

基于等效分布质点的发动机悬置系统试验建模*

郝慧荣, 杨子明, 张慧杰, 周冬, 曹艳状, 赵文超

(内蒙古工业大学能源与动力工程学院 呼和浩特, 010051)

摘要 为获得发动机悬置系统的相关参数,将非刚性、小柔性弹性体的发动机近似为含有 n 个质点的分布质点系。首先,根据拉格朗日方程建立了发动机悬置系统 6 自由度(6 degrees of freedom,简称 6DOF)振动微分方程,包括质量阵、刚度阵和阻尼阵;其次,基于等效分布质点系统,构建发动机悬置 $3n$ DOF 系统;然后,针对 3 点支撑的发动机台架系统,利用地磅测得每一个悬置处支撑的静态质量,通过发动机悬置测试试验系统测得发动机的激励输入信号及响应信号;最后,利用递推最小二乘法辨识得到分布质点系统的阻尼矩阵和刚度矩阵,在 Matlab/Simulink 中建立发动机悬置系统的仿真模型,并通过测试值与仿真值的对比,证明了辨识的准确性。给出的发动机悬置等效分布质点 $3n$ DOF 系统在工程实际中,为悬置系统设计悬置支撑参数反解、悬置参数系统辨识提供了理论基础与实现途径。

关键词 试验建模;发动机悬置;分布质点;辨识

中图分类号 TH113.1

引言

发动机或动力总成是汽车中最大的集中质量。为了有效隔离发动机引起的振动,发动机与车身通过弹性支承元件相连,发动机与弹性支承元件共同组成了发动机悬置系统。目前,先进的计算机技术和高效的振动分析方法为悬置设计优化提供了有效手段,发动机悬置系统的开发不断进步^[1]。王超新等^[2]给出一种三参数隔振系统的设计方法,通过试验测试研究了三参数隔振器的隔振效果及其参数依赖性。吴杰等^[3]提出了悬置系统优化模型,仿真分析了优化方案的可靠性,并通过实车测试验证了悬置系统的隔振性能。张兰春等^[4]建立结构拓扑优化数学模型对悬置进行优化,并对悬置设计模型进行强度校核、模态仿真分析和耐久性试验验证。Jiang 等^[5]建立了发动机悬置集总参数模型,采用遗传算法和特征点法对参数进行识别,并将结果与试验数据进行比较。文献[6]开发了 2 种适用于弹性安装座的机械模型,来模拟被动弹性体发动机悬置的动态性能。除了有效的振动分析方法,数学解析法在悬置优化设计中也被广泛应用。文献[7]评估了橡胶发动机悬置系统的隔振性能。林新有等^[8]建立了 13 自由度动力总成-整车耦合模型,提出广义解耦率的概念,对动力悬置系统进行分析。Wu 等^[9]提出了

一种利用扭矩轴解耦理论的优化方法,并将其应用于 3 种典型的发动机悬置系统模型。Reddy 等^[10]对碳氟化合物材料新型发动机悬架进行了试验评估。文献[11-12]提出了广义坐标下基于质量矩阵的 Cholesky 分解来设计正则模态矩阵,对发动机悬置系统进行了优化求解,通过建立 6DOF 动力隔振空间拓扑模型,利用 Simscape/Multibody 进行仿真研究,验证了传统的动力隔振模型与空间拓扑模型之间存在理论误差。当前,大多数研究主要以振动理论为基础,结合仿真模拟的理论分析,仿真计算分析悬置的动刚度、阻尼的频变特性和幅变特性,得到影响悬置动特性的关键设计参数,从而对悬置参数进行优化设计。Mohammed 等^[13]通过对发动机超弹性橡胶悬置建模,研究了发动机悬置在静态、谐波和时变负载下的性能。Santhoshkumar 等^[14]通过 SolidWorks 对发动机悬置建模,使用 Ansys 进行模态分析。文献[15]利用 CATIA V5R20 建模工具和 Hyper Works 有限元分析工具对发动机悬置进行拓扑优化。文献[16]以商用车的发动机悬置为研究对象,建立有限元模型,分析悬置的强度,并根据分析结果提出优化方案。匡宇宵等^[17]通过试验对动力总成悬置进行参数识别,建立简化模型,进行动特性仿真,通过试验验证了模型的准确性和实用性。除了

* 国家自然科学基金资助项目(12262028);内蒙古自治区科技计划资助项目(2021GG0437);内蒙古自治区高校青年英才资助项目(NJYT22085)

收稿日期:2022-09-22;修回日期:2022-11-25

理论分析,试验也是目前对悬置研究最常用的方法^[18-20]。

发动机刚度远大于隔振器刚度,因此从动力学模型来看,以往研究大多是采用刚性连接,并未考虑实际情况下悬置系统中发动机是一个具有小柔性的弹性体,各个悬置点之间存在一个振动小量。笔者提出一种基于等效分布质点的发动机悬置系统,建立了系统振动方程,将系统中的发动机作为非刚性、小柔性的弹性体,考虑各个质点之间的伸缩挠度,辨识或反解出分布质点系统的刚度矩阵和阻尼矩阵。

1 发动机悬置系统 6DOF 振动微分方程

悬置系统物理建模时质心位置未知,因此不能选取质心为坐标原点,同时因为可任意建立惯性坐标系,一般坐标原点也不会与质心重合。发动机悬置系统常采用3点或4点前后支承,如图1所示。对于轿车中横置发动机,以沿着曲轴方向为 y 轴,曲轴中心点为坐标原点 O ,建立惯性坐标系,其他轴满足笛卡尔右手法则,发动机质量为 m , J_c 是发动机质心 c 为原点的惯性坐标系下的 3×3 阶转动惯量阵。在发动机固连坐标系下,某点的空间位置坐标向量为 $X_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T$,其中 $i=0,1,\dots,n,n \geq 3$ 。本研究中, $i=0$ 时为发动机质心 c 处的坐标。 $F_{6 \times 1} = [F_x \ F_y \ F_z \ M_x \ M_y \ M_z]^T$ 为激振力向量;6DOF振动向量 $Q_{6 \times 1} = [x \ y \ z \ \theta_x \ \theta_y \ \theta_z]^T = [X^T \ \theta^T]^T$,表示原点 O 的振动情况; X 为线位移振动向量; θ 为角位移振动向量。利用拉格朗日方程,可以建立发动机悬置系统的6DOF振动微分方程为

$$M_{6 \times 6} \ddot{Q}_{6 \times 1} + C_{6 \times 6} \dot{Q}_{6 \times 1} + K_{6 \times 6} Q_{6 \times 1} = F_{6 \times 1} \quad (1)$$

