

并联式六维加速度/力感知机构的设计及分析*

史浩飞¹, 尤晶晶¹, 姜杰凤², 李成刚³, 黄磊¹, 石雨婷¹

(1. 南京林业大学机械电子工程学院 南京, 210037)

(2. 杭州师范大学工学院 杭州, 310036)

(3. 南京航空航天大学机电学院 南京, 210016)

摘要 为了解决感知机构对加速度和力信息同时反馈的问题,设计了一种基于3-RPR平面并联机构的六维加速度/力感知机构,推导了解耦算法,分析了解耦精度、灵敏度与结构参数之间的关联。首先,综合运用Angeles特征长度法和Gosselin奇异分析法,绘制了并联机构的奇异曲面;其次,设计了感知机构的结构模型,分别运用Kane方程和静力平衡方程推导了加速度、力解耦算法;然后,基于半闭环思想,构建了加速度误差补偿算法;最后,通过分析并联机构的静刚度矩阵,推导多维传感器灵敏度的定义式,揭示了结构参数对解耦精度和灵敏度的影响规律。实验结果显示,线加速度、角加速度、力及力矩的解耦误差分别小于 8.824×10^{-4} , 4.291×10^{-6} , 0.446×10^{-6} 和 8.629×10^{-6} ,为感知机构的尺度综合提供理论指导。

关键词 加速度测量;力学测量;并联机构;奇异性;静刚度;灵敏度

中图分类号 TH825

引言

加速度测量与力测量是感知物体空间运动状态和受力状态的重要途径。随着微机电系统(micro-electro-mechanical system, 简称MEMS)技术的不断发展,加速度/力传感技术日趋成熟,并在惯性导航^[1]、振动测试^[2]等领域得到广泛应用。在工业领域中,多维加速度/力传感器的应用是制造业领域中的关键环节^[3]。

基于测量原理,加速度传感器可分为压电式、电容式和电阻式等,各类传感器的结构设计也有所不同。Han等^[4]根据静电悬浮原理提出了一种三维加速度计,其结构体积小、集成性好且灵敏度高,但制造成本高、难度大,且测量性能受到维间耦合的影响。冀瑾皓等^[5]采用一种新型压电材料代替传统的压电单晶片,设计了一种适用于低频测试的三维加速度计,但弯曲梁结构需要的晶片数目较多,导致传感器抗侧向干扰的能力降低,且对安装精度有较高要求。Huang等^[6]基于一种空间并联机构设计了三维力感知机构,可测量施加在载荷台上的三维力矢,通过改变弹簧的刚度系数调节测量能力以满足不同需求。彭小武等^[7]针对三维力传感器在获取大量程

三维力时存在精度低、维间强耦合等问题,设计了一种三维力传感器,采用十字梁结构,从机械解耦的角度出发降低了维间耦合,提高了精度。

现有的研究都仅局限于三维加速度测量或三维力测量,但在很多场合需要同时测量并反馈三维加速度和三维力信息,而目前还没有传感器能够实现这样的功能。鉴于此,笔者设计了一种集三维加速度传感器和三维力传感器于一体的组合式六维传感器,分别推导了其解耦算法,并分析了结构参数对解耦精度和灵敏度的影响,为进一步优化设计奠定了理论基础。

1 并联机构描述

3-RPR并联机构简图如图1所示。分别在地面和基座上建立坐标系 $\{O_1-X_1Y_1\}$ 和 $\{O_2-X_2Y_2\}$,记为 $\{I\}$ 和 $\{L\}$,初始时刻两坐标系的原点与质量块的质心重合。每条支链与基座、动平台连接,连接处分别设有一个转动副,称为静铰链和动铰链,记其在 $\{L\}$ 中位置为 A_i 和 a_i , ($i=1,2,3$)。基座与动平台均为正三角形,其外接圆的半径分别为 R 和 r 。为方便表达,将其比值 $h=r/R$ 称为“动、静平台的半径比”。

* 国家自然科学基金资助项目(51405237);国家留学基金资助项目(201908320035);江苏省研究生科研与实践创新计划资助项目(KYCX22_1052);江苏省大学生创新训练计划资助项目(202110298016Z)

