

## 简谐激励下碰弹强化吸振器的特性试验研究\*

陈建恩<sup>1,2,3</sup>, 董博康<sup>1,2,3</sup>, 闫旭<sup>1,2,3</sup>, 李双宝<sup>4</sup>

(1. 天津理工大学天津市先进机电系统设计及智能控制重点实验室 天津, 300384)

(2. 天津理工大学机械工程学院 天津, 300384)

(3. 天津理工大学机电工程国家级实验教学示范中心 天津, 300384)

(4. 中国民航大学理学院 天津, 300300)

**摘要** 为了提升传统纯立方吸振器的吸振效果并避免由高分支响应造成的失效,在纯立方吸振器的质量块两侧安装由碰撞板和弹簧组成的小型装置,构造出一种新型的碰弹强化吸振器。首先,设计并加工了由单自由度线性主振子和该吸振器构成的试验平台;其次,对比研究了在简谐激励下连接碰弹强化吸振器与连接纯立方吸振器的主振子加速度响应的差异;最后,试验分析了吸振器的弹簧刚度和碰弹间隙两个参数对主振子加速度响应的影响。结果表明:碰弹强化吸振器具有优越的减振性能,可以改变整个系统的稳定性,并且能够抑制分岔的发生,消除系统在较大激励下的高分支响应;通过合理控制两个参数,碰弹强化吸振器可以得到更好的振动抑制效果。

**关键词** 非线性振动;减振;稳定性;碰弹强化;吸振器;高分支

**中图分类号** TH113;O322

### 引言

非线性能量阱 (nonlinear energy sink, 简称 NES) 是近年来被广泛关注的一类吸振装置<sup>[1-3]</sup>。纯立方吸振器 (或称纯立方 NES) 是非线性能量阱类装置的最初结构形式,通常由较轻的质量元件、线性阻尼元件和纯立方刚度元件等部分构成。纯立方吸振器以其宽频吸振、质量轻等优势受到了振动控制领域学者的重视。Zhang 等<sup>[4]</sup>研究了带有纯立方吸振器的轴向运动梁的强迫振动响应,发现该吸振器具有很好的振动抑制效果。Dai 等<sup>[5]</sup>利用纯立方吸振器对涡激振动进行了抑制。刘中坡等<sup>[6]</sup>对具有几何非线性的吸振器的宽频吸振特性进行了研究,发现其可以在较宽的频带范围内具有较好的振动抑制效果。Tian 等<sup>[7]</sup>利用纯立方吸振器对高超声速机翼的气动失稳进行了抑制。Aghayari 等<sup>[8]</sup>利用纯立方吸振器降低了涡轮机叶片振动。Yang<sup>[9]</sup>等对连接纯立方吸振器的输流管道的动力学进行了研究,肯定了吸振器的效果。

通过对传统的纯立方吸振器进行结构改进,可以进一步提升其吸振性能。Geng 等<sup>[10-12]</sup>提出了限幅式 NES,该装置在纯立方吸振器的基础上加装了限

幅弹簧,又通过使用分段阻尼进一步提升了吸振器的性能。Zang 等<sup>[13]</sup>提出了一种杠杆式 NES,发现其优于具有相同参数的常规纯立方吸振器。Zhang 等<sup>[14]</sup>在纯立方吸振器中加入惯容器,由于惯容器能够以较小的质量产生很大的惯性,因此能够进一步降低纯非线性吸振器的质量。Wei 等<sup>[15]</sup>为纯非线性吸振器加装碰撞边界,可以提高吸振器在大幅激励下的性能。姚红良等<sup>[16]</sup>研发了一种可调的双稳态非线性能量阱,该装置具有很好的振动抑制效果。李继伟等<sup>[17]</sup>将冲击减振器与纯立方吸振器进行联合使用,取得了很好的吸振效果。

消除连接纯立方吸振器的系统所产生的高分支响应是诸多改进之中的一种思路。钟锐等<sup>[18]</sup>通过对比研究了单自由度纯立方吸振器和两自由度串联纯立方吸振器的振动抑制效果,分析了串联装置对系统高分支响应的抑制。陈建恩等<sup>[19]</sup>提出非光滑纯非线性吸振器,发现通过合理控制间隙,吸振器可以有效抑制系统高分支响应的产生。Starosvetsky 等<sup>[20]</sup>建立了由线性主振子和具有非线性阻尼特性的 NES 组成的系统,发现分段二次阻尼元件可以抑制系统的高分支响应。

碰撞是一种有效的能耗方式,碰弹非线性能量

\* 国家自然科学基金资助项目(11872274,12172376)

