

## 二级减速器故障系统建模及 SVD-MMSE 劣化评估\*

解开泰, 章翔峰, 周建星, 余满华, 王胜男, 姚俊, 张旭龙

(新疆大学机械工程学院 乌鲁木齐, 830047)

**摘要** 为检测故障齿轮劣化程度并进行有效的程度评估,通过有限元法建立含有正常、裂纹和断齿等 3 种齿轮状态的二级直齿轮减速器系统模型。首先,分别计算 3 种状态的齿轮时变啮合刚度,并综合考虑轴承支撑刚度,得到了 3 种不同状态下的轴承振动响应;其次,引入多元多尺度样本熵(multivariate multiscale sample entropy,简称 MMSE)对故障齿轮的劣化程度进行分析;最后,引进奇异值分解(singular value decomposition,简称 SVD)算法进行预处理,以达到更好的诊断效果来综合评定故障齿轮生命周期的劣化程度。结果表明:齿轮发生故障时,主要导致时频域信号发生转频调制,时域存在有规律的冲击,频域出现边频带,且分布在输入轴的转频及其倍频和啮频及其倍频处;随着故障程度的增加,劣化越发明显,频率成分也发生改变,致使 MMSE 值也随之变化,且整体呈单调递减趋势;SVD-MMSE 算法能有效地对齿轮故障程度进行判别,降低了噪声对于劣化程度检测准确性的影响。

**关键词** 性能劣化;有限元分析;时变啮合刚度;奇异值分解;多元多尺度样本熵

**中图分类号** TH132

### 引言

齿轮传动是机械传动的主要组成部分,具有高传动效率、稳定的传动比和结构紧凑等特点,在整个工业体系中占有重要地位。但是,齿轮服役环境相对恶劣且存在众多激励源作用,其生命周期易发生不同程度的故障,导致整个系统停滞,严重时可能造成安全事故。因此,研究齿轮整个生命周期的劣化程度具有举足轻重的意义<sup>[1]</sup>。

国内外学者分别从故障机理和劣化程度评估两个方面做了大量的研究工作。在故障机理方面,Howard 等<sup>[2]</sup>利用有限元软件建立了考虑了齿轮啮合时齿轮扭转啮合刚度变化的模型,旨在探讨摩擦对齿轮箱合成振动的影响。孙琦等<sup>[3]</sup>采用集中参数法建立了 6 自由度模型,并将电机和负载考虑进去。孟宗等<sup>[4]</sup>考虑时变啮合刚度和齿间滑动摩擦,建立了 6 自由度齿轮系统动力学模型。王胜男等<sup>[5]</sup>分析计入传动轴柔性,齿轮箱的响应成分更能真实反映轴承间的载荷变化。

以往的故障诊断对于劣化程度的判别大多是基于线性信号进行假设和处理,忽略了信号的非线性特征,因此许多学者通过熵概念提出了判别劣化程度的方法。杨云等<sup>[6]</sup>针对难以判别的轴承运行振动

信号中的状态特征,提出参数优化变分模态分解和最优多尺度排列熵结合的特征向量构建的方法。李从志等<sup>[7]</sup>为了精确地提取滚动轴承非线性故障特征,将一种非线性动力学分析方法——精细复合多尺度散布熵引入到滚动轴承的故障特征提取中。张建财等<sup>[8]</sup>针对滚动轴承故障振动信号紊乱、故障特征提取困难以及故障诊断准确性低等问题,提出基于变分模态分解和多尺度排列熵的滚动轴承故障特征提取方法,并采用经粒子群算法优化的概率神经网络故障诊断模型进行故障类型识别。许凡等<sup>[9]</sup>针对滚动轴承故障诊断中多尺度样本熵特征向量维数高及其维度难以确定的问题,提出了一种基于多尺度样本熵的主成分分析的模糊聚类故障识别模型。Lü 等<sup>[10]</sup>提出了一种基于完全集成自适应噪声经验模态分解和改进的 MMSE 的滚动轴承健康退化监测和早期故障诊断方法,而改进后的 MMSE 比最原始的样本熵(sample entropy,简称 SE)可以更准确地反映滚动轴承的本征动态特性。通过上述研究可以发现,对于故障状态的分析不仅仅是单一的诊断算法分析,因为试验信号具有高维性和冗余性,且大多数含有噪声,对于诊断算法的诊断准确率有很大的影响,所以通常在诊断信号前利用辅助算法进行分析,以此来提高诊断的准确率。孟宗等<sup>[11]</sup>采用奇

\* 国家自然科学基金资助项目(51865054);新疆维吾尔自治区天山英才培育资助项目

收稿日期:2021-09-22;修回日期:2021-11-20

异值累积法对原信号进行降噪处理,所得数值反映的故障冲击更接近实际情况。

为了对齿轮劣化程度进行诊断,笔者通过有限元法建立了含有3种状态的动力学模型进行机理分析和试验验证,利用SVD对试验信号进行预处理,使用通过滑动平均法改进的MMSE算法,并提出SVD-MMSE算法实现试验信号劣化程度判别。

## 1 齿轮传动系统的有限元模型

### 1.1 传动系统模型的构建

二级减速器齿轮故障劣化评估流程见图1。

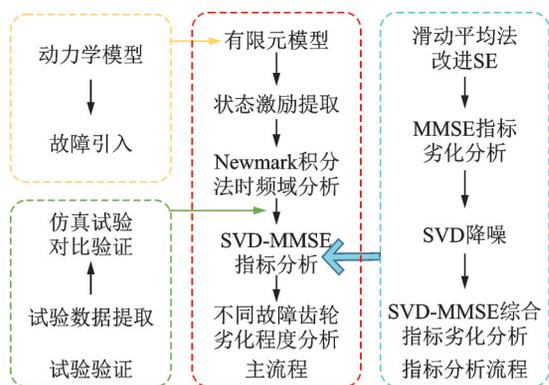


图1 二级减速器齿轮故障劣化评估流程

Fig.1 Gear failure deterioration assessment process of two-stage reducer

笔者通过 Spectra Quest 故障诊断综合试验台,对齿轮系统进行了研究。图2为二级直齿轮减速器传动系统实物图。齿轮系统包括输入输出系统、齿轮轴系组成的传动系统及轴承底座组成的结构系统。