发动机微小角振动情况下,某点的线位移振动向量 $X_{i\Delta} = [x_{i\Delta} \ y_{i\Delta} \ z_{i\Delta}]^T$ 与6DOF振动向量 $Q_{6 \times 1}$ 有如下关系

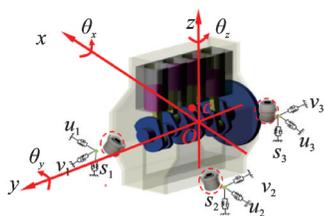


图1 发动机悬置系统

Fig.1 Engine mounting system

$$X_{i\Delta} = X + \theta X_i = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \theta_x & \theta_y & \theta_z \\ x_i & y_i & z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 0 & z_i & -y_i \\ -z_i & 0 & x_i \\ y_i & -x_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{bmatrix} = I_{3 \times 3} X + Z_i \theta =$$

$$[I_{3 \times 3} \ Z_i] \begin{bmatrix} X \\ \theta \end{bmatrix} = T_i Q \quad (2)$$

其中: $I_{3 \times 3}$ 为 3×3 阶单位矩阵; Z_i 为发动机某点的 3×3 阶位置矩阵; T_i 为发动机某点的 3×6 阶增广位置矩阵。

微小角振动情况下,质心 c 的角速度振动向量与原点 O 角速度振动向量相等,都为 $\dot{\theta} = [\dot{\theta}_x \ \dot{\theta}_y \ \dot{\theta}_z]^T$,但两者的线速度振动向量不等。设 $\dot{X}_{0\Delta} = [\dot{x}_{0\Delta} \ \dot{y}_{0\Delta} \ \dot{z}_{0\Delta}]^T$ 为质心 c 的线速度振动向量, \dot{X} 为原点 O 线速度振动向量,由式(2)可得

$$\dot{X}_{0\Delta} = \dot{X} + \dot{\theta} X_0 = \dot{X} + Z_0 \dot{\theta} = T_0 \dot{Q}_{6 \times 1} \quad (3)$$

悬置系统的动能 E_k 的估值为发动机质心处平动动能与转动动能之和,即

$$E_k = \frac{m}{2} \dot{X}_{0\Delta}^T \dot{X}_{0\Delta} + \frac{1}{2} \dot{\theta}^T J_c \dot{\theta} = \frac{m}{2} \dot{Q}_{6 \times 1}^T T_0^T T_0 \dot{Q}_{6 \times 1} + \frac{1}{2} \dot{Q}_{6 \times 1}^T \begin{bmatrix} O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & J_c \end{bmatrix} \dot{Q}_{6 \times 1} = \frac{1}{2} \dot{Q}_{6 \times 1}^T M_{6 \times 6} \dot{Q}_{6 \times 1} \quad (4)$$

其中: O 为零矩阵,其下角标 3×3 表示矩阵阶次。

由式(4)可推导出系统质量矩阵 $M_{6 \times 6}$ 为

$$M_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} mI_{3 \times 3} & mZ_0 \\ mZ_0^T & mZ_0^T Z_0 + J_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} mI_{3 \times 3} & mZ_0 \\ mZ_0^T & J \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中: $J = mZ_0^T Z_0 + J_c$ 为发动机以 O 为原点的惯性坐标系下的 3×3 阶转动惯量阵。悬置弹性支承略去扭转刚度,可简化为沿3个正交轴 u_i, v_i 和 s_i 的弹簧,设 $d_i = \text{diag}[k_{u_i} \ k_{v_i} \ k_{s_i}]$ 为第 i 个支撑的主刚度矩阵, $W_{i\Delta} = [u_{i\Delta} \ v_{i\Delta} \ s_{i\Delta}]^T$ 为支承元件沿弹性主轴方向的变形向量,则 $W_{i\Delta}$ 和惯性坐标下的变形量 $X_{i\Delta}$ 之间相差旋转变换为

$$W_{i\Delta} = R_i X_{i\Delta} \quad (6)$$

其中: $R_i = R_{u_i} R_{v_i} R_{s_i}$; R_{u_i}, R_{v_i} 和 R_{s_i} 为安装角旋转矩阵,由3个安装欧拉角 $\theta_{u_i}, \theta_{v_i}$ 和 θ_{s_i} 确定。

因此,悬置系统的势能 E_p 估值为 n 点悬置的弹性势能之和,即

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n W_{i\Delta}^T d_i W_{i\Delta} = \frac{1}{2} Q_{6 \times 1}^T \left[\sum_{i=1}^n (T_i^T R_i^T d_i R_i T_i) \right] Q_{6 \times 1} = \frac{1}{2} Q_{6 \times 1}^T K_{6 \times 6} Q_{6 \times 1} \quad (7)$$

可得系统 6DOF 刚度矩阵 $K_{6 \times 6}$ 为

$$K_{6 \times 6} = [T_1^T \quad T_2^T \quad \cdots \quad T_n^T]_{6 \times 3n} \times \begin{bmatrix} D_1 & O_{3 \times 3} & \cdots & O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & D_2 & \cdots & O_{3 \times 3} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & \cdots & D_n \end{bmatrix}_{3n \times 3n} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_n \end{bmatrix}_{3n \times 6} = E^T \text{diag} [D_i] E = E^T K_{f3n \times 3n} E \quad (8)$$

其中: $D_i = R_i^T d_i R_i$ 为第 i 个支承元件旋转后的刚度矩阵; $K_{f3n \times 3n} = \text{diag} [D_i]$ 表示由 3×3 阶 D_i 组成的分块对角矩阵; $E = [T_1^T \quad T_2^T \quad \cdots \quad T_n^T]^T$ 为发动机 n 点联合 $3n \times 6$ 位置矩阵。

若第 i 个支撑的主阻尼矩阵为 $g_i = \text{diag} [c_{ui} \quad c_{vi} \quad c_{si}]$, 设 $G_i = R_i^T g_i R_i$, 同理可得系统 6DOF 阻尼矩阵为

$$C_{6 \times 6} = \sum_{i=1}^n (T_i^T G_i T_i) = E^T \text{diag} [G_i] E = E^T C_{f3n \times 3n} E \quad (9)$$