收稿日期:2022-01-09;修回日期:2022-04-10

阱就是利用碰撞进行减振的一种装置<sup>[21-22]</sup>。非弹性碰撞发生时,不仅会产生能量消耗,还能够将低频能量转移至高频,相对而言高频振动更利于能量的消耗。Geng等<sup>[23]</sup>提出了一种特殊的碰撞减振器,利用小球碰撞连接于弹簧的挡板,实现了多模态减振。

笔者基于传统的纯立方吸振器,在质量块的两侧安装碰弹装置,构成一种新型的碰弹强化吸振器,通过增加碰撞挡块和约束弹簧,以达到更高的吸振效果,并避免由高分支响应造成的吸振器失效。设计并加工了由单自由度线性主振子和该吸振器构成的试验装置,研究了吸振器的吸振性能,分析了对置弹簧的刚度系数和碰弹间隙两个参数对主振子加速度的影响,为解决工程振动问题提供一种新的方案。

## 1 试验装置

试验装置示意图如图1所示。该装置由单自由度线性主振子与碰弹强化吸振器组成,主要包括底座、主质量 $M$ 、主振子线性弹簧(3个)、TBR16导轨(2个)、质量块 $m_2$ 、拉伸弹簧(2个)、碰撞板(2个)以及对置弹簧(2个)。图1中序号所对应的试验装置部件名称如表1所示。本试验中纯立方吸振器与主振子质量比约为6%,所有附加装置(纯立方吸振器和碰弹装置)与主振子质量比约为9%,激振器的作用是试验装置提供持续的激励。单自由度线性主振子由TBR16导轨、滑动挡板、主振子线性弹簧、主质量及固定挡板组成。其中,滑动挡板和主质量都可以在TBR16导轨上做水平直线运动,固定挡板和TBR16导轨都固定在底座上,TBR16导轨和主振子线性弹簧分别为主振子提供阻尼和线性刚度。碰弹强化吸振器由纯立方吸振器和碰弹装置组成,碰撞板和对置弹簧构成碰弹装置,质量块、TRN7C导轨和拉伸弹簧构成纯立方吸振器。其中,质量块和碰撞板都可以在TRN7C导轨上做水平直线运动,TRN7C导轨和拉伸弹簧分别为吸振器提供阻尼和立方刚度。加速度传感器和反馈传感器分别获取主

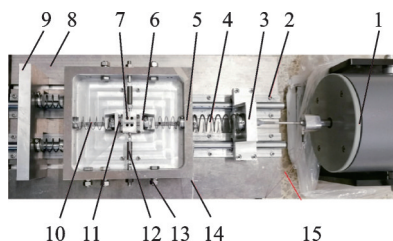


图1 试验装置示意图

Fig.1 Schematic diagram of test device

振子振动响应加速度信号和振动台反馈信号,并利用ECON信号采集仪对主振子的振动响应加速度信号进行处理和分析。

螺栓配重是为了保持主振子质量不变,当连接碰弹强化吸振器时,5个螺栓配重都需要安装在主振子上(约等于主振子内部的质量块和碰撞板的质量总和)。当碰撞板固定进行连接纯立方吸振器的试验时,只需要加2套螺栓配重(约等于质量块的质量)即可。进行参数分析时,碰弹强化吸振器的对置弹簧刚度系数和碰弹间隙,分别用弹簧测力计和游标卡尺测量。

表1 试验装置部件名称

Tab.1 Component names of test device

序号	名称
1	激振器
2	TBR16导轨
3	滑动挡板
4	主振子线性弹簧
5	主质量( $m=2.8$ kg)
6	碰撞板( $m_1=0.084$ kg)
7	质量块( $m_2=0.096$ kg)
8	底座
9	固定挡板
10	对置弹簧
11	TRN7C导轨( $m_3=0.069$ kg)
12	拉伸弹簧
13	螺栓配重( $m_4=0.185$ kg)
14	加速度传感器
15	反馈传感器

## 2 碰弹强化吸振器与纯立方吸振器

连接好试验装置与激振器后,固定吸振器质量块及其两侧的碰撞板。利用振动控制器进行扫频试验,让激振器的振动频率由5 Hz扫频至10 Hz,扫频试验得到主振子固有频率在6.1 Hz附近。

### 2.1 纯立方吸振器的振动抑制

在激励频率6.1 Hz下,逐步增加激励加速度,即依次使用0.4 g,0.5 g,0.6 g和0.7 g的加速度,采集主振子在这4种情况下的加速度响应信号。由于吸振器具有纯立方刚度,会导致系统在共振频率附近发生不同的响应,如稳态周期响应(试验中通常表现为概周期)、弱调制响应和强调制响应。其中,强调制响应是一种非常特殊的响应,当系统出现强调制