收稿日期:2022-10-12;修回日期:2023-06-10

根据 Grübler 公式,且考虑到平面构件自由度 $M=3$,构件个数 $n=8$,运动副个数 $J=9$,运动副自由度 $N_i=1$,则动平台的自由度为 $\text{dof}=M(n-1-J)+\sum_{i=1}^J N_i=3$ 。因此,动平台具有 2 个平动和 1 个转动,将其输出分别记为 x, y, θ 。

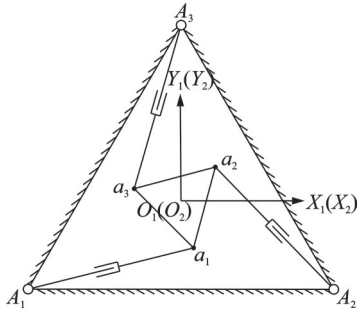


图1 3-RPR 并联机构简图

Fig.1 The schematic diagram of 3-RPR parallel mechanism

2 并联机构的奇异位形

奇异性是机构的固有性质。串联机构的奇异位形一般出现在工作空间边界,而并联机构的奇异位形更加多变,辨识更加困难。对于非冗余并联机构,当其处于奇异位形时,驱动支链的线矢线性相关,将出现局部自由度失控的现象。在该位形下,机构要么获得额外自由度而导致自由度方向刚度为 0,要么失去若干自由度而导致失去自由度方向的刚度为无穷大,这两种情况都会严重影响感知机构的测量性能。

目前,研究并联机构奇异位形的方法主要有 Jacobian 代数法^[8]和 Grassmann 几何法^[9]等。笔者选用 Jacobian 代数法并结合 Gosselin 奇异分析法^[10]来分析感知机构的奇异位形。

以动平台质心为参考点,基于速度基点法,各动铰链 a_i 的速度可表示为

$$\mathbf{v}_{a_i} = \mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \mathbf{r}_i \quad (i=1,2,3) \quad (1)$$

其中: $\mathbf{v}$ 为动平台质心在 $\{I\}$ 中的速度矢量; $\boldsymbol{\omega}$ 为动平台的角速度矢量; $\mathbf{r}_i$ 为动平台质心到动铰链的矢量, $\mathbf{r}_i = \overrightarrow{O_2 a_i}$ 。

式(1)等号两端同时点乘支链的方向矢量,得

$$\dot{l}_i = \mathbf{e}_i^T \mathbf{v} + (\mathbf{r}_i \mathbf{e}_i)^T \boldsymbol{\omega} \quad (i=1,2,3) \quad (2)$$

其中: $\dot{l}_i$ 为支链长度; $\mathbf{e}_i$ 为支链方向矢量。

将式(2)改写为矩阵形式,即

$$\dot{\mathbf{l}} = \mathbf{J}_A \dot{\mathbf{X}} \quad (3)$$

其中: $\dot{\mathbf{l}} = (\dot{l}_1, \dot{l}_2, \dot{l}_3)^T$; $\dot{\mathbf{X}} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{\theta})^T$; $\mathbf{J}_A =$

$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 \\ (\mathbf{r}_1 \mathbf{e}_1)_z & (\mathbf{r}_2 \mathbf{e}_2)_z & (\mathbf{r}_3 \mathbf{e}_3)_z \end{bmatrix}^T$;下标 z 表示取该向量的第 3 个元素; $\mathbf{J}_A$ 为 3×3 的速度 Jacobian 矩阵,其条件数的倒数越接近于 0,则机构就越接近奇异位形^[11]。

观察 $\mathbf{J}_A$ 的组成元素后发现,最后一列元素具有长度量纲,而前 2 列为无量纲,这将导致条件数无物理意义。因此,根据 Angeles 特征长度法^[12]对 $\mathbf{J}_A$ 进行无量纲处理。设特征长度为 L ,处理后的 Jacobian 矩阵为 $\mathbf{J}'_A$,则

$$\mathbf{J}'_A = \mathbf{J}_A \text{diag}(1, 1, 1/L) \quad (4)$$

若 $\mathbf{J}'_A$ 满足各向同性,则有

$$\mathbf{J}'_A \mathbf{J}'_A{}^T = \sigma^2 \mathbf{E} \quad (5)$$

其中: σ 为实数常量; $\mathbf{E}$ 为 3 阶单位矩阵。

根据文献[13]可得 $\sigma^2 = 3/2$,且

$$L = \frac{\sqrt{2} h R \sin \theta}{\sqrt{h^2 + 1 - 2h \cos \theta}} \quad (6)$$