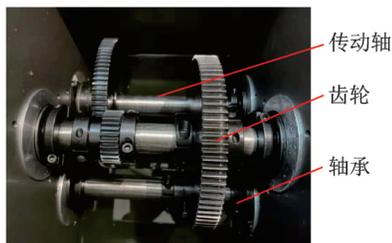


图2 二级直齿轮减速器传动系统实物图

Fig.2 Physical drawing of the transmission system of the two-stage spur gear reducer

二级齿轮传动系统结构模型如图3所示。该系统由3根轴(输入轴、中间轴、输出轴)、2对齿轮副和3组深沟球轴承组成。二级齿轮传动系统轴参数和齿轮参数分别如表1,2所示。

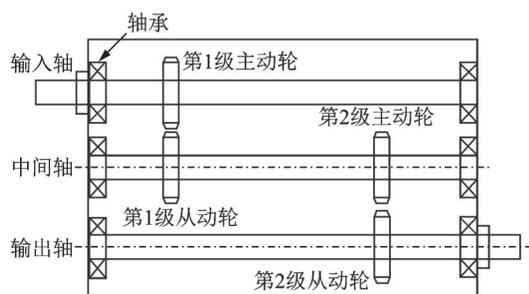


图3 二级齿轮传动系统结构模型

Fig.3 Structure model of two-stage gear transmission system

表1 二级齿轮传动系统轴参数

Tab.1 Shaft parameters of secondary gear transmission system

轴	轴长/m	半径/mm	密度/(kg·m <sup>-3</sup> )	切变模量
输入轴	0.24	5	7 850	8 × 10 <sup>10</sup>
中间轴	0.16	5	7 850	8 × 10 <sup>10</sup>
输出轴	0.18	5	7 850	8 × 10 <sup>10</sup>

表2 二级齿轮传动系统齿轮参数

Tab.2 Gear parameters of secondary gear transmission system

齿轮	转动惯量/(kg·m <sup>2</sup> )	齿数	模数/mm	压力角/(°)	齿宽/mm	质量/kg
一级主动轮	2 × 10 <sup>-4</sup>	36	1.5	20	12	0.16
一级从动轮	3.04 × 10 <sup>-3</sup>	90	1.5	20	12	1.30
二级主动轮	1 × 10 <sup>-4</sup>	29	1.5	20	12	0.09
二级从动轮	8.71 × 10 <sup>-3</sup>	100	1.5	20	12	1.60

### 1.2 有限元模型的构建

有限单元法的基本思想是沿轴线将一个连续系统离散化,以获得不同形状、不同节点数的离散化单元,从而将一个具有无限自由度连续系统转化为一个有限自由度离散系统,然后再将每个离散单元按照形状、节点数及位置信息等特征进行单元组合,最终构建出一个近似实际连续系统的动力学模型。

采用有限元法将整体离散,对二级齿轮传动系统中的轴、齿轮和轴承分别单独建模。二级齿轮传动系统有限元模型见图4。将模型一共划分为29个单元、32个节点,其中:第1根轴共划分为12个单元;第2根轴划分为8个单元;第3根轴划分为9个单元。分别对每个节点进行标号,形成有限元轴段单元。每根轴上有一对轴承,形成轴-轴承耦合单元。在第1根轴上的第7节点和第2根轴上的16节点分别含有第1级齿轮副的主动轮和从动轮,形成

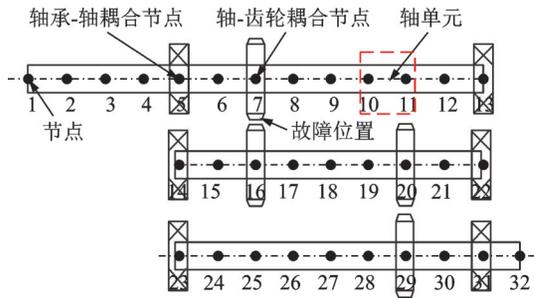


图4 二级齿轮传动系统有限元模型

Fig.4 Finite element model of two-stage gear transmission system

第1级齿轮啮合单元;在第2根轴的第20节点和第3根轴的第29节点分别含有第2级齿轮副的主动轮和从动轮,形成了第2级齿轮啮合单元。节点与节点间的耦合作用形成了轴-轴、轴-齿轮、轴-轴承和齿轮-齿轮的受耦合作用<sup>[4]</sup>。实际处理时可根据具体情况来划分单元长度,适当增加单元数可以提高模型精度。

1.3 正常齿轮啮合单元动力学模型

齿轮副示意图如图5所示。建立直齿圆柱齿轮6自由度的单元动力学模型,具体参数见表2。在二级齿轮传动系统中,利用齿轮啮合的特点,进行了如下假设:考虑齿轮的弹性和黏性,并且将其视为黏弹性体,所以齿轮啮合中存在扭转振动和垂直轴线方向的平移振动,不存在轴向振动。图中:p,g分别表示主动轮和从动轮; $\alpha$ 为压力角; $x_p, y_p, x_g, y_g$ 为齿轮副横向振动自由度; $\theta_p, \theta_g$ 为扭转振动自由度; $e$ 为综合传递误差。

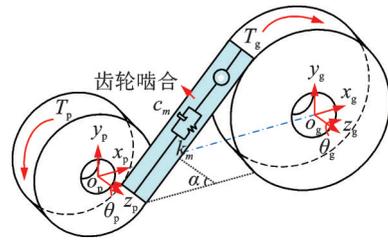


图5 齿轮副示意图

Fig.5 Schematic diagram of gear pair

各齿轮沿扭转自由度和平移自由度的振动都会使齿轮副啮合状态发生改变,自由度位移在啮合线方向的综合变形量 $\delta$ <sup>[12]</sup>为

$$\delta = x_p \sin \alpha + y_p \cos \alpha - r_p \theta_p - x_g \sin \alpha - y_g \cos \alpha - r_g \theta_g - e \tag{1}$$