响应时,纯立方吸振器的振动抑制效率会大大提升。强调制响应会使主系统的响应发生根本性变化,可以对主振子的振幅进行调节,且该响应具有不稳定性,这些都可让纯立方吸振器产生更高效的振动抑制效果。但是,强调制响应表现为振幅周期性时大时小的变化,尽管其能促进能量从主振子转移至吸振器,但要依据具体的工程要求确定是否需要刻意设计出该响应。

试验结果表明,传统的纯立方吸振器对主振子的抑振效果明显。连接与未连接纯立方吸振器的主振子加速度如图2所示。当激励加速度为0.4 g和0.5 g时,系统的响应为稳态周期响应,这是纯立方

吸振器最常见一种响应,其对主振子振动抑制效果良好且稳定;当激励加速度为0.6 g时,系统的响应为弱调制响应,这也是纯立方吸振器诱发的一种特殊响应。图2(a,b,c)分别为激励加速度为0.4 g,0.5 g和0.6 g时的信号,无吸振器的主振子加速度幅值依次为3.283 g,3.6 g和3.952 g。同时,连接纯立方吸振器的主振子加速度幅值也逐步增加,依次为0.5 g,0.592 g和0.6 g,通过连接纯立方吸振器使主振子加速度幅值分别降低了84.8%,83.6%和84.2%。激励加速度较小时,如0.4 g和0.5 g,连接纯立方吸振器的系统响应相对稳定。当激励加速度进一步增加至0.6 g时,该系统就会产生特殊的弱调制响应。

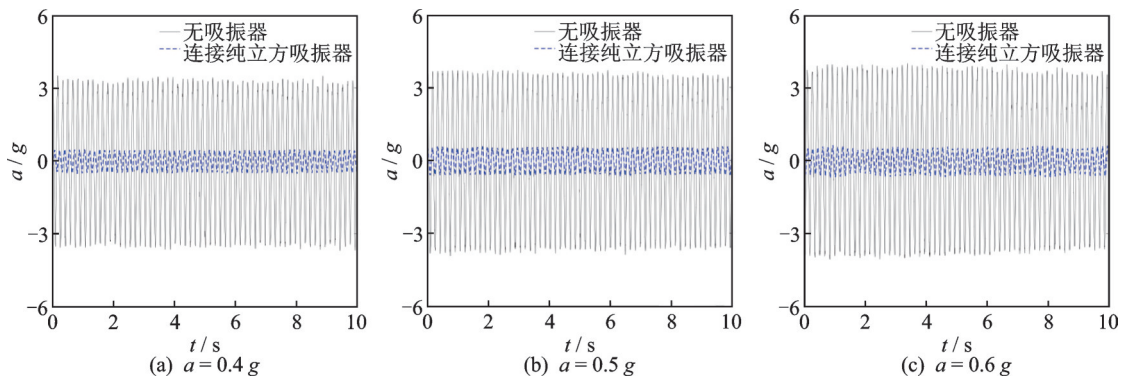


图2 连接与未连接纯立方吸振器的主振子加速度

Fig.2 Acceleration of main oscillator with and without purely nonlinear vibration absorber

当激励加速度增大至0.7 g时,连接纯立方吸振器的系统响应变成了强调制响应。由于激励加速度为0.6 g时不连接吸振器的主振子的振幅已经非常大,为避免对试验装置造成破坏,未测量该情况下激励加速度为0.7 g的数据。强调制响应在动力学方面具有不稳定性,主振子幅值会由小逐渐变大,再从大逐渐变小,如此往复循环。

## 2.2 碰弹强化装置的效果

为提高纯立方吸振器的减振性能和鲁棒性,在

吸振器两侧各安装了一个小型结构,称之为碰弹装置。选取长度为50 mm、线径为1.0 mm的压缩弹簧连接碰撞板,构成间隙长度 $L=30$  mm的碰弹装置。采集 $a=0.4$  g~0.7 g时碰弹强化吸振器与纯立方吸振器的数据,连接不同吸振器的主振子加速度如图3所示。

当激励加速度为0.4 g时,连接两种吸振器的系统都发生了稳态周期响应,且连接两者的主振子加速度曲线基本相同,如图3(a)所示。由于外部激励加速度过小,导致碰弹强化吸振器的质量块无法撞