其中: G_i 为第 i 个支撑元件旋转后的阻尼矩阵; $C_{f3n \times 3n} = \text{diag} [C_i]$ 表示由 3×3 阶 C_i 组成的分块对角矩阵。

2 发动机悬置等效分布质点 3nDOF 系统

式(8)、式(9)中的分块对角矩阵 $K_{f3n \times 3n}$ 和 $C_{f3n \times 3n}$ 为 n 点悬置联合分布的刚度和阻尼矩阵, 由振动微分方程可知, 该悬置系统应该存在分布的质量矩阵 $M_{f3n \times 3n}$ 。刚体可以近似为一种具有某种分布的质点系, 可将图 1 所示的悬置系统在相同的惯性坐标系下等效为图 2 所示的刚性发动机悬置等效分布质点系统。

分布质点 m_i 的质量应同时满足以下条件:

1) 系统总质量保持不变, 即

$$\sum_{i=0}^n m_i = m \quad (10)$$

2) 系统质心位置保持不变, 即

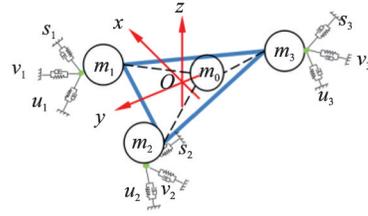


图 2 刚性发动机悬置等效分布质点系统

Fig.2 Equivalent distributed particle system for rigid engine mounting

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^n m_i x_i = m x_0 \\ \sum_{i=0}^n m_i y_i = m y_0 \\ \sum_{i=0}^n m_i z_i = m z_0 \end{cases} \quad (11)$$

3) 系统转动惯量保持不变, 即

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^n m_i (y_i^2 + z_i^2) = J_{xx} \\ \sum_{i=0}^n m_i (x_i^2 + z_i^2) = J_{yy} \\ \sum_{i=0}^n m_i (y_i^2 + x_i^2) = J_{zz} \\ \sum_{i=0}^n m_i x_i y_i = J_{xy} \\ \sum_{i=0}^n m_i y_i z_i = J_{yz} \\ \sum_{i=0}^n m_i x_i z_i = J_{xz} \end{cases} \quad (12)$$

其中: J_{xx}, J_{yy}, J_{zz} 为转动惯量阵 J 中的对角线元素, 即转动惯性矩; J_{xy}, J_{yz}, J_{xz} 为转动惯量阵 J 中的非对角线元素, 即转动惯性积。

满足上述 3 个条件后, 可以将分布质点悬置系统的质量阵写为

$$M_{f3(n+1) \times 3(n+1)} = \begin{bmatrix} m_0 I_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & \cdots & O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & m_1 I_{3 \times 3} & \cdots & O_{3 \times 3} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & \cdots & m_n I_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{3(n+1) \times 3(n+1)} \quad (13)$$

一般情况下, 当 $n \geq 3$ 时上述 3 个条件较难同时得到满足, 等效后的 n 个分布质量系统的转动惯量比原系统的转动惯量要小一些, 但相差不大。若发动机质心与 n 个悬置点都位于同一平面时, 总能同时满足 3 个条件, 并可以使得质心处质量 $m_0 = 0$, 则式(13)可变为

$$M_{f_{3n} \times 3n} = \begin{bmatrix} m_1 I_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & \cdots & O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & m_2 I_{3 \times 3} & \cdots & O_{3 \times 3} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & \cdots & m_n I_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{3n \times 3n} = \text{diag} [m_i I_{3 \times 3}] \quad (14)$$

根据前文推导,有

$$M_{6 \times 6} = E^T \text{diag} [m_i I_{3 \times 3}] E = E^T M_{f_{3n} \times 3n} E \quad (15)$$

$$F_{6 \times 1} = E^T F_{f_{3n} \times 1} \quad (16)$$

由 n 个悬置处振动向量 $X_{i\Delta}$ 组成发动机的广义振动位移向量: $P_{3n \times 1} = [X_{1\Delta}^T \ X_{2\Delta}^T \ \cdots \ X_{n\Delta}^T]^T$, 由式(2)可得广义振动位移向量 P 与 6DOF 振动向量 $Q_{6 \times 1}$ 有如下关系

$$E^T P_{3n \times 1} = E^T E Q_{6 \times 1} \quad (17)$$

各个支承元件位置一般不重合,因此行列式

$$\begin{cases} M_{3n \times 3n} = \begin{bmatrix} M_{6 \times 6} & M_{6 \times (3n-6)} \\ M_{(3n-6) \times 6} & M_{(3n-6) \times (3n-6)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E^T \\ A^T \end{bmatrix} \tilde{M}_{f_{3n} \times 3n} [E \ A] = L^T \tilde{M}_{f_{3n} \times 3n} L \\ K_{3n \times 3n} = \begin{bmatrix} K_{6 \times 6} & K_{6 \times (3n-6)} \\ K_{(3n-6) \times 6} & K_{(3n-6) \times (3n-6)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E^T \\ A^T \end{bmatrix} \tilde{K}_{f_{3n} \times 3n} [E \ A] = L^T \tilde{K}_{f_{3n} \times 3n} L \\ C_{3n \times 3n} = \begin{bmatrix} C_{6 \times 6} & C_{6 \times (3n-6)} \\ C_{(3n-6) \times 6} & C_{(3n-6) \times (3n-6)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E^T \\ A^T \end{bmatrix} \tilde{C}_{f_{3n} \times 3n} [E \ A] = L^T \tilde{C}_{f_{3n} \times 3n} L \\ F_{3n \times 1} = \begin{bmatrix} F_{6 \times 1} \\ F_{(3n-6) \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E^T \\ A^T \end{bmatrix} \tilde{F}_{f_{3n} \times 1} = L^T \tilde{F}_{f_{3n} \times 1} \end{cases} \quad (20)$$