其中: $r_p, r_g$ 分别为主动轮和从动轮的基圆半径。

分别以主动轮、从动轮为研究对象,利用达朗贝尔原理,对每个研究对象施加上面假想的惯性力,从而得出静力学平衡方程为

$$\begin{cases} m_p \ddot{x}_p + c_m \dot{\delta} \sin \alpha + k_m \delta \sin \alpha + f_s \sin \alpha = 0 \\ m_p \ddot{y}_p + c_m \dot{\delta} \cos \alpha + k_m \delta \cos \alpha + f_s \cos \alpha = 0 \\ I_p \ddot{\theta}_p - c_m \dot{\delta} r_p - k_m \delta r_p - f_s r_p = 0 \\ m_g \ddot{x}_g - c_m \dot{\delta} \sin \alpha - k_m \delta \sin \alpha - f_s \sin \alpha = 0 \\ m_g \ddot{y}_g - c_m \dot{\delta} \cos \alpha - k_m \delta \cos \alpha - f_s \cos \alpha = 0 \\ I_g \ddot{\theta}_g - c_m \dot{\delta} r_g - k_m \delta r_g - f_s r_g = 0 \end{cases} \tag{2}$$

其中: $m_p, m_g$ 分别为主、从动轮的质量; $I_p, I_g$ 为主、从动轮的转动惯量; $f_s$ 为法向冲击力; $c_m$ 为啮合阻尼; $\delta$ 为啮合线方向投影的相对变形量; $k_m$ 为啮合刚度。

将式(1)代入式(2)中,则 $K_m$ 可表示为

$$k_m = \begin{bmatrix} \sin^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha & -\sin \alpha r_p & -\sin^2 \alpha & -\sin \alpha \cos \alpha & \sin \alpha r_g \\ \sin \alpha \cos \alpha & \cos^2 \alpha & -\cos \alpha r_p & -\sin \alpha \cos \alpha & -\cos^2 \alpha & \cos \alpha r_g \\ -\sin \alpha r_p & \cos \alpha r_p & r_p^2 & \sin \alpha r_p & \cos \alpha r_p & r_p r_g \\ -\sin^2 \alpha & -\sin \alpha \cos \alpha & \sin \alpha r_p & \sin^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha & \sin \alpha r_g \\ -\sin \alpha \cos \alpha & -\cos^2 \alpha & \cos \alpha r_p & \sin \alpha \cos \alpha & \cos^2 \alpha & \cos \alpha r_g \\ -\sin \alpha r_g & -\cos \alpha r_g & r_p r_g & \sin \alpha r_g & \cos \alpha r_g & r_g^2 \end{bmatrix} \tag{3}$$

齿轮啮合刚度会随着转角的变化而变化,将主动轮的某一轮齿的啮合周期划分为10个等分,利用有限元法计算一个啮合周期内这几种啮合状态的啮合刚度,再利用插值法得到如图6所示的正常状态齿轮副啮合刚度变化曲线。由图可知,一个完整的啮合周期是由双齿啮合(啮入)、单齿啮合及双齿啮合(脱啮)组成的,由此循环完成齿轮的传动。在啮合过程中,刚度发生阶跃性更替,成为系统内部的激励源,是传动过程中噪声和振动的原因之一。

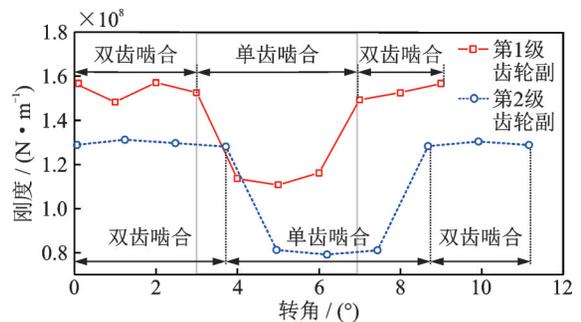


图6 正常状态齿轮副啮合刚度变化曲线

Fig.6 Change curve of meshing stiffness of gear pair in normal state

### 1.4 齿轮故障模型

模型建立2种故障,分别为齿轮的裂纹和断齿。故障齿轮为第1级齿轮副的主动轮。故障齿轮模型如图7所示。其中: $d$ 为齿宽; $d_0$ 为裂纹沿着齿宽方向的拓展长度; $\gamma$ 为裂纹角度( $\gamma = 15^\circ$ ); $q_0$ 为裂纹深度( $q_0 = 1\text{ mm}$ ); $q_z$ 为缺齿宽度( $q_z = 9\text{ mm}$ )。

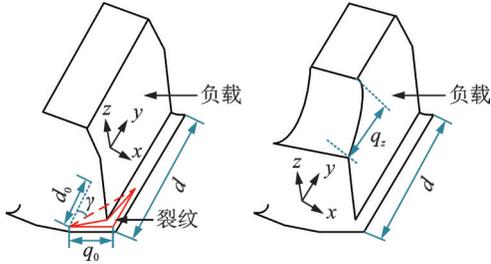


图7 故障齿轮模型

Fig.7 Model of faulty gear

对故障和正常状态的时变啮合刚度进行求解,不同状态下的时变啮合刚度曲线如图8所示。

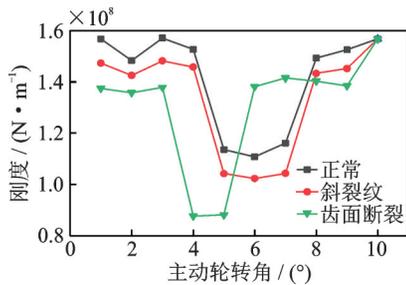


图8 不同状态下的时变啮合刚度曲线

Fig.8 Curves of time-varying meshing stiffness under different conditions

由图8可以看出,随着劣化程度的增加,啮合刚度呈整体下降趋势。同时,故障齿和正常齿交替啮合,啮合刚度会发生周期性阶跃异变。

### 1.5 模型总装

参考文献[13],考虑相位关系以及各个单元的耦合效应,根据有限元的方法按照编号进行组装,把每个单元刚度矩阵放入总刚度矩阵的对应区域,对于同一编号单元有耦合的需要将刚度矩阵块叠加。二级齿轮传动系统总装图如图9所示。

