

基于 MF-EI 法的水闸底板脱空参数反演*

李火坤, 方 静, 黄 伟, 万子豪

(南昌大学工程建设学院 南昌, 330031)

摘要 为了更好地解决水工结构以损伤诊断为目的的传感器布置问题,以软基水闸为研究对象、水闸底板脱空为损伤类型,针对传统有效独立法未考虑结构损伤信息的缺陷,将模态柔度作为结构损伤敏感特征量,并引入结构的模态柔度修正有效独立法,提出基于模态柔度-有效独立法(modal flexibility-effective independent method,简称 MF-EI)的水闸底板脱空参数反演方法。采用模态置信准则、Fisher 信息阵、条件数准则和奇异值分解比准则 4 种评价指标,分别对距离系数-有效独立法(distance coefficient-effective independence method,简称 DC-EI)、有效独立-总位移法(effective independence-total displacement method,简称 EI-TD)和 MF-EI 法进行评价,并将 3 种方法得到的布置方案应用到不同工况下软基水闸底板脱空动力学反演中,对比分析 3 种方法各工况脱空参数的反演结果。结果表明:MF-EI 法测得的模态矩阵具有更好的正交性、可观测性和模态扩阶性,同时保留了对软基水闸底板脱空敏感的损伤信息,3 种工况下的脱空参数反演识别精度分别提高至 97.5%, 96.1% 和 75.9%,是一种较为有效的水闸底板脱空参数反演方法。

关键词 软基水闸;底板脱空;传感器优化布置;模态柔度-有效独立法;反演

中图分类号 O329;TV31

引 言

传感器布置系统是结构健康监测的首要环节,不仅直接影响结构动力特征参数测试精度,也是诊断结构安全与否的关键。在实际工程中,如何利用有限的传感器来获得较全面的结构信息,进而为工程结构的健康监测提供更完备的模态信息十分重要。

传感器优化布置方法大致分为对目标函数进行优化的传统算法和对采用搜索技术优化的非传统算法。传统算法主要包括有效独立法(effective independence method,简称 EI)、运动能量法、正交三角分解法等;非传统算法主要有遗传算法、萤火虫算法等。其中,有效独立法是实际工程中应用最广的有效方法,但其具有一定的局限性。Meo 等^[1]针对测点能量易丢失的问题,利用驱动点残差系数对有效独立法进行修正,提出了有效独立-驱动点残差法,并将其应用在桥梁中。杨雅勋等^[2]选取自由度的模态应变能修正有效独立法,提出了能量系数-有效独立法,适用于桥梁的传感器优化布置。何龙军等^[3]提出了距离系数-有效独立法,并应用于高拱坝的传感器优化布置中。张建伟等^[4]提出了有效独立-总位移法,并将其用于拱坝等大型水工结构中。Vin-

cenzi 等^[5]基于信息熵理论将距离和模态的预测误差相关性矩阵作为目标函数,用于解决桥梁振动中的传感器优化布置问题。

有效独立法以获得模态空间估计最佳的测点布置为目的,但不能保留对结构损伤敏感的测点。针对这一局限性,笔者选取模态柔度作为结构损伤敏感特征量,将模态柔度以权重的方式修正有效独立法,提出 MF-EI 法,并应用到水工结构中的 DC-EI 法^[3]、EI-TD 法^[4]进行比较。本研究以软基水闸为研究对象,以水闸底板脱空为损伤类型,分别运用 3 种方法进行测点布置,采用模态置信准则、Fisher 信息阵、条件数准则和奇异值分解比准则 4 种评价准则对布置方案进行评价,同时将该 3 种方法运用到不同工况下软基水闸底板脱空参数反演中,验证了方法的有效性。

1 水闸底板脱空参数反演基本原理

1.1 有效独立法

有效独立法是应用最广泛的传感器优化布置方法之一,其从所有候选测点出发,依次删除对目标模态向量线性无关贡献最小的自由度,从而通过有限个传感器获得模态信息尽可能多的传感器优化布置

* 国家自然科学基金资助项目(52079061, 51909115, 51879126);江西省研究生创新专项资金资助项目(YC2021-S052)

收稿日期:2022-03-31;修回日期:2022-06-07

方案。

根据模态叠加原理,结构动力输出信息为

$$U = \Phi q + s \quad (1)$$

其中: Φ 为模态向量; q 为模态坐标向量; s 为方差的高斯白噪声。

根据最小二乘法获得模态坐标 q 的有效无偏差估计,则 q 的协方差矩阵为

$$P = E[(q - \bar{q})(q - \bar{q})^T] = \left[\frac{1}{\sigma^2} \Phi^T \Phi \right]^{-1} = \frac{1}{\sigma^2} [Q]^{-1} \quad (2)$$