取 $R=10 \text{ mm}$, $r=2.5 \text{ mm}$ 。在初始时刻, $A_1 A_2 // a_1 a_2$, $A_2 A_3 // a_2 a_3$, $A_1 A_3 // a_1 a_3$ 。定义 $\mathbf{J}'_A$ 的条件数的倒数小于 0.015 时机构接近奇异^[11]。设置步长 $\Delta x = \Delta y = 0.1 \text{ mm}$, $\Delta \theta = \pi/200 \text{ rad}$,在基座所在的正三角形区域内和 $[-\pi, \pi]$ 姿态角内寻找机构奇异点,3-RPR 并联机构的奇异曲面如图 2 所示。

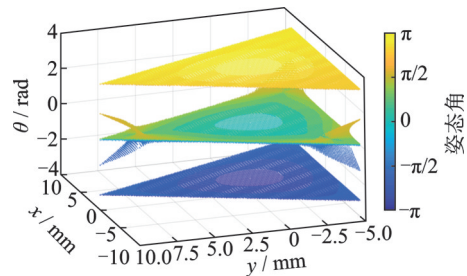


图2 3-RPR 并联机构的奇异曲面

Fig.2 Singular surface of 3-RPR parallel mechanism

图 2 中,当姿态角为 0 和 $\pm\pi$ 时,动平台接近奇异位置的点最多;当姿态角处于 $(-\pi, 0)$ 和 $(0, \pi)$ 区间时,机构接近奇异位置的点极少。因此,在设计 3-RPR 感知机构时,动平台姿态角不能等于 0 或 $\pm\pi$ 。

3 感知机构的工作机理

基于 3-RPR 并联机构,设计出一种加速度/力感知机构。3-RPR 加速度/力感知机构结构图如图 3 所示。利用压电陶瓷充当支链上的移动副,柔性铰链充当动、静铰链。当载荷作用于质量块时,3

条支链上的力会发生变化,利用压电陶瓷的正压电效应可测得支链力的大小。载荷与支链力之间具有映射关系,可通过反向动力学进行计算。当载荷为外力、外力矩时,感知机构称为力感知机构。若基座具有一定的加速度,根据 d'Alembert 原理,此时质量块上的载荷为惯性力、惯性力矩,则感知机构称为加速度感知机构。由动平台自由度的计算结果可知,影响支链力的有效载荷是三维的,因此该感知机构可用于测量三维加速度和三维力载荷,称为六维加速度/力感知机构。3-RPR 感知机构简图如图 4 所示。当其做平面运动时,支链为二力杆,本研究用弹簧来代替。

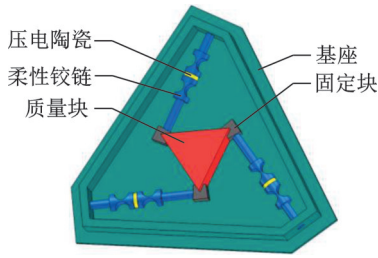


图 3 3-RPR 加速度/力感知机构结构图

Fig.3 The structure diagram of 3-RPR acceleration/force sensing mechanism

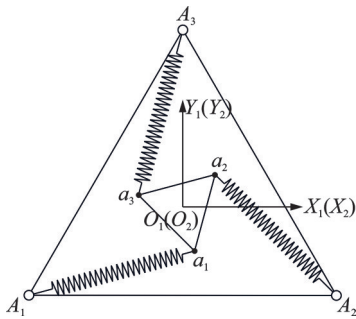


图 4 3-RPR 感知机构简图

Fig.4 The schematic diagram of the 3-RPR sensing mechanism

4 加速度解耦算法

加速度感知原理的关键在于建立支链力与基座加速度之间的映射关系,这一关系称为反向动力学方程,又称解耦算法。研究动力学常用的方法有 Newton-Euler 法、Lagrange 法以及 Kane 动力学法等。一般来说, Lagrange 法运算量最大^[13], Newton-Euler 法次之^[14], Kane 动力学法的运算量最小而效率最高,且在处理闭链机构的动力学方面具有一定的优势^[15]。因此,笔者选用 Kane 动力学法来建立加速度解耦算法。