通过构造矩阵法,必然存在矩阵 A ,使得增广位置矩阵 $L = [E \ A]$ 是可逆矩阵,因此反解分布质点系统质量矩阵 $\tilde{M}_{f_{3n} \times 3n}$ 、刚度矩阵 $\tilde{K}_{f_{3n} \times 3n}$ 、阻尼矩阵 $\tilde{C}_{f_{3n} \times 3n}$ 以及力向量 $\tilde{F}_{f_{3n} \times 1}$ 为

$$\begin{cases} \tilde{M}_{f_{3n} \times 3n} = (L^T)^{-1} M_{3n \times 3n} L^{-1} \\ \tilde{K}_{f_{3n} \times 3n} = (L^T)^{-1} K_{3n \times 3n} L^{-1} \\ \tilde{C}_{f_{3n} \times 3n} = (L^T)^{-1} C_{3n \times 3n} L^{-1} \\ \tilde{F}_{f_{3n} \times 1} = (L^T)^{-1} F_{3n \times 1} \end{cases} \quad (21)$$

发动机悬置等效 $3n$ DOF 系统的振动方程为

$$\begin{cases} Q_{3n \times 1} = \begin{bmatrix} \tilde{Q}_{6 \times 1} \\ q_{(3n-6) \times 1} \end{bmatrix} = L^{-1} P_{3n \times 1} \\ M_{3n \times 3n} \ddot{Q}_{3n \times 1} + C_{3n \times 3n} \dot{Q}_{3n \times 1} + K_{3n \times 3n} Q_{3n \times 1} = F_{3n \times 1} \end{cases} \quad (22)$$

其中:向量 $q_{(3n-6) \times 1}$ 代表发动机自身 n 质点之间的伸缩挠度,即连接各质点之间的杆不再是刚性的而是具有小柔性的弹性体。

满足式(10)~(12)并考虑连接杆为柔性杆,弹性发动机悬置等效分布质点系统如图3所示。

比起悬置的弹性变形,其在范数意义下 $\|q_{(3n-6) \times 1}\|$ 是个小量, $\tilde{Q}_{6 \times 1}$ 为 6DOF 振动向量 $Q_{6 \times 1}$

$\det(E^T E) \neq 0$,有

$$Q_{6 \times 1} = (E^T E)^{-1} E^T P_{3n \times 1} = E^+ P_{3n \times 1} \quad (18)$$

$E^+ = (E^T E)^{-1} E^T$ 为矩阵 E 的 Moore-Penrose 广义逆。发动机悬置分布质点系统的振动微分方程为

$$\begin{cases} P_{3n \times 1} = E Q_{6 \times 1} \\ M_{f_{3n} \times 3n} \ddot{P}_{3n \times 1} + C_{f_{3n} \times 3n} \dot{P}_{3n \times 1} + K_{f_{3n} \times 3n} P_{3n \times 1} = F_{f_{3n} \times 1} \end{cases} \quad (19)$$

式(19)的系统自由度数并不是 $3n$ DOF。式(18)表明,因为 $3n \times 6$ 阶位置矩阵 E 的秩为 6,所以广义振动位移向量 $P_{3n \times 1}$ 独立的自由度数仍为 6。

设 $\tilde{M}_{f_{3n} \times 3n}$, $\tilde{K}_{f_{3n} \times 3n}$, $\tilde{C}_{f_{3n} \times 3n}$ 和 $\tilde{F}_{f_{3n} \times 1}$ 分别为 $M_{f_{3n} \times 3n}$, $K_{f_{3n} \times 3n}$, $C_{f_{3n} \times 3n}$ 和 $F_{f_{3n} \times 1}$ 的估值,构造如下 $3n \times 3n$ 阶增广质量、刚度、阻尼矩阵以及 $3n \times 1$ 阶力向量

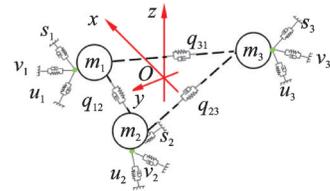


图3 弹性发动机悬置等效分布质点系统

Fig.3 Equivalent distributed particle system for flexible engine mounting

的估值。对比式(18)和式(22)可知:在范数意义下 $\|\tilde{Q}_{6 \times 1}\| \ll \|Q_{6 \times 1}\|$,但因 $\|q_{(3n-6) \times 1}\|$ 为一个小量,估值 $\tilde{Q}_{6 \times 1} \approx Q_{6 \times 1}$ 。图3中 $n=3$,三质点之间的伸缩挠度 $q_{3 \times 1} = [q_{12} \ q_{23} \ q_{31}]^T$,矩阵 A 为

$$A = \begin{bmatrix} x_1 - x_2 & 0 & x_1 - x_3 \\ y_1 - y_2 & 0 & y_1 - y_3 \\ z_1 - z_2 & 0 & z_1 - z_3 \\ x_2 - x_1 & x_2 - x_3 & 0 \\ y_2 - y_1 & y_2 - y_3 & 0 \\ z_2 - z_1 & z_2 - z_3 & 0 \\ 0 & x_3 - x_2 & x_3 - x_1 \\ 0 & y_3 - y_2 & y_3 - y_1 \\ 0 & z_3 - z_2 & z_3 - z_1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

可见,矩阵 A 中也包含了 n 质点之间的相对位置信息。本研究共出现4个悬置位置矩阵,其区别如表1所示。引入 n 质点联合的增广位置矩阵是为了使等效分布质点系统的自由度数为 $3n$ 。

表1 4个位置矩阵的区别

Tab.1 Four position matrix meanings

| 符号 | 含义 | 阶次 | 秩 |
|------------------------------------------------------------------------------------|----------------|----------------|------|
| $Z_i =$ | | | |
| $\begin{bmatrix} 0 & z_i & -y_i \\ -z_i & 0 & x_i \\ y_i & -x_i & 0 \end{bmatrix}$ | 某单点的位置矩阵 | 3×3 | 2 |
| $T_i = [I_{3 \times 3} \ Z_i]$ | 某单点的增广位置矩阵 | 3×6 | 3 |
| $E =$ | | | |
| $[T_1^T \ T_2^T \ \dots \ T_n^T]^T$ | n 点联合的位置矩阵 | $3n \times 6$ | 6 |
| $L = [E \ A]$ | n 点联合的增广位置矩阵 | $3n \times 3n$ | $3n$ |