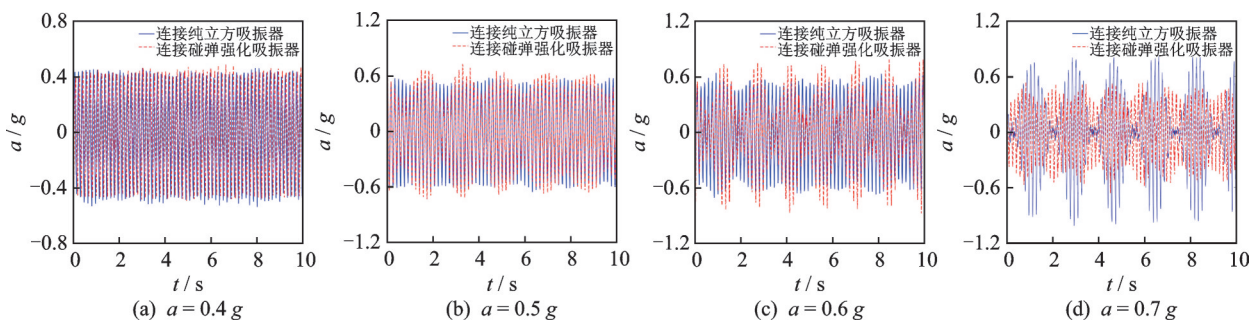


图3 连接不同吸振器的主振子加速度

Fig.3 Acceleration of main oscillator connected to different vibration absorbers



击两侧碰弹装置,该吸振器吸振效果没有被激发。因此,激励加速度较小时,两种吸振器的减振效能相同。图3(b)为激励加速度为 $0.5\text{ g}$ 时的主振子响应,虽然连接碰弹强化吸振器的系统发生了强调制响应,但是连接两种吸振器的主振子加速度响应差别仍不大。当激励加速度增大到一定程度时,碰弹强化吸振器会撞击两侧碰弹装置,两侧撞击效果为一侧强一侧弱。由于碰弹装置会耗散吸振器的能量,导致发生1~2次碰撞后吸振器幅值会降低,无法撞击两侧的碰弹装置。经过短时间的积累,吸振器能量会升高,碰弹装置再次被激发,但吸振器幅值很快又会被抑制无法发生碰撞。如此循环往复,连接碰弹强化吸振器的系统发生了强调制响应。图3(c)为激励加速度为 $0.6\text{ g}$ 时测得的信号,连接两种吸振器的系统都发生了调制响应,虽然连接碰弹强化吸振器主振子加速度幅值略大于连接传统的纯立方吸振器主振子加速度幅值,但被前者吸收的振动能量大于后者。图3(d)为激励加速度为 $0.7\text{ g}$ 时的响应,连接两种吸振器的系统都发生了强调制响应,结果显示碰弹强化吸振器的减振效果更好。虽然连接纯立方吸振器的主振子加速度幅值的变化很明显,但是其加速度幅值比连接碰弹强化吸振器的主振子幅值高出很多。

综上所述,当激励加速度较小时,如 $0.4\text{ g}$ 和 $0.5\text{ g}$ ,两种吸振器的性能非常接近。尽管激励加速度为 $0.5\text{ g}$ 时,连接碰弹强化吸振器的系统产生了强调制响应,但并未显著提高其性能。当激励幅值进一步增加至 $0.6\text{ g}$ 和 $0.7\text{ g}$ 时,碰弹强化吸振器显示出一定的优势。

### 2.3 高分支响应的抑制

高分支响应对吸振器来说是一种危害极大的响应,会引发吸振器的突发性失效。随着试验中激振器加速度的增大,吸振器在共振频率下出现了不稳定的强调制响应,虽然强调制响应对主振子的振动抑制效果明显,但其常常伴随着系统的高分支响应的发生。当激励幅值达到某一值后,连接纯立方吸振器的系统会在略低于共振频率的一个频带内出现由分岔现象所衍生的高分支响应<sup>[24-25]</sup>。在相关试验中,对系统施加简谐激励的同时再给主振子施加适当大小的外部冲击,就会引起吸振器的突发性失效,即系统出现高分支响应。

试验中激励频率为 $5.6\text{ Hz}$ ,加速度为 $0.5\text{ g}$ ,系统在一次冲击下产生了高分支响应。高分支响应的

激发与抑制如图4所示。连接纯立方吸振器的主振子在前 $25\text{ s}$ 的时间内产生的是稳态周期响应。在 $25\text{ s}$ 时,对主振子给予一次冲击,吸振器幅值越来越大,直至出现系统的另一稳态响应,并且不会返回到其第1个稳态响应。反映在主振子的加速度上,就是其值突然增大到 $1\text{ g}$ ,且加速度以 $0.06\text{ g/s}$ 的速率上升,在 $42\text{ s}$ 时加速度达到 $2\text{ g}$ ,之后加速度趋于平稳,这种情况就是激发了高分支响应。