4.1 偏速度与偏角速度

当基座以某组三维加速度运动时,由于压电陶瓷的刚度很大,可忽略质量块与基座间的相对运动,即二者的运动是同步的。其速度在 $\{I\}$ 与 $\{L\}$ 中分别表示为 $v^{(I)}$ 与 $v^{(L)}$,且满足关系

$$v^{(I)} = R v^{(L)} \quad (7)$$

其中: R 为 $\{L\}$ 相对于 $\{I\}$ 的旋转矩阵。

记质量块在 $\{I\}$ 中的广义速率为 $\dot{x}, \dot{y}, \dot{\theta}$, 则其在 $\{L\}$ 中的速度为

$$v^{(L)} = R^T v^{(I)} = (\dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta) i_L + (-\dot{x} \sin \theta + \dot{y} \cos \theta) j_L \quad (8)$$

其中: i_L, j_L 分别为 $\{L\}$ 中 x, y 轴的方向矢量。

质量块在 $\{L\}$ 中的角速度为

$$\omega^{(L)} = \dot{\theta} k_L \quad (9)$$

其中: k_L 为 $\{L\}$ 中 z 轴的方向矢量。

取伪速度 u_i 为独立速度,分别为 $u_1 = \dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta, u_2 = -\dot{x} \sin \theta + \dot{y} \cos \theta, u_3 = \dot{\theta}$ 。

根据独立速度 u_i , 将 $v^{(L)}$ 和 $\omega^{(L)}$ 写为

$$\begin{cases} v^{(L)} = u_1 i_L + u_2 j_L \\ \omega^{(L)} = u_3 k_L \end{cases} \quad (10)$$

可以得到 u_1, u_2, u_3 对应的偏速度 μ_i 与偏角速度 ψ_i 。偏速度与偏角速度如表 1 所示。

表 1 偏速度与偏角速度

Tab.1 Partial velocity and partial angular velocity

偏(角)速度	u_1	u_2	u_3
μ_i	i_L	j_L	0
ψ_i	0	0	k_L

上述分析所得的偏速度与偏角速度以坐标系 $\{L\}$ 为参考系,为方便后面描述,各矢量在未说明参考系时均指在 $\{L\}$ 中。

4.2 主动力与惯性力

假设重力的方向在平面 $X_2 O_2 Y_2$ 中,质量块受到重力和支链施加的力,将其合力向质心简化,可得主动力矢 F 和主动力矩 T 为

$$\begin{cases} F = \sum_{i=1}^3 f_i e_i + mg R^T e_g^{(I)} \\ T = \sum_{i=1}^3 f_i (r_i e_i) \end{cases} \quad (11)$$

其中: f_i 为支链轴向力; m 为质量块质量; g 为重力加速度; $e_g^{(I)}$ 为 $\{I\}$ 中重力的方向矢量。

质量块的线加速度 $\mathbf{a}^{(L)}$ 、角加速度 $\boldsymbol{\epsilon}^{(L)}$ 可通过对式(9)、式(10)求导,并根据式(8)整理得到

$$\begin{cases} \mathbf{a}^{(L)} = \frac{d\mathbf{v}^{(L)}}{dt} = (\dot{u}_1 - u_2 u_3) \mathbf{i}_L + (\dot{u}_2 + u_1 u_3) \mathbf{j}_L \\ \boldsymbol{\epsilon}^{(L)} = \frac{d\boldsymbol{\omega}^{(L)}}{dt} = \dot{u}_3 \mathbf{k}_L \end{cases} \quad (12)$$