式(20)~(23)在隔振系统设计悬置支撑参数反解、悬置参数系统辨识中有重要意义,辨识或反解出的分布质点系统刚度矩阵 $\tilde{K}_{\beta n \times 3n}$ 、阻尼矩阵 $\tilde{C}_{\beta n \times 3n}$ 中的对角 3×3 阶分块矩阵即为 $K_{\beta n \times 3n}$ 和 $C_{\beta n \times 3n}$ 的对角 3×3 阶分块矩阵 \tilde{D}_i 和 \tilde{G}_i 的估值。

3 发动机悬置测试试验系统及参数

发动机自动测控系统如图4所示。试验发动机台架采用PowerLink-FC2000自动测控系统,配备节气门控制装置、水冷式GW100B电涡流测功机及电磁式转速传感器,所用发动机型号为桑塔纳2000AJR,为1.78L/74kW水冷直列四缸四冲程电喷发动机,其通过联轴器与测功机相连。

发动机采用橡胶隔振器悬置支承,其3个悬置处照片如图5所示。悬置1和2处为相同规格、型号

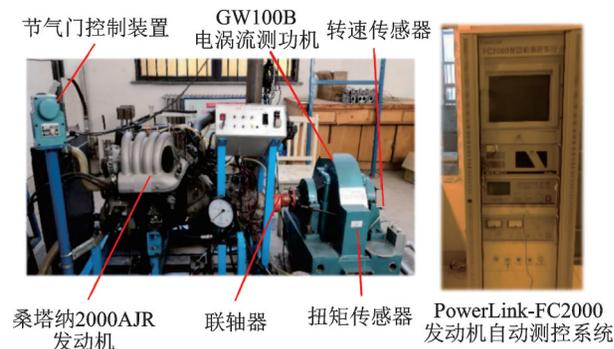


图4 发动机自动测控系统

Fig.4 Automatic engine measurement and control system

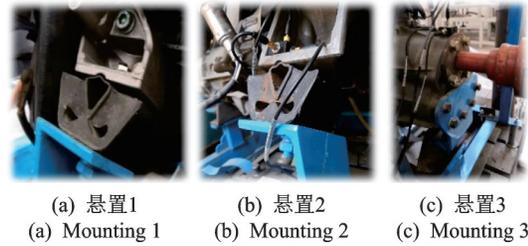


图5 发动机悬置处照片

Fig.5 The photo of engine mounting

的橡胶支座,悬置3处发动机通过螺栓与刚度较大的支座钢板连接。在不改变支撑条件的前提下,通过将每一个悬置点放在一个地磅上,可测得每个悬置处支撑的静态质量(取多次测量平均值)。试验发动机台架以曲轴中心点为原点,曲轴轴向为 y 轴,垂直地面为 z 轴,根据右手法则确定 x 轴。测得发动机悬置系统安装参数见表2。

表2 发动机悬置系统安装参数

Tab.2 Engine mounting system installation parameters

| 支撑参数 | 悬置1 | 悬置2 | 悬置3 |
|-----------|-------------------------------------------|--------------------------------------------|-----------------------------------------|
| 安装欧拉角/(°) | $\theta_{a1} = 0$ $\theta_{s1} = 0$ | $\theta_{a2} = 0$ $\theta_{s2} = 0$ | $\theta_{a3} = 0$ $\theta_{s3} = 0$ |
| 安装位置/m | $x_1 = 0.24$ $y_1 = 0$ $z_1 = -0.1$ | $x_2 = -0.24$ $y_2 = 0$ $z_2 = -0.1$ | $x_3 = 0$ $y_3 = -0.65$ $z_3 = 0$ |
| 静态质量/kg | $m_1 = 73$ | $m_2 = 72$ | $m_3 = 21$ |

在每个支撑处布置1个三向加速度传感器测量发动机振动信号,通过高精度拉压式传感器测量发动机的扭矩波动。

试验时通过节气门控制装置,在给定发动机转速的情况下(1200 r/min),测试发动机的振动激励输入,即绕 y 轴的扭矩 M_y 。发动机的输入-扭矩信号如图6所示。3个悬置位置处的振动加速度输出信号如图7所示。

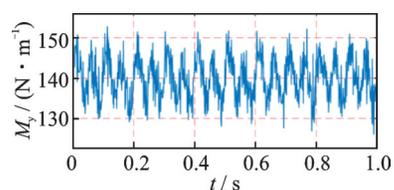


图6 发动机的输入-扭矩信号

Fig.6 Engine input-torque signal

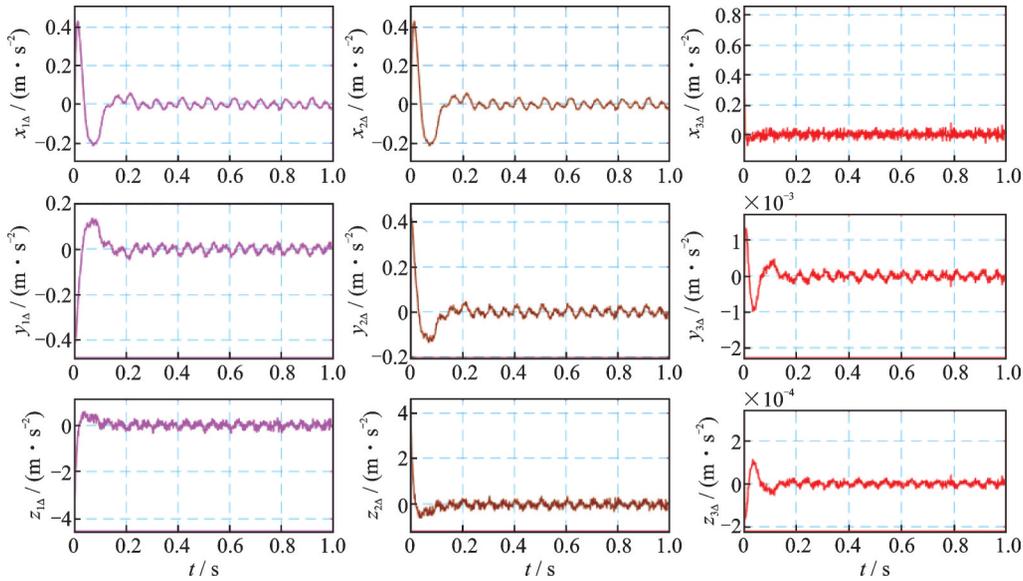


图7 3个悬置位置处的振动加速度输出信号

Fig.7 Output-acceleration signal at three mounting positions

4 分布质点系统辨识算法与仿真对比

悬置系统辨识如图8所示。当三向加速度传感器数量 $n=3$ 时,式(22)的系统待辨识参数为243个(9×9 阶增广质量、刚度和阻尼矩阵)。根据表2中的参数, $m=m_1+m_2+m_3=166$ 。利用式(14)和式(20)可得系统质量阵,只需辨识 9×9 阶刚度、阻尼矩阵,待辨识参数减少为162个。