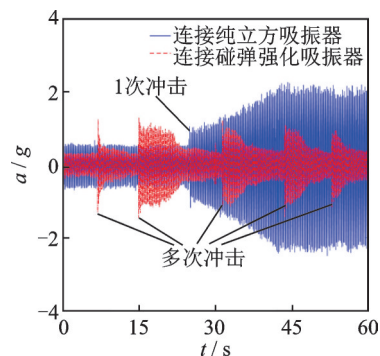


图4 高分支响应的激发与抑制

Fig.4 Excitation and suppression of high branch response

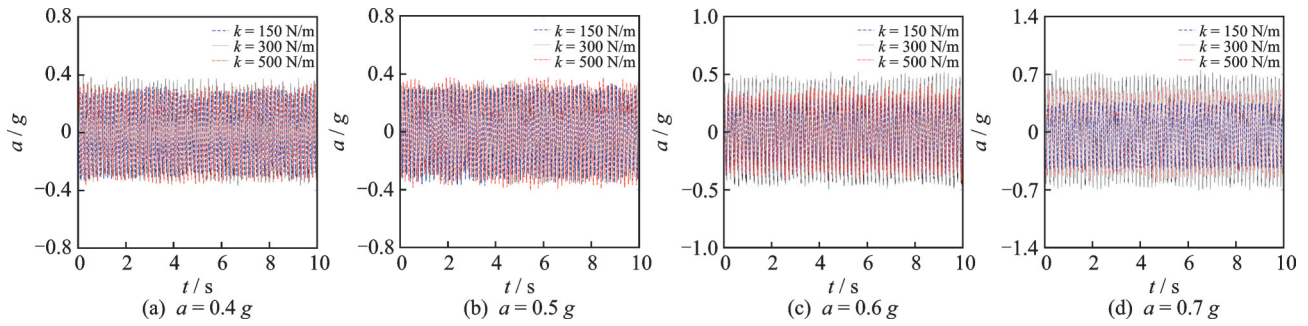
碰弹装置选取线径为 $1.2\text{ mm}$ 、长度为 $50\text{ mm}$ 的压缩弹簧,构成碰弹间隙为 $30\text{ mm}$ 的碰弹强化吸振器。由图4可知,碰弹强化吸振器能够抑制分岔的发生,从而消除系统在较大激励下的高分支响应。 $0\sim 7\text{ s}$ 时,连接碰弹强化吸振器的主振子加速度幅值较低;在 $7, 15, 32, 44$ 和 $53\text{ s}$ 时分别给予主振子一个冲击,加速度幅值会分别跳跃到 $1.3\text{ g}, 1.3\text{ g}, 1.2\text{ g}, 1.4\text{ g}$ 和 $1.2\text{ g}$ 。每次冲击之后吸振器的幅值都会立刻增大,由于吸振器撞击两侧碰弹装置,该装置耗散了吸振器的能量,使系统始终无法跳跃至另一稳态。

## 3 碰弹装置参数分析

### 3.1 对置弹簧刚度系数

控制碰弹间隙不变, $L=20\text{ mm}$ 时对置弹簧刚度系数 $k$ 的影响如图5所示。选取长度为 $60\text{ mm}$ 、线径分别为 $1.0, 1.2$ 和 $1.4\text{ mm}$ 的弹簧,3种弹簧的刚度系数 $k$ 分别为 $150, 300$ 和 $500\text{ N/m}$ 。在激励频率为 $6.1\text{ Hz}$ 时,逐步增加激励加速度,即依次使用 $0.4\text{ g}, 0.5\text{ g}, 0.6\text{ g}$ 和 $0.7\text{ g}$ 的加速度,采集主振子在这4种情况下的加速度响应信号。

由图5(a, b)可知,虽然为碰弹装置更换了3种不同的弹簧,但是对系统的减振效果没有明显差异,主振子的加速度幅值都保持在 $0.3\text{ g}$ 左右。由图5(c, d)可知,碰弹装置选取 $k=300\text{ N/m}$ 的对置弹簧