其中: Q 为Fisher信息矩阵。

当 Q 为极大值时,估计误差的协方差矩阵最小,模态坐标向量就能获得最佳估计。

各自由度对目标模态线性无关贡献的有效独立矩阵 E 为

$$E = \Phi [\Phi^T \Phi]^{-1} \Phi^T \quad (3)$$

E 为幂等矩阵,对角元素为该自由度对模态矩阵线性无关的贡献值,逐步删除贡献值较小的自由度,就能得到传感器的最佳布置点位。

1.2 模态柔度-有效独立法

基于有效独立法的传感器优化布置以目标模态向量线性无关为目的,会使选取的测点丢失结构损伤信息。结构健康监测中常采用固有频率和振型对结构进行损伤诊断,但结构固有频率和振型对结构损伤灵敏度不高,不能对结构进行准确的损伤定位。由于结构模态柔度对结构损伤的敏感程度优于频率和振型,同时在实际测试中,高阶模态难以获取,而模态柔度只需通过低阶模态便可较精准地获得^[6],因此笔者选取模态柔度作为结构的损伤敏感特征量。

对于无阻尼自由振动系统,结构的振动特征方程为

$$K\Phi = M\Phi\Lambda \quad (4)$$

其中: K, M, Φ, Λ 分别为结构的刚度矩阵、质量矩阵、特征向量和特征值。

Λ 为对角矩阵,即

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & & \\ & \omega_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中: ω_i 为结构第 i 阶的固有频率。

在对结构进行模态分析时,要将振型进行归一化,结构的振型向量与质量矩阵应满足正交化,即

$$\Phi^T M \Phi = I \quad (6)$$

将式(4)两边同时左乘 Φ^T ,再将式(5)代入可得

$$\Phi^T K \Phi = \Lambda \quad (7)$$

对式(7)两边同时求逆可得

$$(\Phi^T)^{-1} K^{-1} \Phi^{-1} = \Lambda^{-1} \quad (8)$$

结构的刚度矩阵与柔度矩阵互为逆矩阵,由式(7)可得结构的模态柔度 F 为

$$F = K^{-1} = \Phi \Lambda^{-1} \Phi^T = \sum_{i=1}^n \frac{\phi_i \phi_i^T}{\omega_i^2} \quad (9)$$

为更好地理解柔度矩阵中各元素的含义,经运算后结构的模态柔度可表示为

$$F = \begin{bmatrix} \sum_{r=1}^n \frac{\phi_1^r \phi_1^r}{\omega_r^2} & \sum_{r=1}^n \frac{\phi_1^r \phi_2^r}{\omega_r^2} & \cdots & \sum_{r=1}^n \frac{\phi_1^r \phi_n^r}{\omega_r^2} \\ \sum_{r=1}^n \frac{\phi_2^r \phi_1^r}{\omega_r^2} & \sum_{r=1}^n \frac{\phi_2^r \phi_2^r}{\omega_r^2} & \cdots & \sum_{r=1}^n \frac{\phi_2^r \phi_n^r}{\omega_r^2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{r=1}^n \frac{\phi_n^r \phi_1^r}{\omega_r^2} & \sum_{r=1}^n \frac{\phi_n^r \phi_2^r}{\omega_r^2} & \cdots & \sum_{r=1}^n \frac{\phi_n^r \phi_n^r}{\omega_r^2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中: ω 为结构固有频率; ϕ 为结构模态振型; r 为模态阶数。

柔度矩阵内的单个元素 $F_{ij} = \sum_{r=1}^n \frac{\phi_i^r \phi_j^r}{\omega_r^2}$,其物理

意义是在结构 j 点施加单位集中力时 i 点产生的位移,即模态柔度。由矩阵对角元素的物理意义可知,对角元素对结构刚度的变化比较敏感,因此选取柔度矩阵的对角元素作为结构损伤指标。

当结构发生损伤时,对损伤敏感的测点产生的模态柔度一般都较大。笔者针对有效独立法的不足,考虑结构损伤信息,结合自由度对结构损伤敏感性和对模态线性独立的贡献度,提出MF-EI法。具体步骤如下:

1) 建立结构有限元模型,进行模态分析,提取结构的固有频率 ω 和振型 ϕ ;

2) 根据式(10)计算出所有待选自由度各阶的模态柔度之和 $\lambda_i = \sum_{r=1}^n \frac{\phi_i^r \phi_i^r}{\omega_r^2}$,同时计算出所有自由度的模态柔度总和 $\lambda = \sum_{i=1}^m \lambda_i$ (m 为测点个数),并采用