该系统一共划分了29个单元,共32个节点。每个节点对应水平、竖直和扭转3个自由度,共96个自由度。为消除刚体位移的影响,施加了边界条件,去掉第1个节点的扭转自由度,则总矩阵为95个节点自由度的矩阵,规格为95×95。输入轴部分包含

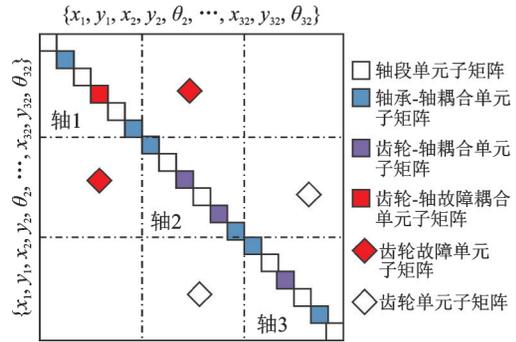


图9 二级齿轮传动系统总装图

Fig.9 General assembly drawing of secondary gear transmission system

38个自由度,中间轴包含27个节点自由度,输出轴包含30个节点自由度。

由此可得,系统的总动力学微分方程为

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + K_f X = P_0 + F_e \quad (4)$$

其中: $P_0$ 为系统外部激励; $F_e$ 为系统误差激励; $M$ 为质量总装矩阵; $C$ 为阻尼总装矩阵; $K_f$ 为刚度总装矩阵; $X$ 为节点位移矩阵, $\{x\} = \{x_1, y_1, x_2, y_2, \theta_2, \dots, x_{32}, y_{32}, \theta_{32}\}$ 。

最后,采用Newmark积分法对动力学式(4)进行求解。因为该法是一种逐步积分的方法,能够很好地适应非线性的反应,计算效率优于传统的数值计算方法,所以采用此方法来进行动力学计算部分,求解时频域。

## 2 仿真分析

### 2.1 时频域分析

对模型设置以下参数:负载扭矩  $T_0 = 100\text{ N}\cdot\text{m}$ , 输入转速为  $50\text{ rad/s}$ ,由此可以求得输入轴的转频  $f_{i1} = 7.96\text{ Hz}$ ,中间轴的转频  $f_{i2} = 3.18\text{ Hz}$ ,输出轴的转频  $f_{i3} = 0.92\text{ Hz}$ 。根据齿轮参数和相关公式,可得第1级齿轮副的啮合频率  $f_{m1} = 288\text{ Hz}$ ,第2级齿轮副的啮合频率  $f_{m2} = 92.22\text{ Hz}$ 。

设外部激励为0,由于在模态分析中阻尼对于齿轮系统中的固有频率影响非常微小,故忽略阻尼。通过求解振动特征方程,即特征值为系统的固有频率,共计95阶固有频率,其中第1阶的固有频率为  $127.9\text{ Hz}$ 。

通过Newmark时域积分法进行求解,3种齿轮状态轴承动载荷时频域如图10所示。由图10(a)可知,正常状态下,传动系统的振动响应主要以两级齿轮的啮合频率及其倍频为主,同时还会出现输入轴的转频倍频。由图10(c,d)可知,在裂纹故障状态

下, 齿轮性能发生退化, 在故障位置刚度发生异变, 在时域中表现出明显的有规律的冲击成分, 冲击周期为  $1/f_{i1}$ 。在频域中主要体现为边频带, 出现位置在第1级齿轮副啮合频率及其倍频附近。故障周期

为齿轮故障所在轴的转频。对比图 10(e, f) 可知, 随着齿轮劣化程度逐步变大, 在时域图中可以看出冲击越来越明显, 且冲击幅值峰值越来越高, 在频域图中的边频带也愈发明显。