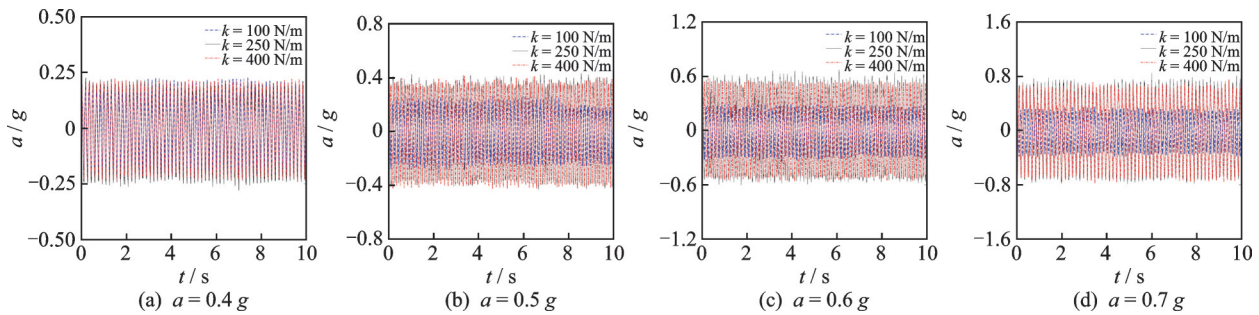
图5  $L=20$  mm时对置弹簧刚度系数的影响Fig.5 Influence of stiffness coefficient of opposed springs when  $L=20$  mm

对系统的减振效果最差,此时主振子加速度幅值分别为 $0.45 g$ 和 $0.67 g$ ;碰弹装置选取 $k=500\text{ N/m}$ 的对置弹簧对系统的减振效果适中,主振子加速度幅值分别为 $0.4 g$ 和 $0.5 g$ ;选取 $k=150\text{ N/m}$ 的对置弹簧对系统的减振效果最好,主振子加速度幅值依次为 $0.36 g$ 和 $0.38 g$ 。试验结果表明,激励加速度较小时,3种刚度系数的对置弹簧对系统的减振效果没有明显差异;随着激励加速度增加到 $0.6 g$ 和 $0.7 g$ 时,刚度系数最小的对置弹簧( $k=150\text{ N/m}$ )对系统的减振效果最好,而刚度系数中等的对置弹簧( $k=300\text{ N/m}$ )对系统的减振效果最差。

控制碰弹间隙不变, $L=10\text{ mm}$ 时对置弹簧刚度系数的影响如图6所示。选取长度为 $70\text{ mm}$ 、线径分别为 $1.0, 1.2$ 和 $1.4\text{ mm}$ 的对置弹簧,3种弹簧的刚度系数 $k$ 分别为 $100, 250$ 和 $400\text{ N/m}$ 。采集主振

子加速度响应的方法与次序与前面相同。

由图6(a)可知,虽然碰弹装置更换3种不同的对置弹簧,但是对系统的减振效果没有明显差异,主振子的加速度幅值基本保持在 $0.21g$ 左右。由图6(b,c,d)可知,碰弹装置选取 $k=100\text{ N/m}$ 的对置弹簧对系统的减振效果最好,3种激励加速度下对应主振子加速度幅值依次为 $0.27 g, 0.3 g$ 和 $0.33 g$ 左右;在这3种激励加速度下更换为 $k=250\text{ N/m}$ 和 $k=400\text{ N/m}$ 的对置弹簧,主振子加速度响应基本相同,对应的主振子加速度幅值依次为 $0.4 g, 0.55 g$ 和 $0.7 g$ 。试验结果表明,激励加速度较小时,3种对置弹簧对应的主振子加速度曲线基本吻合;当激励加速度依次增加至 $0.5 g, 0.6 g$ 和 $0.7 g$ 时,刚度系数最小的对置弹簧( $k=100\text{ N/m}$ )在减振方面具有明显的优势;另外两个刚度系数的对置弹簧对系统的减振效果基本相同。

图6  $L=10\text{ mm}$ 时对置弹簧刚度系数的影响Fig.6 Influence of stiffness coefficient of opposed springs when  $L=10\text{ mm}$ 

### 3.2 碰弹间隙

合理控制碰弹间隙 $L$ 可以提升碰弹强化吸振器的性能和鲁棒性。通过对置弹簧刚度系数的研究发现,相同长度下刚度系数最小的压缩弹簧对系统的减振效果最好。试验选取线径都为 $1.0\text{ mm}$ 而长度逐步减少的对置弹簧,即依次更换长度为 $70, 60$ 和 $50\text{ mm}$ 的对置弹簧,对应的碰弹间隙 $L$ 分别为 $10, 20$

和 $30\text{ mm}$ 。碰弹间隙的影响如图7所示。

由图7(a)可知,当 $L$ 为 $10$ 和 $20\text{ mm}$ 时,吸振器可以撞击一侧的碰弹装置,该装置能够耗散系统能量,主振子幅值分别为 $0.22 g$ 和 $0.3 g$ ;当 $L=30\text{ mm}$ 时,吸振器幅值过小,无法撞击两侧的碰弹装置,碰弹强化吸振器未激发,主振子幅值在同等试验条件下最高,为 $0.45 g$ 。由图7(b,c,d)可知,因为质量块都可以撞击两侧的碰弹装置,碰弹强化吸振器可以