每个自由度模态柔度的百分比作为自由度对结构的损伤敏感度,则每个自由度对结构的损伤敏感度为

$$\delta_i = \lambda_i / \lambda \quad (11)$$

3) 根据式(3)计算各自由度对目标模态向量线性无关的贡献度 E_{ii} 以及所有自由度贡献度之和 E ,则各自由度贡献值占比为

$$\eta_i = E_{ii} / E \quad (12)$$

4) 计算所有待选自由度对目标模态向量的总

贡献值 α_i

$$\alpha_i = \delta_i + \eta_i \quad (13)$$

5) 选取 α_i 最大值对应的自由度作为测点位置, 将剩余候选自由度组成新的模态矩阵, 重复步骤 2~4, 直到所得自由度为预定的传感器数目, 得到基于 MF-EI 法传感器优化布置方案。

1.3 水闸底板脱空参数反演

1.3.1 响应面数学代理模型

在水闸底板脱空参数反演过程中, 为表达模态参数与脱空参数的非线性数学关系, 构造响应面数学模型代替有限元模型, 采用 3 阶多项式并含二次交叉响应面数学方程描述脱空参数 d_i 与模态柔度 F 之间的非线性关系, 具体表达式为

$$F_{pq}(d_i) = \alpha_p + \sum_{i=1}^n \alpha_{pqi} d_i + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \alpha_{pqij} d_i d_j + \sum_{i=1}^n \alpha_{pqii} d_i^2 + \sum_{i=1}^n \alpha_{pqiii} d_i^3 \quad (14)$$

其中: F_{pq} 为不同脱空工况下的第 p 阶、第 q 节点的模态柔度; $d_i \in [d_i^l, d_i^u]$, 为待反演识别的脱空参数; d_i^l, d_i^u 分别为脱空范围取值的上限和下限; α_{pqij} 为第 p 阶、第 q 节点的模态柔度与脱空参数 d_i 和 d_j 间的响应面数学方程待定系数。

采用拉丁超立方抽样法在脱空参数取值范围内抽取 2 000 组参数样本, 作为有限元模型脱空参数输入进行模态分析, 得出不同脱空工况下的模态信息, 并计算各节点的模态柔度值。根据式 (14) 采用多元回归分析的方法拟合模态柔度与水闸底板脱空参数之间的待定系数, 从而确定响应面数学代理模型。

1.3.2 水闸底板脱空参数反演的目标函数

将水闸的模态柔度与响应面数学模型计算得到模态柔度的相对偏差作为目标函数 J^* , 比较水闸各测点节点模态柔度的响应面数学模型计算值与水闸模型各节点的识别值, 将软基水闸底板脱空参数的反演表示为目标函数的最优化求解, 并采用遗传算法求解目标函数的最优解。构造的目标函数为

$$J^* = \sum_{p=1}^M \sum_{q=1}^N \left(1 - \frac{F_{pq}}{F_{pq}^*} \right)^2 \quad (15)$$