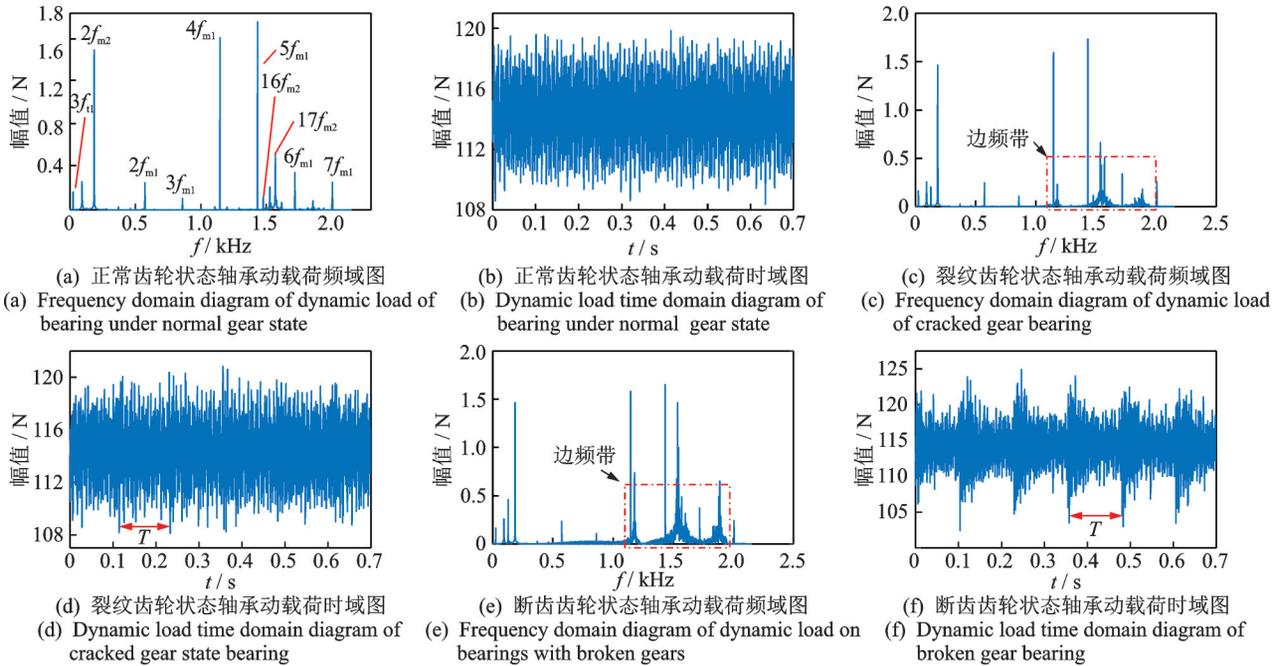


图 10 3 种齿轮状态轴承动载荷时频域

Fig.10 Time-frequency domain of dynamic load of bearing with three gear states

2.2 MMSE 多元多尺度样本熵指标分析

SE 算法是一种改进的近似熵算法, 能较好地反映不同情况两个相似序列的概率<sup>[14]</sup>。针对时间序列, 粗粒化过程定义时间尺度  $i=1, 2, \dots, N; k=1, 2, \dots, p$ 。其中:  $p$  为变量的个数;  $N$  为每个变量的点。对于任何尺度  $\phi$ , 得到的多变量时间序列粗粒化过程为

$$y_{k,j}^\phi = \frac{1}{\phi} \sum_{i=(j-1)\phi+1}^{j\phi} x_{k,i} \quad (5)$$

其中:  $1 \leq j \leq N/\phi; k=1, 2, \dots, p$ 。

以尺度因子  $\text{scale}=3$  为例, 常规粗粒化过程如图 11 所示。

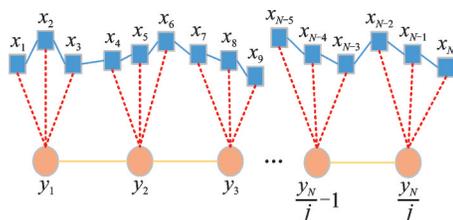


图 11 常规粗粒化过程

Fig.11 Conventional coarse-granulation process description

按比例系数计算, 随着尺度的增大, 粗粒度时间序列的尺寸减小, 当原始时间序列的长度不是尺度因子的整数倍时, 部分数据会在粗粒度过程中丢失, 所以这些现象都会影响 MMSE 算法的计算精度<sup>[15]</sup>。针对此问题, 提出了光滑粗粒加工的滑动平均法。平滑粗粒化过程如图 12 所示。该方法避免了数据丢失, 并保证粗糙的粒度时间序列在每个尺度上都与原始时间序列长度相同, 显著提高了后续算法的准确性。

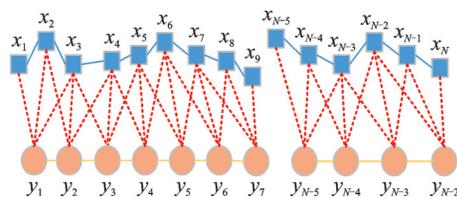


图 12 平滑粗粒化过程

Fig.12 Smooth coarse-granulation process description

计算每个多变量  $y_{k,j}^\phi$  的 SE, 需要提前构造多变量嵌入向量。将嵌入定理用于获得多元时间序列的嵌入向量<sup>[16-17]</sup>, 对于  $p$  元时间序列, 多元嵌入重构为

$$X_m(i)=[x_{1,i}, \dots, x_{1,i+(m_1-1)\lambda_1}, x_{2,i}, \dots, x_{2,i+(m_2-1)\lambda_2}, x_{p,i}, \dots, x_{p,i+(m_p-1)\lambda_p}] \quad (6)$$

其中:  $M=[m_1, m_2, \dots, m_p] \in R^p$ , 为嵌入向量;  $\lambda=[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p]$ , 为时间延迟向量;  $X_m(i) \in R^m (m=m_1+m_2+\dots+m_p)$ 。

对于上述多变量时间序列, MMSE的计算步骤如下。

1) 构成多元嵌入向量  $x_m(i)$ , 定义任意两个向量  $x_m(i)$  的距离,  $x_m(j)$  为最大范数, 即

$$D[x_m(i), x_m(j)]=\max_{l=1,2,\dots,m}\{|x(i+l-1)-x(j+l-1)|\} \quad (7)$$

2) 对于复合延迟向量  $x_m(i)$  和一个阈值  $r$ , 确定实例数  $p_i$ , 其中  $D[x_m(i), x_m(j)] \leq r, j \neq i$ , 然后计算出频率  $B_i^m(r)=P_i/(N-n-1)$ , 其中  $n=\max\{M\} \times \max\{\lambda\}$ 。

3) 计算  $B_i^m(r)$  的平均值, 记为  $B^m(r)$ , 即

$$B^m(r)=\frac{1}{N-n} \sum_{i=1}^{N-n} B_i^m(r) \quad (8)$$

4) 将步骤2中多元延迟因子的维数由  $m$  扩展到  $m+1$ 。对于嵌入向量  $M=[m_1, m_2, \dots, m_k, \dots, m_p]$ , 用不同方式转换为嵌入向量  $M=[m_1, m_2, \dots, m_{k+1}, \dots, m_p]$  的随机空间。因此,  $p \times (N-n)$  个向量  $X_{m+1}(i)$  可以在  $R^{m+1}$  中得到,  $X_{m+1}(i)$  表示将嵌入维数  $m_k$  增加到  $(m_k+1)$  的任何嵌入向量。由于其他数据的嵌入维数是恒定的, 在这一过程中, 多元时间序列的整体嵌入维数从  $m$  到  $m+1$ 。