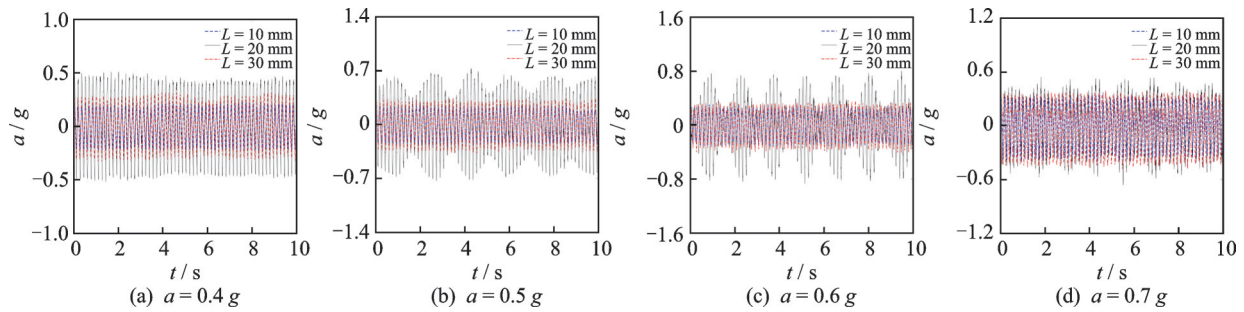


图7 碰弹间隙的影响

Fig.7 Influence of collision-elasticity clearance

被完全激发;当 $L$ 为10和20 mm时,系统都是稳态周期响应,连接 $L=10$  mm碰弹强化吸振器的主振子加速度幅值略低于连接 $L=20$  mm碰弹强化吸振器的主振子加速度幅值;当 $L=30$  mm时,系统产生了强调制响应,主振子加速度幅值较高且不稳定,此碰弹间隙不利于系统减振。

试验结果表明,若碰弹间隙过大( $L=30$  mm),系统在 $0.5 g$ 以上激励加速度下会出现不稳定的强调制响应。通过合理控制碰弹间隙可以有效抑制强调制响应的产生,如 $L=10$  mm碰弹强化吸振器具有较好的性能和鲁棒性。当激励加速度为 $0.7 g$ 时,不同间隙时的主振子加速度的差异则不明显。

## 4 结 论

1) 设计并加工了由单自由度线性主振子和碰弹强化吸振器构成的试验装置,分析了该吸振器在简谐激励下对主振子加速度响应的影响。将连接纯立方吸振器和连接碰弹强化吸振器的主振子加速度响应进行对比,结果表明,在激励加速度为 $0.4 g$ 和 $0.5 g$ 时,两种吸振器性能接近;当激励加速度增加至 $0.6 g$ 和 $0.7 g$ 后,碰弹强化吸振器具有较好的吸振性能。此外,碰弹强化吸振器可以有效抑制纯立方吸振器所导致的高分支响应。

2) 分析了碰弹装置刚度系数和碰弹装置与纯立方振子之间的间隙对主振子加速度响应的影响,结果显示,两个参数选取不当会使系统产生不稳定的响应,比如强调制响应。在参数分析试验中,碰弹强化吸振器选取参数最小值时具有更好的性能。在简谐激励加速度已知的情况下,通过合理控制两个参数,碰弹强化吸振器会有更佳的吸振性能。

## 参 考 文 献

[1] VAKAKIS A F. Inducing passive nonlinear energy sinks in vibrating systems[J]. Journal of Vibration and

Acoustics, 2001, 123(3): 324-332.