其中: F_{pq}^*, F_{pq} 分别为测点 q 的第 p 阶模态柔度识别值和响应面代理模型计算值; N 为测点个数; M 为模态阶数。

1.4 水闸底板脱空参数反演基本流程

基于 MF-EI 法的水闸底板脱空参数反演流程如图 1 所示。

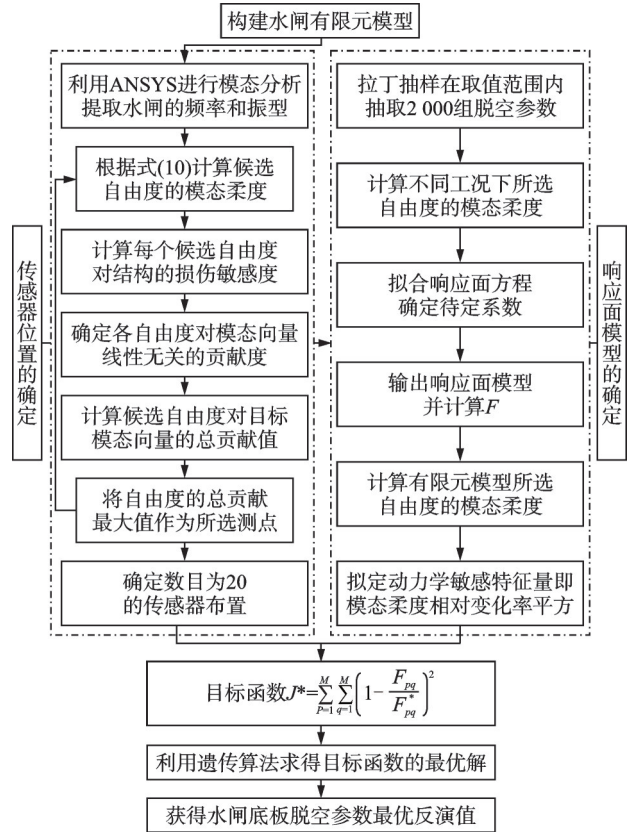


图 1 水闸底板脱空参数反演流程图

Fig.1 Flow chart of inversion parameters of sluice floor voiding parameters

2 算例分析

2.1 水闸模型

笔者采用图 2 所示的软基水闸模型为研究对象, 以水闸底板脱空为损伤类型, 利用合理的传感器优化布置实现软基水闸底板脱空区域识别。该水闸模型的比例为 1:10, 模型基本尺寸为: 顺水流方向长 1.44 m, 垂直水流方向宽 1.36 m, 闸墩高为 1.6 m, 闸墩与底板厚度均为 0.16 m。模型采用 Solid65 单元, 模型材料参数见文献[7]。因为只需研究结构固有属性, 故只施加垂直底板四边约束和重力约束。采用温克尔地基模型, 定义 Surface 154 单元附着于水闸底板, 设置弹性地基刚度 (elastic foundation stiffness, EFS) 值模拟图 2(a) 中的地基, 通过将 EFS 值置为零来模拟水闸底板脱空的区域, 最终的有限元模型如图 2(b) 所示。

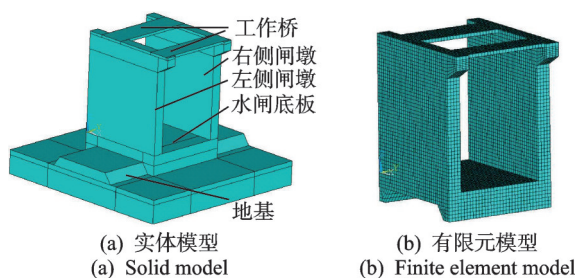


图2 软基水闸模型

Fig.2 Model of the soft foundation sluice

2.2 软基水闸底板脱空工况设置

笔者设置两种单侧脱空工况和一种相对侧脱空工况进行传感器优化布置,软基水闸底板脱空区域示意图如图3所示。通过设置脱空参数 $d_i (i=1, 2, \dots, n)$ 控制脱空区域的范围,软基水闸底板各工况脱空参数如表1所示。

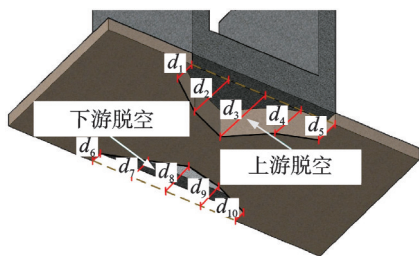


图3 软基水闸底板脱空区域示意图

Fig.3 Schematic diagram of the vacant area of the floor sluice on soft foundation

表1 软基水闸底板各工况脱空参数

Tab.1 Void parameters in various working conditions of the floor sluice on soft foundation m

脱空参数	工况1	工况2	工况3
d_1	0.21	0.21	0.21
d_2	0.31	0.48	0.48
d_3	0.48	0.63	0.63
d_4	0.35	0.36	0.36
d_5	0.18	0.24	0.24
d_6	—	—	0.11
d_7	—	—	0.23
d_8	—	—	0.36
d_9	—	—	0.28
d_{10}	—	—	0.12

2.3 传感器优化布置方案

水闸的传感器可布置区域为两侧闸墩内侧,共2 170个可布测点,待布置传感器数目为20个。在振动测试中一般只能测到低阶模态,笔者提取水闸的前4阶模态,利用ANSYS软件对水闸进行模态分析。根据模态分析的结果分别运用DC-EI