5) 重复步骤1~4, 计算出所有的  $B_i^{m+1}(r)$ , 并计算  $(m+1)$  维空间中  $B_i^{m+1}(r)$  的平均值, 即

$$B^{m+1}(r)=\frac{1}{p(N-n)} \sum_{i=1}^{p(N-n)} B_i^{m+1}(r) \quad (9)$$

$B^m(r)$  表示在  $m$  维空间中任意两个复合时延的相似可能性向量, 而  $B^{m+1}(r)$  表示在  $(m+1)$  维空间上类似的两个复合延迟向量, 则 MMSE 可以表示为

$$MMSE(M, \lambda, r, N)=\ln B^m(r)-\ln B^{m+1}(r) \quad (10)$$

通过获得信号在每个尺度上进行分析, 所得均方误差能较好地反映动态特性时间序列的变化。随着时间序列无序度的降低, MMSE 值逐渐减小, 产生新的可能性就越大。根据文献[10]方法取  $m=5, \tau=1, \text{scale}\phi=20$ , 结合提取的振动信号进行指标分析, 对于具有裂纹和断齿的仿真信号进行 MMSE 处理。裂纹故障齿轮和断齿故障齿轮的 MMSE 处理结果分别如图 13, 14 所示, 图中 MMSE 值、尺度

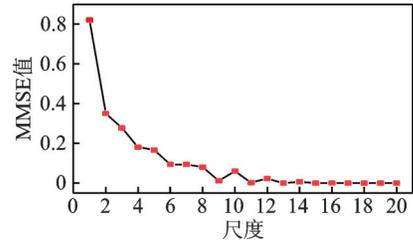


图13 裂纹故障齿轮的MMSE处理结果

Fig.13 MMSE treatment results of cracked gear

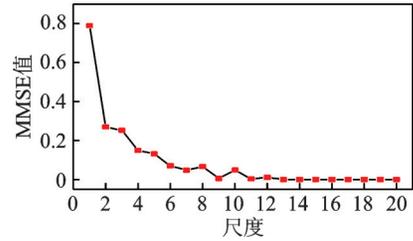


图14 断齿故障齿轮的MMSE处理结果

Fig.14 MMSE treatment results of broken gear

和奇异值均为无量纲单位。由图可以看出, MMSE 值可以识别时间序列的动态特性, 其为一个单调递减时间序列, 表示该时间序列自相似度低, 仅包含最小规模的信息, 即最小尺度的 MMSE 值可取为齿轮健康退化监测期间的指标。

### 3 试验验证

#### 3.1 试验台简介

故障诊断试验台如图 15 所示。试验台由电机、二级平行轴齿轮变速箱和单级行星轮变速箱构成, 采用 DEWESOFT 数据采集系统, 并配备 3 种状态(正常、裂纹、断齿)的第 1 级主动轮进行试验。采样频率为 20 480 Hz, 转速为 500 r/min, 其他的轴、齿轮及轴承参数均与仿真一致。



图15 故障诊断试验台

Fig.15 Physical diagram of fault diagnosis test bench

#### 3.2 原始信号分析

通过试验分析, 得到原始振动信号。以断齿 ( $q_z=9 \text{ mm}$ ) 故障信号作为例, 原始信号断齿故障时频域如图 16 所示。由图可知, 试验信号的时域图冲击现象较为明显, 在频域图中有大量的不规则边频

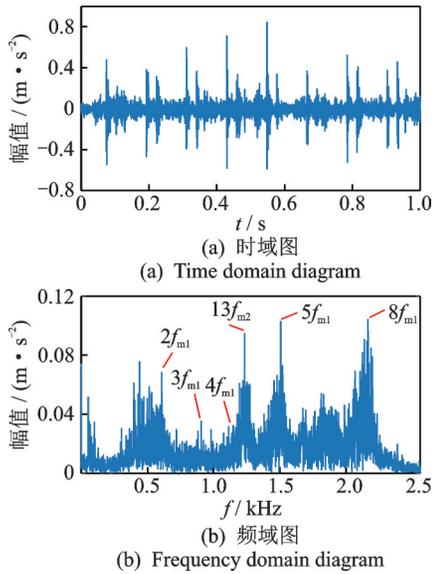


图16 原始信号断齿故障时频域图

Fig.16 Time-frequency domain diagram of original signal tooth breaking fault

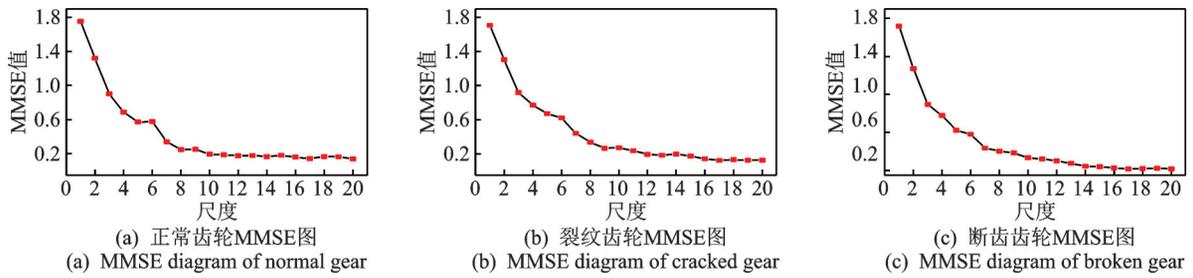


图17 3种试验信号MMSE处理结果

Fig.17 MMSE processing results of three experimental signals

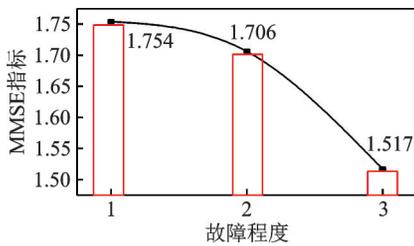


图18 试验信号MMSE值趋势

Fig.18 MMSE value trend of experimental signals

### 3.3 SVD 算法

针对3.2节信号特点,引入SVD奇异值分解算法来进行原始信号的预处理,SVD算法步骤如下。

1) 设一维离散信号  $X(i), i=0, 1, \dots, N-1, N$  为信号的长度,将该信号构成一个矩阵,即

$$H = \begin{bmatrix} x(0) & x(1) & \dots & x(n-1) \\ x(1) & x(2) & \dots & x(n) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x(N-n) & x(N-n+1) & \dots & x(N-1) \end{bmatrix} \quad (11)$$

