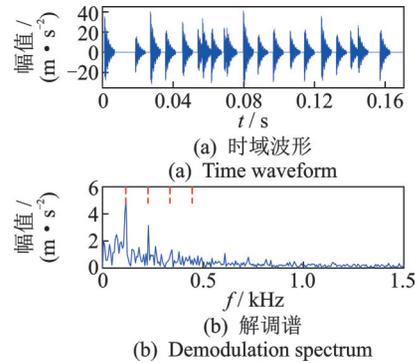


图 16 单一模态字典的压缩重构结果

Fig.16 Compressed reconstruction result based on single mode dictionary

为了对比应用效果,笔者将同一组信号分别采用 DCT 字典和 dmey 小波字典完成了压缩重构。经典字典的压缩重构结果如图 17 所示。与图 15(a)和图 16(a)对比可见,DCT 字典和 dmey 字典的压缩重构均未能起到提取故障冲击的作用,故障信息仍然被噪声所淹没。

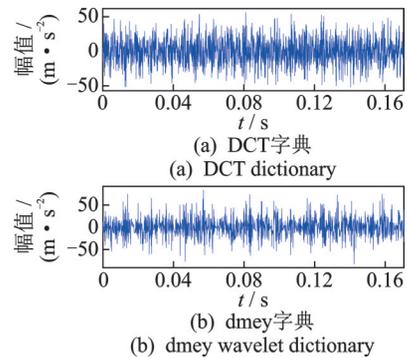


图 17 经典字典的压缩重构结果

Fig.17 Reconstruction results by classical dictionaries

通过以上分析可知,本研究基于长信号冲击片段建立的单一模态稀疏字典,在富含噪声的工程信号分析中体现了较强的特征提取能力。

## 5 结论

1) 建立了基于冲击片段信号的 Laplace 小波参数自适应选择方法,构造了与信号冲击特征最适配的 Laplace 小波模型。

2) 以优选的 Laplace 小波模型为基段,通过补

零插值与循环移位策略建立单一模态的稀疏字典矩阵。仿真信号的分析结果表明,基于片段信号建立的Laplace小波模型,与理论冲击模型高度一致。此外,单一模态稀疏字典的构造效率和系统消耗,优于传统的DCT字典和dmev小波字典。

3) 将单一模态Laplace小波稀疏字典嵌入压缩感知流程,完成信号的压缩测量与特征重构。工程数据的分析结果表明,与传统的压缩感知方法相比,融合单一模态稀疏字典的压缩感知诊断方法具有较强的冲击特征提取能力,更便于实现噪声环境下的故障特征辨识。

### 参 考 文 献

- [1] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [2] CANDÈS E J, ROMBERG J K, TAO T R E. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 2006, 59(8): 1207-1223.
- [3] CANDÈS E J, ROMBERG J, TAO T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489-509.
- [4] CHEN X F, DU Z H, LI J M, et al. Compressed sensing based on dictionary learning for extracting impulse components[J]. Signal Processing, 2014, 96(A): 94-109.
- [5] WANG H Q, KE Y L, LUO G G, et al. Compressed sensing of roller bearing fault based on multiple down-sampling strategy[J]. Measurement Science and Technology, 2016, 27(2): 025009.
- [6] 王强, 张培林, 王怀光, 等. 机械振动信号分块自适应压缩感知算法[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(2): 312-319.  
WANG Qiang, ZHANG Peilin, WANG Huaiguang, et al. Adaptive blocked compressed sensing algorithm for the machinery vibration signal[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(2): 312-319. (in Chinese)
- [7] 郭俊锋, 石斌, 雷春丽, 等. 基于双稀疏字典模型机械振动信号压缩感知方法[J]. 机械工程学报, 2018, 54(6): 118-127.  
GUO Junfeng, SHI Bin, LEI Chunli, et al. Method of compressed sensing for mechanical vibration signals based on double sparse dictionary model[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(6): 118-127. (in Chinese)
- [8] CUI L L, GONG X Y, ZHANG J Y, et al. Double-dictionary matching pursuit for fault extent evaluation of rolling bearing based on the Lempel-Ziv complexity[J]. Journal of Sound and Vibration, 2016, 385: 372-388.
- [9] YANG B Y, LIU R N, CHEN X F. Fault diagnosis for a wind turbine generator bearing via sparse representation and shift-invariant K-SVD [J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2017, 13(3): 1321-1331.
- [10] ZHANG X, LIU Z W, MIAO Q, et al. Bearing fault diagnosis using a whale optimization algorithm-optimized orthogonal matching pursuit with a combined time-frequency atom dictionary[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018, 107: 29-42.
- [11] LI Y Z, DING K, HE G L, et al. Non-stationary vibration feature extraction method based on sparse decomposition and order tracking for gearbox fault diagnosis[J]. Measurement, 2018, 124: 453-469.
- [12] TROPP J A, GILBERT A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(12): 4655-4666.
- [13] 訾艳阳, 李庆祥, 何正嘉. Laplace小波相关滤波法与冲击响应提取[J]. 振动工程学报, 2003, 16(1): 67-70.  
ZI Yanyang, LI Qingxiang, HE Zhengjia. Extraction of impulse response based on correlation filtering method of Laplace wavelet[J]. Journal of Vibration Engineering, 2003, 16(1): 67-70. (in Chinese)
- [14] 王诗彬, 朱忠奎, 王安柱. 基于瞬态冲击响应参数辨识的轴承故障特征检测[J]. 振动工程学报, 2010, 23(4): 445-449.  
WANG Shibin, ZHU Zhongkui, WANG Anzhu. Bearing fault feature detection based on parameter identification of transient impulse response[J]. Journal of Vibration Engineering, 2010, 23(4): 445-449. (in Chinese)



**第一作者简介:** 张建宇,男,1975年8月生,博士、副教授。主要研究方向为机电设备故障诊断、风电系统动力学等。  
E-mail: zhjy\_1999@bjut.edu.cn