法、EI-TD法及MF-EI法对设置的3种脱空工况进行传感器优化布置,得到测点布置图如图4~6所示。

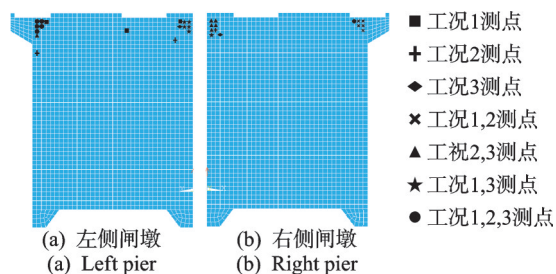


图4 基于DC-EI法的测点布置图

Fig.4 Layout of measuring points based on DC-EI method

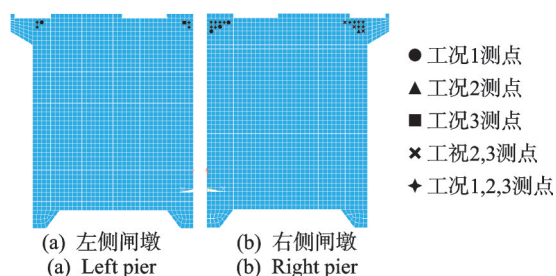


图5 基于EI-TD法的测点布置图

Fig.5 Layout of measuring points based on EI-TD method

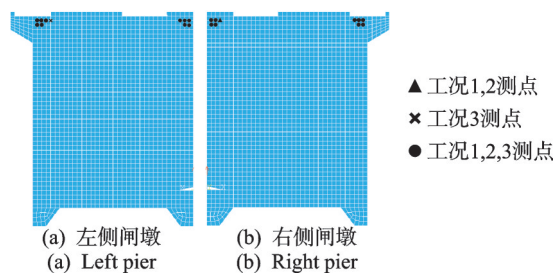


图6 基于MF-EI法的测点布置图

Fig.6 Layout of measuring points based on MF-EI method

2.4 方案评价

2.4.1 模态置信准则

模态置信准则可以判别结构模态向量线性独立的好坏,是衡量模态向量交角的有效数学工具,其表达式为

$$MAC_{ij} = \frac{(\phi_i^T \phi_j)^2}{(\phi_i^T \phi_i)(\phi_j^T \phi_j)} \quad (16)$$

其中: ϕ_i, ϕ_j 分别为第 i, j 阶的模态向量。

MAC矩阵的非对角元素表示不同模态向量的交角情况:当 $MAC_{ij} (i \neq j)$ 值为1时,说明第 i 阶与第 j 阶向量线性相关,两阶向量独立性最差;当 $MAC_{ij} (i \neq j)$ 值为0时,说明第 i 阶与第 j 阶向量线性无关,两阶向量独立性最好。所以 $MAC_{ij} (i \neq j)$ 越接近0,越能反映出结构的动力特性。

通常选取如下函数作为评价指标

$$f_1=(MAC_{ij})_{max} \tag{17}$$

f_1 值越小表示所得结构模态向量独立性越好,各工况下 3 种方法的 MAC 矩阵图如图 7~9 所示。3 种方法的 MAC 矩阵评价指标如表 2 所示,通过比较可得,DC-EI 法、EI-TD 法及 MF-EI 法在 3 种工况中最小值分别为 0.166,0.245 和 0.067,说明本研究所提方法相比 DC-EI 法和 EI-TD 法能获得线性独立较好的模态向量,最能反映结构的动力特性。

2.4.2 Fisher 信息阵

本研究采用 Fisher 信息矩阵的行列式 f_2 作为评价指标,信息阵的行列式值越大越好。3 种方法

表 2 3 种方法的 MAC 矩阵评价指标
Tab.2 MAC matrix evaluation indicators of the three methods

评价指标	工况	DC-EI 法	EI-TD 法	MF-EI 法
f_1	1	0.243	0.245	0.067
	2	0.166	0.357	0.165
	3	0.723	0.786	0.792

Fisher 信息矩阵行列式值如表 3 所示。由表可知,DC-EI 法、EI-TD 法及 MF-EI 法在 3 种工况中对应的信息矩阵行列式最大值分别为 1.478×10^{-10} , 2.282×10^{-10} 和 4.361×10^{-10} ,说明本研究 MF-EI 法

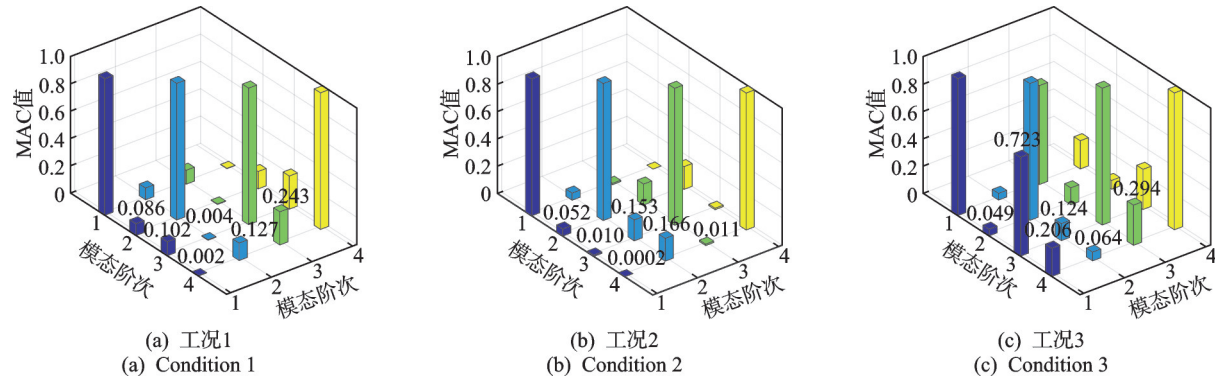


图 7 DC-EI 法 MAC 矩阵图
Fig.7 MAC matrix diagram of distance coefficient-effective independent method