质量块的惯性主矢 $\mathbf{V}$ 和惯性主矩 $\mathbf{L}$ 分别为

$$\begin{cases} \mathbf{V} = -m\mathbf{a}^{(L)} = -m[(\dot{u}_1 - u_2 u_3) \mathbf{i}_L + (\dot{u}_2 + u_1 u_3) \mathbf{j}_L] \\ \mathbf{L} = -J_z \boldsymbol{\epsilon}^{(L)} = -J_z \dot{u}_3 \mathbf{k}_L \end{cases} \quad (13)$$

其中: J_z 为质量块绕 $\{L\}$ 中 z 轴的转动惯量。

4.3 动力学方程

系统的广义主动力 K_i 和广义惯性力 K_i^* 分别为

$$\begin{cases} K_1 = F\mu_1 + T\psi_1 = \sum_{i=1}^3 f_i e_{ix} + mg(e_{gx}^{(I)} \cos \theta + e_{gy}^{(I)} \sin \theta) \\ K_2 = F\mu_2 + T\psi_2 = \sum_{i=1}^3 f_i e_{iy} + mg(-e_{gx}^{(I)} \sin \theta + e_{gy}^{(I)} \cos \theta) \\ K_3 = F\mu_3 + T\psi_3 = \sum_{i=1}^3 f_i (r_{ix} e_{iy} - r_{iy} e_{ix}) \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} K_1^* = V\mu_1 + L\psi_1 = -m(\dot{u}_1 - u_2 u_3) \\ K_2^* = V\mu_2 + L\psi_2 = -m(\dot{u}_2 + u_1 u_3) \\ K_3^* = V\mu_3 + L\psi_3 = -J_z \dot{u}_3 \end{cases} \quad (15)$$

根据 Kane 方程, $K_i + K_i^* = 0 (i=1, 2, 3)$, 外壳的线加速度和角加速度的解析式分别为

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \mathbf{R} \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{J_z} K_3 \quad (17)$$

通过式(17)可求解出角加速度 $\ddot{\theta}$, 对 $\ddot{\theta}$ 进行二次积分, 将计算出的旋转角 θ 代入式(16)中, 即可求解出线加速度 $\ddot{x}$ 和 $\ddot{y}$ 。

4.4 算例验证

3-RPR 加速度感知机构的虚拟样机如图5所示。取 $R=100$ mm, $r=40$ mm, 质量块的姿态角为 67° 。在基座上施加 x, y 方向上的线位移均为 $50\cos(10\pi t) - 50$, z 方向的位移为 $0.2\cos(10\pi t) - 0.2$ 。设定仿真步长为 0.001 s, 仿真时间为 4.0 s。仿真结束后, 将3条支链测得的力保存导出。

基于解耦算法编写程序, 并代入测得的支链轴向力, 得到传感器外壳加速度的理论计算值。加速度解耦算法的计算结果如图6所示。可知, 4 s内 x, y 方向线加速度的最大相对误差分别为 8.8274×10^{-4}

和 8.8242×10^{-4} , z 方向角加速度的最大相对误差为 4.2914×10^{-6} , 验证了加速度解耦算法的正确性。

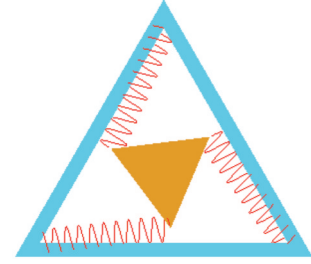


图5 3-RPR 加速度感知机构的虚拟样机

Fig.5 Virtual prototype of 3-RPR acceleration sensing mechanism

从图6还可看出, x, y 向线加速度的绝对误差均呈现出随时间不断增加的态势, 这是因为在求解常微分方程的过程中用到了递推算法, 故误差被不断累积。本研究采用文献[16]提出的“半闭环算法”进行误差自补偿。