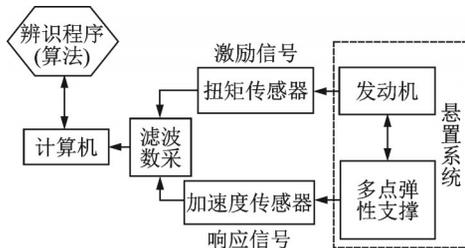


图8 悬置系统辨识

Fig.8 Identification of mounting system

利用式(22)辨识悬置系统支撑参数,第 j 次观测写成矩阵形式为

$$Y(j) = H(j)\hat{\Omega}(j) \quad (24)$$

其中: $Y(j)$ 为 $j \times 1$ 的系统输入观测矢量; $H(j)$ 为 $j \times 162$ 的系统输出观测矩阵; $\hat{\Omega} = (\hat{\vartheta}_1 \ \hat{\vartheta}_2 \ \dots \ \hat{\vartheta}_{162})^T$ 为由需要辨识方程的左侧待辨识参数组成的列向量。

在最小二乘准则下,矩阵 $R(j) = [H(j)^T H(j)]^{-1}$ 的递推公式为

$$R(j+1) = R(j) - S(j)H(j+1)R(j) \quad (25)$$

其中: $S(j)$ 为增益矩阵。

$$S(j) = R(j)H^T(j+1)[I_{j \times j} + H(j+1) \times R(j)H^T(j+1)]^{-1} \quad (26)$$

待估参数矢量的递推公式为

$$\hat{\Omega}(j+1) = \hat{\Omega}(j) + S(j)[Y(j+1) - H(j+1)\hat{\Omega}(j)] \quad (27)$$

在某种向量范数下,若满足 $e = \|\hat{\Omega}(j+1) - \hat{\Omega}(j)\| \leq \epsilon$, 则辨识收敛。其中: e 为2次辨识参数的整体误差; ϵ 为给定的收敛容许条件。

递推最小二乘算法流程图如图9所示。其中: $j=n_0$, 为观测初始值; j 为最大观测次数。辨识时发动机转速为1200 r/min (20 Hz), 采样频率为1 kHz, 利用辨识可得到分布质点系统阻尼和刚度矩阵。

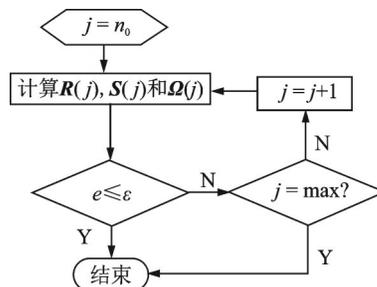


图9 递推最小二乘算法流程图

Fig.9 Recursive least squares algorithm flowchart

阻尼阵为

$$\tilde{C}_{\beta \times 9} = 10^4 \times$$

| | | | | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0.359 9 | 0 | 0.190 9 | -0.000 9 | 0 | -0.001 2 | -0.000 9 | 0 | -0.001 2 |
| 0 | 0.290 5 | 0 | 0 | -0.000 5 | 0 | 0 | -0.000 5 | 0 |
| 0.190 9 | 0 | 0.814 8 | -0.001 2 | 0 | -0.003 8 | -0.001 2 | 0 | -0.003 8 |
| -0.000 9 | 0 | 0.001 2 | 0.359 9 | 0 | -0.190 9 | -0.000 9 | 0 | 0.001 2 |
| 0 | -0.000 5 | 0 | 0 | 0.290 5 | 0 | 0 | -0.000 5 | 0 |
| 0.001 2 | 0 | -0.003 8 | -0.190 9 | 0 | 0.814 8 | 0.001 2 | 0 | -0.003 8 |
| -0.012 3 | 0 | -0.000 0 | -0.012 3 | 0 | 0.000 0 | 1.502 3 | 0 | 0 |
| 0 | -0.002 2 | 0 | 0 | -0.002 2 | 0 | 0 | 0.632 2 | 0 |
| -0.000 0 | 0 | -0.004 6 | 0.000 0 | 0 | -0.004 6 | 0 | 0 | 0.914 6 |

刚度阵为

$$\tilde{K}_{\beta \times 9} = 10^5 \times$$

| | | | | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0.992 2 | 0 | 0.278 0 | -0.002 7 | 0 | -0.001 9 | -0.002 7 | 0 | -0.001 9 |
| 0 | 0.891 1 | 0 | 0 | -0.002 0 | 0 | 0 | -0.002 0 | 0 |
| 0.278 0 | 0 | 1.654 8 | -0.001 9 | 0 | -0.007 2 | -0.001 9 | 0 | -0.007 2 |
| -0.002 7 | 0 | 0.001 9 | 0.992 2 | 0 | -0.278 0 | -0.002 7 | 0 | 0.001 9 |
| 0 | -0.002 0 | 0 | 0 | 0.891 1 | 0 | 0 | -0.002 0 | 0 |
| 0.001 9 | 0 | -0.007 2 | -0.278 0 | 0 | 1.654 8 | 0.001 9 | 0 | -0.007 2 |
| -0.034 6 | 0 | -0.000 0 | -0.034 6 | 0 | 0.000 0 | 3.683 8 | 0 | 0 |
| 0 | -0.004 0 | 0 | 0 | -0.004 0 | 0 | 0 | 1.247 0 | 0 |
| -0.000 0 | 0 | -0.009 8 | 0.000 0 | 0 | -0.009 8 | 0 | 0 | 1.950 8 |