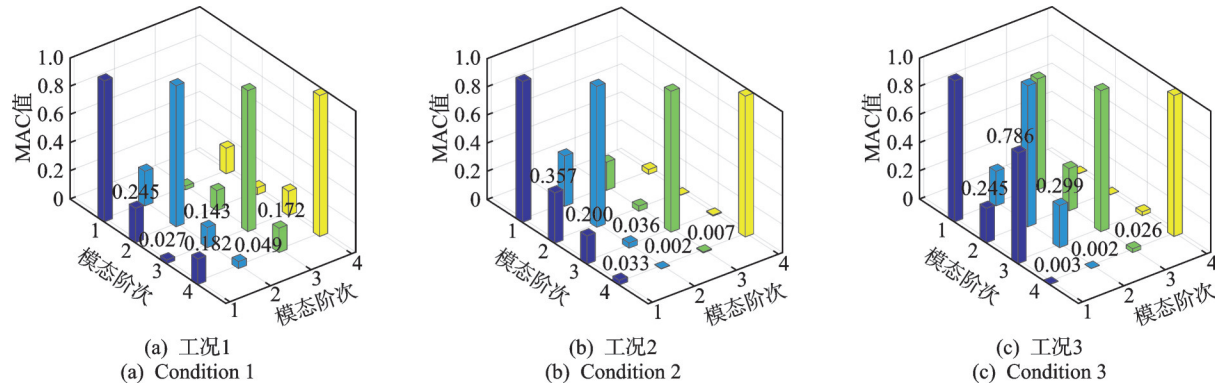


图 8 EI-TD 法 MAC 矩阵图
Fig.8 MAC matrix diagram of effective independent-total displacement method

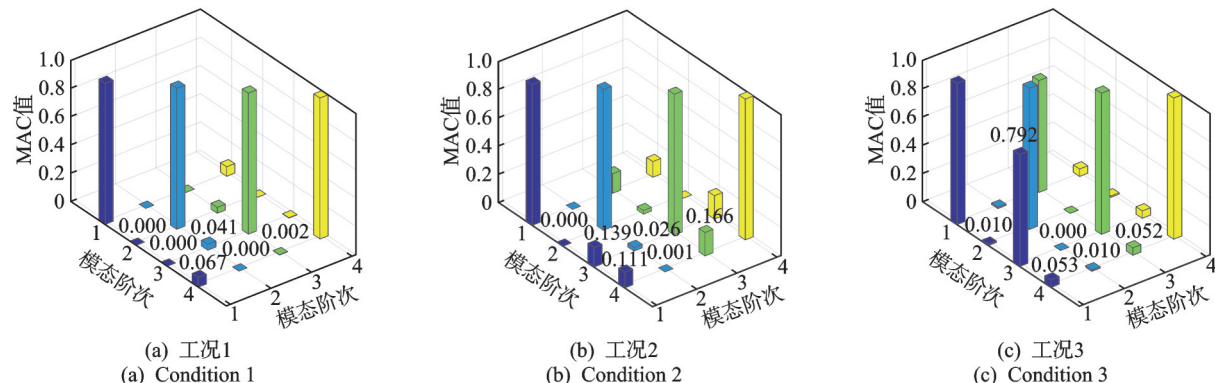


图 9 MF-EI 法 MAC 矩阵图
Fig.9 MAC matrix diagram of modal compliance-effective independent method

表 3 3 种方法 Fisher 信息矩阵行列式值

Tab.3 Fisher information matrix determinant of the three methods

评价指标	工况	DC-EI 法	EI-TD 法	MF-EI 法
f_2	1	1.478×10^{-10}	2.282×10^{-10}	4.361×10^{-10}
	2	4.190×10^{-11}	5.837×10^{-11}	1.493×10^{-10}
	3	4.655×10^{-12}	6.552×10^{-12}	1.194×10^{-11}

在保留结构模态信息方面表现较好。

2.4.3 条件数准则

由矩阵理论可知,矩阵条件数是评价模态矩阵是否病态的一种度量,矩阵的条件数越接近 1,表明矩阵性态越稳定。本研究选取模态矩阵的 2-范条件数作为评价指标,模态矩阵的条件数越小越好。3 种方法的模态矩阵条件数如表 4 所示,DC-EI 法、EI-TD 法及 MF-EI 法在 3 种工况中对应的模态矩阵条件数最小值分别为 25.60,22.14 和 15.95,说明本研究方法可获得性态良好的模态矩阵。