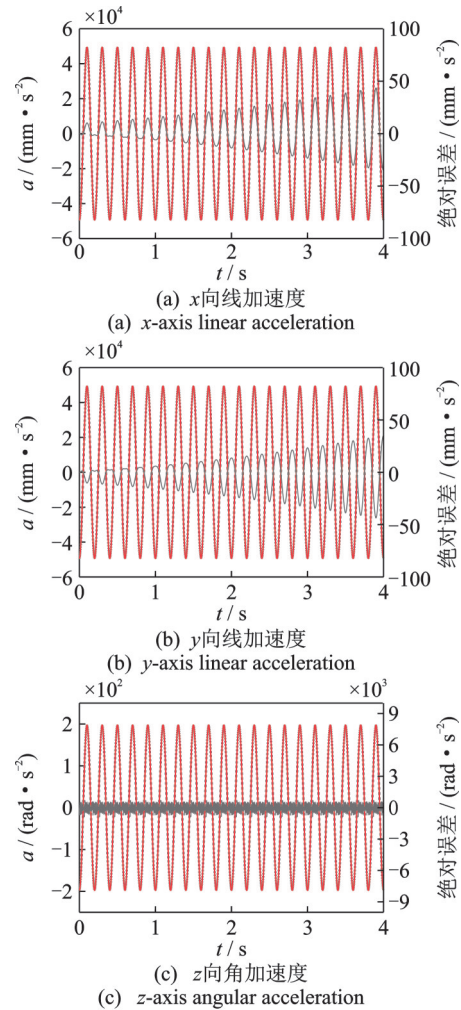


图6 加速度解耦算法的计算结果

Fig.6 Calculation results of acceleration decoupling algorithm

4.5 误差补偿算法

误差累积的直接原因是旋转矩阵 R 与系统的旋转角 θ 有关,由式(16)可知,在求解 x, y 向线加速度之前要先求得旋转角,而这一过程是经过数值递推算法计算完成的。解耦过渡量每递推一次就会产生截断误差和舍入误差,这些误差会一起累积到最终的计算结果中。因此,消除误差累积必须在旋转角计算过程中进行误差纠正。

施加于系统的基础激励具有往复性和连续性,感知机构的角速度和旋转角是交替变化的,因此在所有时刻点中,理论上具有两类状态特征点,分别对应于角速度为 0 和旋转角为 0 的状态。定义两类状态观测量为

$$\begin{cases} G_{\langle 1 \rangle(N)} = \|\omega^{(L)}\| \\ G_{\langle 2 \rangle(N)} = |\theta| \end{cases} \quad (18)$$

其中: N 为数值计算中的时刻节点; $\|\cdot\|$ 表示对应向量的 2-范数; $|\cdot|$ 表示对应标量的绝对值。

理论上 $G_{\langle 1 \rangle(N)}$ 与 $G_{\langle 2 \rangle(N)}$ 在两类状态特征点处的观测量为 0,然而因为计算误差的存在,观测量的实际值往往大于 0。由于误差补偿的实时性,两类特征点的观测量仅能确定出已知数据范围内的极小值。为避免特征点的误判,规定只有当观测量小于某特征阈值时,才可将对时刻点列为特征点。

系统是由静止开始运动的,利用改进的欧拉公式递推可得到 $\omega^{(L)}$ 与 θ 的值,即

$$\begin{cases} G_{\langle 1 \rangle(1)} = 0 \\ G_{\langle 1 \rangle(2)} = \frac{h}{2} \|\epsilon_{\langle 1 \rangle}^{(L)} + \epsilon_{\langle 2 \rangle}^{(L)}\| \\ G_{\langle 2 \rangle(1)} = 0 \\ G_{\langle 2 \rangle(2)} = \frac{h}{2} \|\omega_{\langle 1 \rangle}^{(L)} + \omega_{\langle 2 \rangle}^{(L)}\| \end{cases} \quad (19)$$

根据解耦算法的基本结构以及特征点邻域内角速度和旋转角的假设条件,将特征阈值分别设置为 $G_{\langle 1 \rangle(2)}$ 和 $G_{\langle 2 \rangle(2)}$ 。综合上述分析,给出关于两类状态特征点的判定依据,作为误差补偿过程中的反馈信息,分别为 $\text{Jug}_{\langle 1 \rangle}$ 和 $\text{Jug}_{\langle 2 \rangle}$:

$$\begin{cases} \text{Jug}_{\langle 1 \rangle} = \begin{cases} G_{\langle 1 \rangle(N)} > G_{\langle 1 \rangle(N+1)} < G_{\langle 1 \rangle(N+2)} \\ G_{\langle 1 \rangle(N+1)} < G_{\langle 1 \rangle(2)} \end{cases} \\ \text{Jug}_{\langle 2 \rangle} = \begin{cases} G_{\langle 2 \rangle(N)} > G_{\langle 2 \rangle(N+1)} < G_{\langle 2 \rangle(N+2)} \\ G_{\langle 2 \rangle(N+1)} < G_{\langle 2 \rangle(2)} \end{cases} \end{cases}$$