辨识出的分布质点系统刚度矩阵 $\tilde{K}_{\beta \times 9}$ 、阻尼矩阵 $\tilde{C}_{\beta \times 9}$ 中的对角 3×3 阶分块矩阵即为 $K_{\beta \times 9}$ 、 $C_{\beta \times 9}$ 的对角 3×3 阶分块矩阵 \tilde{D}_i 和 $\tilde{G}_i (i=1, 2, 3)$ 的估值, 再依据 $D_i = R_i^T d_i R_i$ 和 $G_i = R_i^T g_i R_i$, 可以辨识出发动机悬置刚度和阻尼, 如表 3 所示。在 Matlab 的 Simulink 软件中, 利用表 2 和表 3 中的参数, 建立悬置系统 Simulink 仿真模型, 如图 10 所示。辨识出的三质点之间的伸缩动态挠度如图 11 所示。由图可见, 三质点之间的弹性变形量非常小, 尤其是质点 1 与质点 2 之间相距较近的 q_{12} 更小。图 12 为发动机刚体 6DOF 振动加速度测试值与辨识后仿真结果对比, 证明了辨识的准确性。

表 3 辨识出的发动机悬置刚度和阻尼

Tab.3 The identified engine mounting stiffness and damping

| 支撑参数 | 悬置 1 | 悬置 2 | 悬置 3 |
|-------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 三向主轴刚度/ ($N \cdot m^{-1}$) | $k_{u1} = 88\ 900$ | $k_{u2} = 88\ 900$ | $k_{u3} = 364\ 900$ |
| | $k_{v1} = 98\ 800$ | $k_{v2} = 98\ 800$ | $k_{v3} = 124\ 300$ |
| | $k_{s1} = 174\ 800$ | $k_{s2} = 174\ 800$ | $k_{s3} = 194\ 100$ |
| 三向主轴阻尼/ ($N \cdot (s \cdot m^{-1})$) | $c_{u1} = 2\ 900$ | $c_{u2} = 2\ 900$ | $c_{u3} = 14\ 900$ |
| | $c_{v1} = 2\ 880$ | $c_{v2} = 2\ 880$ | $c_{v3} = 6\ 300$ |
| | $c_{s1} = 8\ 800$ | $c_{s2} = 8\ 800$ | $c_{s3} = 9\ 100$ |

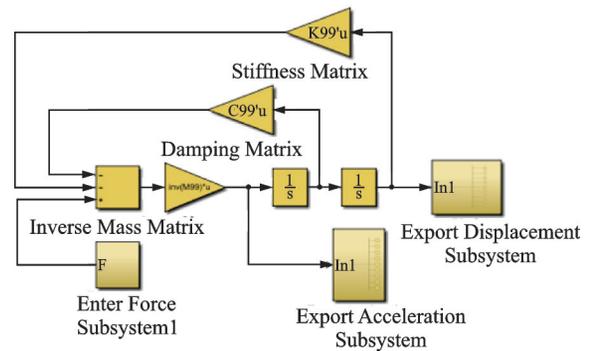


图 10 悬置系统 Simulink 仿真模型

Fig.10 Mounting system Simulink simulation model

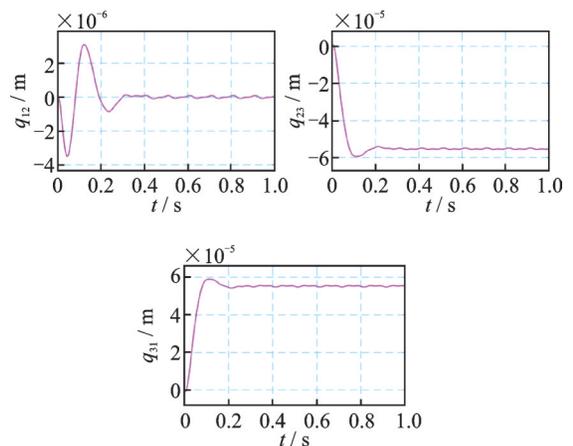


图 11 辨识出的三质点之间的伸缩动态挠度

Fig.11 The identified dynamic deflection of three particles

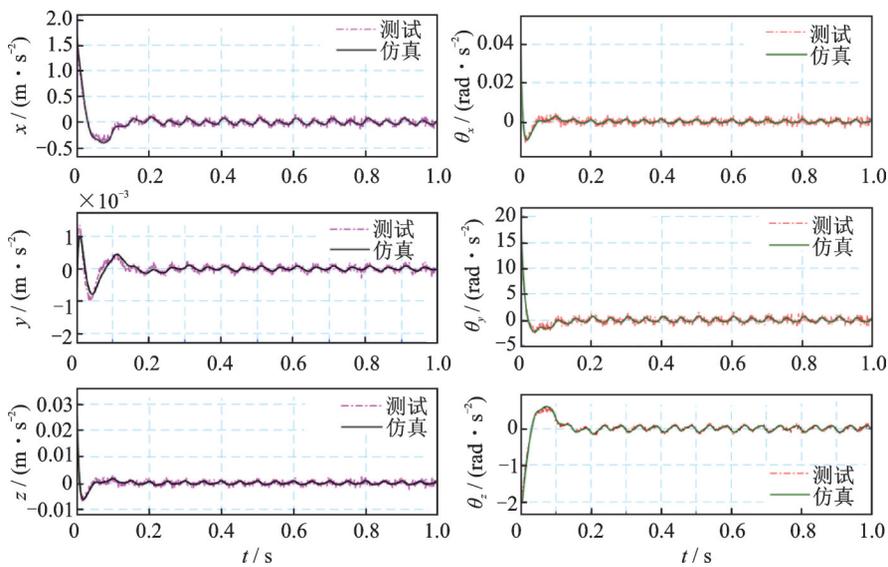


图12 发动机刚体6DOF振动加速度测试值与辨识后仿真结果对比

Fig.12 Comparison of experimental simulation results of engine 6DOF vibration acceleration