带,其峰值主要集中在一级齿轮啮合频率及其倍频附近,且试验信号的时频域图和仿真信号的时频域图吻合。因此,采用MMSE算法进行处理,对故障程度进行判别,实现劣化程度的识别。

3种试验信号MMSE处理结果如图17所示。由图可知,3种信号的MMSE图均呈单调递减趋势。当特征信号增大时,即模拟故障恶化,时间序列复杂度变小,MMSE值也变小,这说明MMSE值可以用来反映故障齿轮的劣化程度。因此,将3种状态的最小尺度MMSE值进行对比。试验信号MMSE值趋势如图18所示。其中:“1”表示正常状态;“2”表示裂纹状态;“3”表示断齿状态。

图18中,随着齿轮故障逐渐严重,最小尺度的MMSE值越来越小,可以初步认定这3种状态逐渐恶化,验证了随着3种状态下故障程度的增大,MMSE值减小的现象。

其中:  $1 < n < N$ 。

令  $m = N - n + 1$ , 则  $H \in R^{m \times n}$ , 称此矩阵为Hankel矩阵,且存在正交矩阵  $U \in R^{m \times m}, V \in R^{n \times n}$ , 使得

$$H = UDV^T \quad (12)$$

其中: $D$ 为Hankel矩阵的奇异值组成的行向量。

2) 根据奇异值选取前面合适数目的非零奇异值对数,通过SVD重构组成新的矩阵  $H'$ 。

3) 对矩阵  $H'$  进行求解,得到重构后的信号。

在奇异值分解图中,序号小的奇异值含有该信号的主要信息,序号靠后的奇异值所蕴含的信息大多为冗余信息和噪声<sup>[18]</sup>。断齿信号的奇异值分解见图19。可以看出,前6分量的奇异值呈阶梯状下降,7~14分量下降较为平缓。分别做6分量和14分量的信号分解,断齿信号重构后的信号图见图20。

### 3.4 SVD-MMSE 综合指标劣化程度分析

选择前6对和前14对奇异值,对6分量和14分量进行了对比分析及MMSE处理。6分量和14分

量SVD-MMSE劣化程度曲线分别如图 21,22 所示。由图可以看出,通过SVD算法的处理,可以有

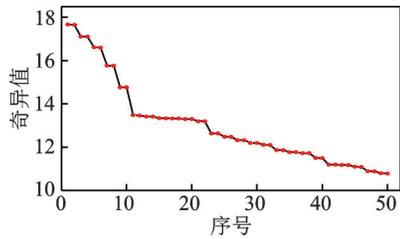
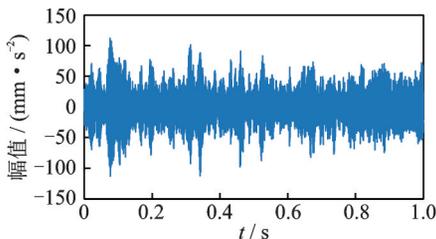


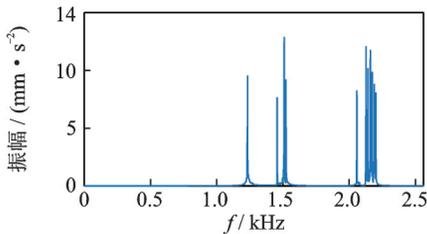
图 19 断齿信号的奇异值分解

Fig.19 Singular value decomposition of broken tooth signals



(a) 断齿信号重构后的时域图

(a) Time domain diagram of broken tooth signal reconstruction



(b) 断齿信号重构后的频域图

(b) Frequency domain diagram of broken tooth signal after reconstruction

图 20 断齿信号重构后的信号图

Fig.20 Signal diagram of broken tooth signal after reconstruction

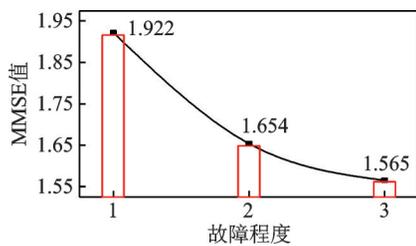


图 21 6分量SVD-MMSE劣化程度曲线

Fig.21 6 components SVD-MMSE deterioration degree curve

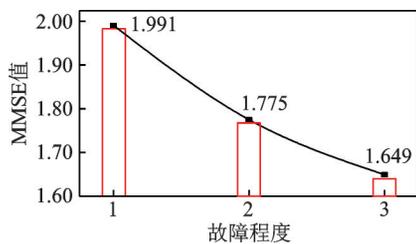


图 22 14分量SVD-MMSE劣化程度曲线

Fig.22 14 components SVD-MMSE deterioration degree curve

效提高MMSE值,更加有利于提升劣化程度的检测。对比6分量和14分量SVD处理后的MMSE可知,14分量对于试验信号的处理效果更优,这是因为14分量保留了更多的微弱信号,且去除了噪音,说明通过SVD的分解和去噪能消除部分噪声对振动信号的影响。

## 4 结 论

1) 齿轮箱的齿轮副发生故障时,主要会导致时频域信号发生转频调制,在时域图中存在有规律的冲击,频域图会出现边频带,且分布区域为输入轴的转频及其倍频和啮合频率及其倍频处。随着3种状态故障程度的增加,边频带范围变大,时域图的幅值冲击也越来越高。

2) 随着3种状态故障的加重,劣化越来越明显,频率成分也发生改变,致使MMSE值也发生变化,且整体呈单调递减趋势。

3) SVD-MMSE算法可以有效地对齿轮故障程度进行判别,能降低噪声对于劣化程度检测准确性的影响。

## 参 考 文 献

[1] 申勇,章翔峰,姜宏,等. 计入传动轴柔性的齿轮故障系统建模及VMD-Lempel-Ziv损伤评估[J]. 西安交通大学学报, 2021, 55(3): 126-135.  
SHEN Yong, ZHANG Xiangfeng, JIANG Hong, et al. Gear fault system modeling and VMD-Lempel-Ziv damage assessment considering transmission shaft flexibility [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2021, 55(3): 126-135. (in Chinese)

[2] HOWARD I, JIA S X, WANG J D. The dynamic modelling of a spur gear in mesh including friction and a crack [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2001, 15(5): 831-853.