表 4 3 种方法的模态矩阵条件数

Tab.4 Modal matrix condition numbers of the three methods

评价指标	工况	DC-EI 法	EI-TD 法	MF-EI 法
f_3	1	25.60	22.14	15.95
	2	39.70	37.89	24.57
	3	104.49	101.99	76.82

2.4.4 奇异值分解比准则

奇异值分解比是特征向量的最大奇异值和最小奇异值的比值,该准则可以用来衡量传感器布置位置的好坏,也可以反映模态的扩阶问题和模态的可

识别性,若模态矩阵的奇异值分解比较大,模态扩阶结果误差较大,结构模态不易识别。3 种方法的奇异值分解比如表 5 所示。由表可知,DC-EI 法、EI-TD 法及 MF-EI 法在 3 种工况中对应的奇异值分解最小值分别为 25.64,22.09 和 16.20,模态柔度-有效独立法较其他 2 种方法最小,说明本研究方法在模态正交性、可观测以及模态扩阶方面具有较大优势。

表 5 3 种方法的奇异值分解比

Tab.5 Singular value decomposition ratios of the three methods

评价指标	工况	DC-EI 法	EI-TD 法	MF-EI 法
f_4	1	25.64	22.09	16.20
	2	39.40	37.70	24.48
	3	102.89	101.36	76.52

2.5 软基水闸底板脱空参数反演结果

根据上述评价准则可知,MF-EI 法所得到的目标模态向量各项指标都具有较大优势。为验证该方法对水闸底板脱空参数识别是否可行,采用 DC-EI 法,EI-TD 法和 MF-EI 法获得的模态参数进行软基水闸底板脱空动力学反演,其中本研究动力学反演过程中的模态参数为模态柔度。不同方法各工况软基水闸底板脱空参数识别值与实际值对比如图 10 所示。选取脱空参数最大相对误差值 f_5 和平均相对误差值 f_6 作为评价指标,不同方法各工况脱空参数识别误差值如表 6 所示。由表 6 可知,DC-EI 法、EI-TD 法及 MF-EI 法单侧脱空形式的脱空参数识别平均相对误差最小值分别为 15.5%,9.6% 和 2.5%。

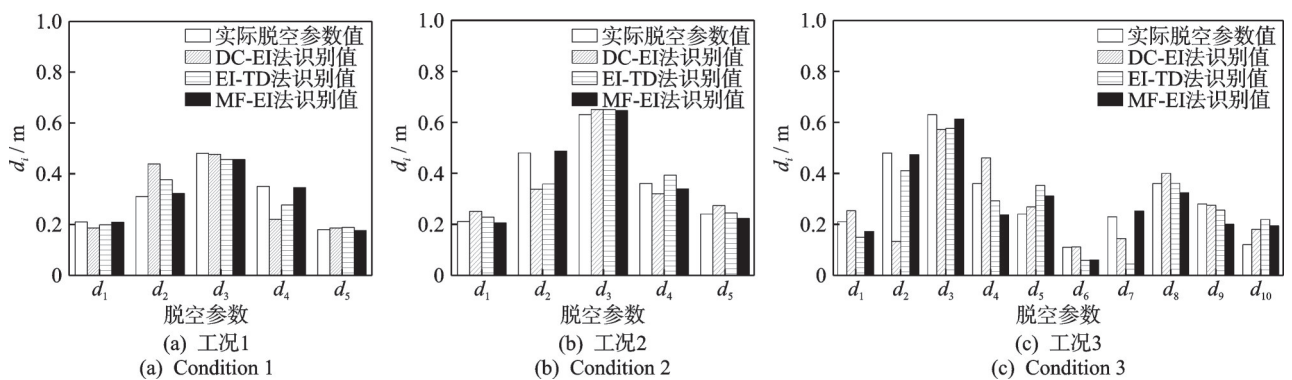


图 10 不同工况下脱空参数识别值与实际值对比图

Fig.10 Comparison of the identification value and actual value of the void parameter under different working conditions

表 6 不同方法各工况脱空参数识别误差值

Tab.6 Identification error values of void parameters in different working conditions of different methods

评价指标	工况	DC-EI 法	EI-TD 法	MF-EI 法	评价指标	工况	DC-EI 法	EI-TD 法	MF-EI 法
f_5	1	41.6	21.6	3.9	f_6	1	18.5	11.5	2.5
	2	29.8	25.4	7.1		2	15.5	9.6	3.9
	3	72.3	80.9	61.7		3	24.4	33.7	24.1