5 结 论

1) 刚体可以近似为一种具有某种分布的质点系,可将发动机悬置系统的质量阵等效成分布质点系统,该系统可以更好地描述实际的动力学特征。

2) 坐标系一定的情况下,发动机悬置系统6DOF振动微分方程中质量、刚度和阻尼矩阵都与发动机悬置位置矩阵密切相关。

3) 刚体模型是弹性体动力学分析中的一种简化模型,现实中发动机受力振动,其本身也会发生一定的弹性变形,只是与悬置的弹性变形相比,其为小量。

4) 在工程实际中,本研究所给出的发动机悬置等效分布质点 $3n$ DOF系统,对于悬置系统设计悬置支撑参数反解、悬置参数系统辨识提供了理论基础与实现途径。

参 考 文 献

- [1] 沈颖刚,杨文钊,郭鹏,等.汽车悬置系统研究综述[J].机械设计与研究,2015,31(6):131-139.
SHEN Yinggang, YANG Wenzhao, GUO Peng, et al. A literature review of vehicle mounting systems[J]. Machine Design and Research, 2015, 31(6): 131-139. (in Chinese)
- [2] 王超新,孙靖雅,张志谊,等.最优阻尼三参数隔振器设计和试验[J].机械工程学报,2015,51(15):90-96.
WANG Chaoxin, SUN Jingya, ZHANG Zhiyi, et al. Design and experiment of a three-parameter isolation system with optimal damping[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(15): 90-96. (in Chinese)
- [3] 吴杰,李轼.某装载机动力总成悬置系统隔振性能优化[J].振动与冲击,2016,35(1):23-27.
WU Jie, LI Shi. Optimal design for vibration isolation performance of a loader's powertrain mounting system [J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(1): 23-27. (in Chinese)
- [4] 张兰春,赵清海,张洪信,等.汽车动力总成悬置支架的多目标拓扑优化[J].汽车工程,2017,39(5):551-555.
ZHANG Lanchun, ZHAO Qinghai, ZHANG Hongxin, et al. Multi-objective topology optimization for the mount bracket of vehicle powertrain [J]. Automotive Engineering, 2017, 39(5): 551-555. (in Chinese)
- [5] JIANG Y H, ZHENG L, LIU Q B. Model development and experimental study for dynamic characteristics of semi-active engine mount in vehicle [C]// Proceedings of the 19th Asia Pacific Automotive Engineering Annual Conference and the 2017 China Society of Automotive Engineers Annual Conference. [S.l.]: Chinese Society of Automotive Engineers, 2017.
- [6] LION A, JOHLITZ M. A mechanical model to describe the vibroacoustic behaviour of elastomeric engine mounts for electric vehicles [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 2020: 106874.
- [7] EID S M, AHMED A A S, SHOROUK S H. Assessment of vibration and transmissibility behaviour of a rubber engine mount considering vibration tuned modification [J]. International Journals of Vehicle Noise and Vibration, 2016, 12(1):24-41.
- [8] 林新有,郝耀东,何智成,等.基于动力总成-整车耦合模型的动力悬置系统振动性能研究[J].汽车工程学报,2017,7(5):357-367.

- LIN Xinyou, HAO Yaodong, HE Zhicheng, et al. Research on vibration performance of powertrain mounting system based on a model coupling the powertrain and vehicle[J]. Chinese Journal of Automotive Engineering, 2017, 7(5):357-367.(in Chinese)
- [9] WU J, SHAN Y C, LIU X D, et al. Parameter optimization of engine mounting system based on TRA decoupling [J]. International Journals of Vehicle Noise and Vibration, 2017, 74(1):41-61.
- [10] REDDY M R T, JAYAKUMAR V, SANTHOSH-KUMAR D, et al. Vibration testing of novel engine mount: technical note[J]. International Journal of Vehicle Structures & Systems, 2018, 10(6): 417-419.
- [11] 郝慧荣, 张慧杰. 基于质量阵 Cholesky 分解的发动机悬置系统优化[J]. 计算力学学报, 2018, 35(3): 372-379.
HAO Huirong, ZHANG Huijie. Optimization of engine mount system based on Cholesky factorization of mass matrix [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2018, 35(3): 372-379.(in Chinese)
- [12] 张慧杰, 郝慧荣, 郭志平, 等. 发动机空间6DOF动力隔振拓扑模型仿真研究[J]. 计算力学学报, 2019, 36(5):699-706.
ZHANG Huijie, HAO Huirong, GUO Zhiping, et al. Simulation research on 6DOF topology model of engine mounting system[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2019, 36(5):699-706.(in Chinese)
- [13] MOHAMMED I, RAJENDRA-PRASAD V B S. Response of rubber based engine mounts with SBR as the core rubber [J]. Materials Science and Engineering, 2018, 455(1):907-916.
- [14] SANTHOSHKUMAR D, JAYAKUMAR V, REDDY M R T, et al. Finite element modelling and analysis of novel engine mount: technical note[J]. International Journal of Vehicle Structures & Systems, 2018, 10(6): 415-416.
- [15] KIRTHANA S, MOHAMMED K N. Finite element analysis and topology optimization of engine mounting bracket[J]. Materials Today, 2018, 5(9):19277-19283.
- [16] LÜ L, WANG J Z, CHEN S. Strength performance analysis and improvement of engine mounting bracket for a commercial vehicle [J]. American Journal of Mechanics and Applications, 2019, 7(2): 12907-12916.
- [17] 匡宇宵, 冯慧华, 高娜. 动力总成系统振动建模与分析[J]. 机械设计与制造, 2019(4):200-203.
KUANG Yuxiao, FENG Huihua, GAO Na. The vibration modeling and analysis of power assembly system [J]. Machinery Design & Manufacture, 2019 (4) : 200-203.(in Chinese)
- [18] 陈世崑, 杜鹏飞, 李锐, 等. 磁流变发动机悬置的参数化建模与辨识[J]. 机械工程学报, 2016, 52(8):29-35.
CHEN Shiwei, DU Pengfei, LI Rui, et al. Dynamic parametric modeling and identification of magnetorheological fluid engine mounts [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(8):29-35.(in Chinese)
- [19] 郑玲, 刘巧斌, 犹佐龙, 等. 半主动悬置幅变动特性建模与试验分析[J]. 机械工程学报, 2017, 53(14): 98-105.
ZHENG Ling, LIU Qiaobin, YOU Zuolong, et al. Development of modified lumped parameter model involving amplitude-dependence characteristics on semi-active engine mount and experimental verification [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(14) : 98-105.(in Chinese)
- [20] GUO R, WEI X K, ZHOU S Q, et al. Parametric identification study of an active engine mount: Combination of finite element analysis and experiment [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 2019, 233(2):427-439.



第一作者简介:郝慧荣,男,1981年10月生,博士、副教授、硕士生导师。主要研究方向为车辆振动控制。

E-mail:haohuirong0921@163.com