- [2] LU Z, WANG Z X, ZHOU Y, et al. Nonlinear dissipative devices in structural vibration control: a review[J]. Journal of Sound and Vibration, 2018, 423: 18-49.
- [3] CHEN H Y, MAO X Y, DING H, et al. Elimination of multimode resonances of composite plate by inertial nonlinear energy sinks[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 135: 106383.
- [4] ZHANG Y W, HOU S, XU K F, et al. Forced vibration control of an axially moving beam with an attached nonlinear energy sink[J]. Acta Mechanica Sinica, 2017, 30(6): 674-682.
- [5] DAI H L, ABDELKEFI A, WANG L. Vortex-induced vibrations mitigation through a nonlinear energy sink[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2017, 42: 22-36.
- [6] 刘中坡, 吕西林, 王栋, 等. 非线性能量阱刚度优化计算与振动台试验[J]. 振动与冲击, 2016, 35(20): 77-84, 103.  
LIU Zhongpo, LÜ Xilin, WANG Dong, et al. Stiffness optimization of nonlinear energy sink and shaking table test[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(20): 77-84, 103.(in Chinese)
- [7] TIAN W, LI Y M, LI P, et al. Passive control of nonlinear aeroelasticity in hypersonic 3-D wing with a nonlinear energy sink[J]. Journal of Sound and Vibration, 2019, 462: 114942.
- [8] AGHAYARI J, BAB S, SAFARPOUR P, et al. A novel modal vibration reduction of a disk-blades of a turbine using nonlinear energy sinks on the disk[J]. Mechanism and Machine Theory, 2021, 155: 104048.
- [9] YANG T Z, LIU T, TANG Y, et al. Enhanced targeted energy transfer for adaptive vibration suppression of pipes conveying fluid[J]. Nonlinear Dynamics, 2019, 97(3): 1937-1944.
- [10] GENG X F, DING H, MAO X Y, et al. Nonlinear energy sink with limited vibration amplitude[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 156: 107625.



- [11] GENG X F, DING H. Theoretical and experimental study of an enhanced nonlinear energy sink[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2021, 104(4): 3269-3291.
- [12] GENG X F, DING H. Two-modal resonance control with an encapsulated nonlinear energy sink[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2022, 520: 116667.
- [13] ZANG J, YUAN T C, LU Z Q, et al. A lever-type nonlinear energy sink[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2018, 437: 119-134.
- [14] ZHANG Z, LU Z Q, DING H, et al. An inertial nonlinear energy sink[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2019, 450: 199-213.
- [15] WEI Y M, WEI S, ZHANG Q L, et al. Targeted energy transfer of a parallel nonlinear energy sink[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2019, 40(5): 621-630.
- [16] 姚红良, 刘帅, 王钰玮, 等. 可调永磁双稳态非线性能量阱及应用研究[J]. *振动与冲击*, 2020, 39(3): 127-133, 141.  
YAO Hongliang, LIU Shuai, WANG Yuwei, et al. Adjustable permanent magnet bi-stable nonlinear energy sink and its application[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2020, 39(3): 127-133, 141.(in Chinese)
- [17] 李继伟, 赵泽福. 冲击减振器与非线性能量阱耦合系统的振动抑制研究[J]. *动力学与控制学报*, 2020, 18(2): 76-81.  
LI Jiwei, ZHAO Zefu. Vibration reduce for an impact damper coupled with nonlinear energy sink[J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2020, 18(2): 76-81.(in Chinese)
- [18] 钟锐, 陈建恩, 葛为民, 等. 串联非线性能量阱的高分支响应研究[J]. *动力学与控制学报*, 2019, 17(3): 251-257.  
ZHONG Rui, CHEN Jian'en, GE Weimin, et al. Research on higher branch response of series nonlinear energy sink[J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2019, 17(3): 251-257.(in Chinese)
- [19] 陈建恩, 张维兴, 胡文华, 等. 刚度递增式非光滑纯非线性吸振器的幅频响应特性研究[J]. *振动与冲击*, 2021, 40(11): 170-175.  
CHEN Jian'en, ZHANG Weixing, HU Wenhua, et al. Amplitude-frequency response characteristics of non-smooth pure nonlinear vibration absorber with increasing stiffness[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2021, 40(11): 170-175.(in Chinese)
- [20] STAROSVETSKY Y, GENDELMAN O V. Vibration absorption in systems with a nonlinear energy sink: nonlinear damping[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 324(3/4/5): 916-939.
- [21] LI T, QIU D, SEGUY S, et al. Activation characteristic of a vibro-impact energy sink and its application to chatter control in turning[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2017, 405: 1-18.
- [22] GZAL M, FANG B, VAKAKIS A F, et al. Rapid non-resonant intermodal targeted energy transfer (IMTET) caused by vibro-impact nonlinearity[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2020, 101(4): 2087-2106.
- [23] GENG X F, DING H, WEI K X, et al. Suppression of multiple modal resonances of a cantilever beam by an impact damper[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2020, 41(3): 383-400.
- [24] CHEN J E, HE W, ZHANG W, et al. Vibration suppression and higher branch responses of beam with parallel nonlinear energy sinks[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2018, 91(2): 885-904.
- [25] GOURC E, MICHON G, SEGUY S, et al. Experimental investigation and design optimization of targeted energy transfer under periodic forcing[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2014, 136(2): 021021.



第一作者简介:陈建恩,男,1984年12月生,博士、副教授。主要研究方向为机械系统非线性振动及控制。  
E-mail: vchenje@163.com