对于双侧脱空形式,由于脱空参数较多,脱空参数反演识别精度较单侧脱空形式较低,其平均相对误差分别为24.4%,33.7%和24.1%。这说明MF-EI法不仅获得性态良好的模态矩阵,同时还包含更多的结构损伤信息,具有较好的软基水闸底板脱空参数反演识别效果。

3 结 论

1) 考虑到模态柔度对结构损伤的敏感性,利用低阶模态便可获得较精确模态柔度的优点,引入模态柔度对有效独立法进行合理修正,提出了一种可提高结构损伤敏感性的传感器优化布置方法。将本研究方法与DC-EI法、EI-TD法应用到3种软基水闸底板脱空工况的传感器优化布置中,分别得到传感器数目为20时的9种布置方案。

2) 分别运用模态置信准则、Fisher信息阵、条件数准则和奇异值分解比准则对3种方法不同工况下得到的布置方案进行全面评价。结果表明:MF-EI法在解决软基水闸底板脱空的传感器优化布置问题时,在保证模态信息独立性的同时,可获得性态更好的模态矩阵、较优的模态正交性、可观测性以及较小的模态扩阶误差。

3) 分别将3种方法布置方案得到的模态矩阵运用到软基水闸底板脱空参数动力学反演中,结果表明,MF-EI法获得的模态矩阵更能反映软基水闸底板脱空信息,3种工况的脱空参数反演识别精度分别提高至97.5%,96.1%和75.9%,对实际水闸底板脱空参数反演具有一定的参考价值。

4) 从测点结果来看,MF-EI法在2种单侧脱空工况下计算出的测点重合,且与双侧脱空工况只有一个未重合测点,说明MF-EI法对于不同脱空区域具有较好的普适性。对于实际工程中的测点布置,在振动传感器有限的情况下,选取不同工况得到的共同测点即可。

参 考 文 献

- [1] MEO M, ZUMPANO G. On the optimal sensor placement techniques for a bridge structure[J]. Engineering Structures, 2005, 27(10): 1488-1497.
- [2] 杨雅勋,郝宪武,孙磊. 基于能量系数-有效独立法的桥梁结构传感器优化布置[J]. 振动与冲击, 2010, 29(11): 119-123, 134.
YANG Yaxun, HAO Xianwu, SUN Lei. Optimal placement of sensors for a bridge structure based on en-

ergy coefficient-effective independence method[J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(11): 119-123, 134.(in Chinese)

- [3] 何龙军,练继建,马斌,等. 基于距离系数-有效独立法的大型空间结构传感器优化布置[J]. 振动与冲击, 2013, 32(16): 13-18.
HE Longjun, LIAN Jijian, MA Bin, et al. Optimal sensor placement for large space structures based on distance coefficient-effective independence method [J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(16): 13-18. (in Chinese)
- [4] 张建伟,刘轩然,赵瑜,等. 基于有效独立-总位移法的水工结构振测传感器优化布置[J]. 振动与冲击, 2016, 35(8): 148-153.
ZHANG Jianwei, LIU Xuanran, ZHAO Yu, et al. Optimal sensor placement for hydraulic structures based on effective independence-total displacement method [J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(8): 148-153. (in Chinese)
- [5] VINCENZI L, SIMONINI L. Influence of model errors in optimal sensor placement[J]. Journal of Sound and Vibration, 2017, 389: 119-133.
- [6] 王启明,朱瑞虎,王宁,等. 基于模态柔度的高桩码头桩基损伤识别[J]. 水运工程, 2020(10): 46-51.
WANG Qiming, ZHU Ruihu, WANG Ning, et al. Damage detection of pile foundation in high-pile wharf based on modal flexibility[J]. Port & Waterway Engineering, 2020(10): 46-51.(in Chinese)
- [7] 李火坤,余杰,王刚,等. 软基水闸底板脱空动力学反演模型构建与试验验证[J]. 农业工程学报, 2020, 36(21): 145-153.
LI Huokun, YU Jie, WANG Gang, et al. Model construction of dynamic inversion and experimental verification for the void of sluice floor on the soft foundation [J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2020, 36(21): 145-153.(in Chinese)



第一作者简介:李火坤,男,1981年4月生,博士、教授、博士生导师。主要研究方向为泄流结构动力检测与安全评估。曾发表《基于原型振动测试的泄洪闸闸墩动位移反演》(《振动、测试与诊断》2018年第38卷第6期)等论文。
E-mail: lihuokun@ncu.edu.cn

通信作者简介:黄伟,男,1990年5月生,博士、副教授。主要研究方向为水电站过渡过程。
E-mail: huangwei0214@ncu.edu.cn