[3] 孙琦,刘新厂,张兵,等. 直齿轮系齿根裂纹损伤程度检测方法[J]. 振动、测试与诊断, 2019, 39(2): 327-333.  
SUN Qi, LIU Xinchang, ZHANG Bing, et al. Detection method of spur gear tooth root crack damage degree [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2019, 39(2): 327-333. (in Chinese)

[4] 孟宗,石桂霞,王福林,等. 基于时变啮合刚度的裂纹故障齿轮振动特征分析[J]. 机械工程学报, 2020, 56(17): 108-115.  
MENG Zong, SHI Guixia, WANG Fulin, et al. Vibration characteristic analysis of cracked gear based on

- time-varying meshing stiffness[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(17): 108-115. (in Chinese)
- [5] 王胜男, 阿达依·谢尔亚孜旦, 章翔峰, 等. 考虑轴柔性的二级齿轮减速器振动噪声研究[J]. 西安交通大学学报, 2020, 54(9): 117-127.  
WANG Shengnan, XIEERYAZIDAN A D Y, ZHANG Xiangfeng, et al. Vibration and noise analysis for two-stage gear reducer considering shaft flexibility [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2020, 54(9): 117-127. (in Chinese)
- [6] 杨云, 张昊宇, 薛元贺, 等. 参数优化VMD与OMPE结合的滚动轴承故障诊断研究[J]. 机械科学与技术, 2022, 41(5): 666-672.  
YANG Yun, ZHANG Haoyu, XUE Yuanhe, et al. Rolling bearing fault diagnosis research combined parameter optimization VMD with OMPE[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2022, 41(5): 666-672. (in Chinese)
- [7] 李从志, 郑近德, 潘海洋, 等. 基于精细复合多尺度散布熵与支持向量机的滚动轴承故障诊断方法[J]. 中国机械工程, 2019, 30(14): 1713-1719, 1726.  
LI Congzhi, ZHENG Jinde, PAN Haiyang, et al. Fault diagnosis method of rolling bearings based on refined composite multiscale dispersion entropy and support vector machine[J]. China Mechanical Engineering, 2019, 30(14): 1713-1719, 1726. (in Chinese)
- [8] 张建财, 高军伟. 基于变分模态分解和多尺度排列熵的滚动轴承故障诊断[J]. 噪声与振动控制, 2019, 39(6): 181-186.  
ZHANG Jiancai, GAO Junwei. Fault diagnosis of train rolling bearings based on variational modal decomposition and multi-scale permutation entropy[J]. Noise and Vibration Control, 2019, 39(6): 181-186. (in Chinese)
- [9] 许凡, 方彦军, 张荣. 基于多尺度样本熵与PCA-FCM的滚动轴承故障诊断[J]. 青岛科技大学学报(自然科学版), 2017, 38(2): 100-106, 111.  
XU Fan, FANG Yanjun, ZHANG Rong. Rolling bearing fault diagnosis method based on multiscale sample entropy and PCA-FCM[J]. Journal of Qingdao University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2017, 38(2): 100-106, 111. (in Chinese)
- [10] LÜ Y, YUAN R, WANG T, et al. Health degradation monitoring and early fault diagnosis of a rolling bearing based on CEEMDAN and improved MMSE[J]. Materials, 2018, 11(6): 1009.
- [11] 孟宗, 刘子涵, 吕蒙. 基于改进奇异值分解滤波和谱峭度的滚动轴承故障诊断[J]. 中国机械工程, 2020, 31(20): 2420-2428.  
MENG Zong, LIU Zihan, LÜ Meng. Fault diagnosis for rolling bearings based on improved singular value decomposition and spectral kurtosis[J]. China Mechanical Engineering, 2020, 31(20): 2420-2428. (in Chinese)
- [12] 代东昌, 周建星, 张建杰, 等. 齿轮传动系统碰撞振动特性研究[J]. 机械设计与制造, 2019(1): 8-12.  
DAI Dongchang, ZHOU Jianxing, ZHANG Jianjie, et al. Vibro-impact characteristics of a gear train[J]. Machinery Design & Manufacture, 2019(1): 8-12. (in Chinese)
- [13] 乔自珍, 周建星, 章翔峰. 多源时变激励下两级直齿轮传动系统有限元建模方法研究[J]. 振动与冲击, 2019, 38(15): 182-189.  
QIAO Zizhen, ZHOU Jianxing, ZHANG Xiangfeng. Finite element modelling method for a two-stage spur gear transmission system under multi-source time-varying excitations [J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(15): 182-189. (in Chinese)
- [14] ALCARAZ R, RIETA J J. A review on sample entropy applications for the non-invasive analysis of atrial fibrillation electrocardiograms[J]. Biomedical Signal Processing and Control, 2010, 5(1): 1-14.
- [15] AHMED M U, MANDIC D P. Multivariate multiscale entropy analysis [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2012, 19(2): 91-94.
- [16] WANG G F, LI Y B, LUO Z G. Fault classification of rolling bearing based on reconstructed phase space and Gaussian mixture model [J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 323(3/4/5): 1077-1089.
- [17] BARNARD J P, ALDRICH C, GERBER M. Embedding of multidimensional time-dependent observations [J]. Physical Review E, 2001, 64: 046201.
- [18] 赵学智, 叶邦彦. 非零奇异值和频率的关系及其在信号分解中的应用[J]. 电子学报, 2017, 45(8): 2008-2018.  
ZHAO Xuezhi, YE Bangyan. The relationship between non-zero singular values and frequencies and its application to signal decomposition [J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45(8): 2008-2018. (in Chinese)



**第一作者简介:** 解开泰, 男, 1996年3月生, 硕士生。主要研究方向为二级减速器复合故障机理及诊断。  
E-mail: 472514208@qq.com

**通信作者简介:** 章翔峰, 男, 1984年12月生, 博士、副教授、硕士生导师。主要研究方向为齿轮系统动力学、机械故障诊断及信号处理技术。  
E-mail: 15276606076@163.com