据此构建一种反馈环路,对数值递推算法进行误差补偿。误差补偿算法的反馈结构如图 7 所示。当判据成立,则将第 $N+1$ 时刻视为状态特征点,并

对相应的角速度和旋转角进行置零纠正,以及时补偿计算过程中所产生的误差。将经过补偿的旋转角代入解耦算法中,误差补偿后的线加速度绝对误差值如图 8 所示。

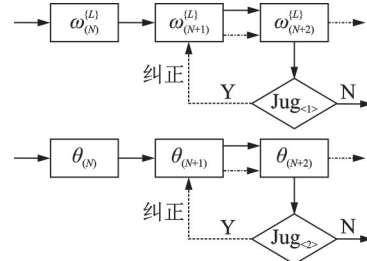


图 7 误差补偿算法的反馈结构

Fig.7 Feedback structure of error compensation algorithm

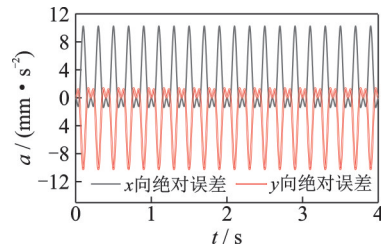


图 8 误差补偿后的线加速度绝对误差值

Fig.8 Absolute error value of linear acceleration after error compensation

经过误差补偿后,2 条线加速度绝对误差曲线均未出现发散现象。对于 x 向线加速度,其 20 个绝对误差峰值一直保持在 10.2508 mm/s^2 ;对于 y 向线加速度,其 20 个绝对误差峰值一直保持在 10.2307 mm/s^2 。误差补偿前后的绝对误差对比如表 2 所示。由表可知,在采取误差补偿之后,数值递推算法的误差累积趋势得到了收敛,说明了误差补偿算法的有效性。根据综合相对误差算法^[17],本研究误差补偿后的综合相对误差为 6.9373×10^{-5} ,加速度解耦精度优于文献[17]的 3.489%。

表 2 误差补偿前后的绝对误差对比

Tab.2 Absolute error comparison before and after error compensation

绝对误差	$\ddot{x}/(\text{mm} \cdot \text{s}^{-2})$	$\ddot{y}/(\text{mm} \cdot \text{s}^{-2})$	$\ddot{\theta}/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-2})$
补偿前	43.589 9	43.574 5	$8.476 5 \times 10^{-4}$
补偿后	10.250 8	10.230 7	$8.476 5 \times 10^{-4}$

5 力解耦算法

若将力载荷施加在质量块上,同时约束基座的位姿,根据力、力矩平衡方程,有

$$\begin{bmatrix} F \\ T \end{bmatrix} = J_F \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} \quad (20)$$

其中: F', T' 分别为质量块所受外力向质心处简化得到的主矢和主矩; J_F 为力 Jacobian 矩阵, $J_F = J_A^T$ 。

建立力感知机构的虚拟样机,在质量块的质心处施加 x, y 方向上的力为 $5\sin(10\pi t)$, z 方向的力矩为 $(5-t)\sin(10\pi t)$ 。设定仿真步长为 0.001 s , 仿真时间为 4.0 s 。仿真结束后,将3条支链测得的力保存导出,代入式(20)中求解外力与外力矩。力感知的计算过程如图9所示。相对于外力的大小,绝对误差最大值为 $4.099\ 1 \times 10^{-5}(\text{N}\cdot\text{mm})$,可忽略不计,验证了了解耦算法的正确性。根据II类误差的计算法^[18],各方向力/力矩的幅值及绝对误差如表3所示。可知,了解耦精度优于文献[18]的测量精度。

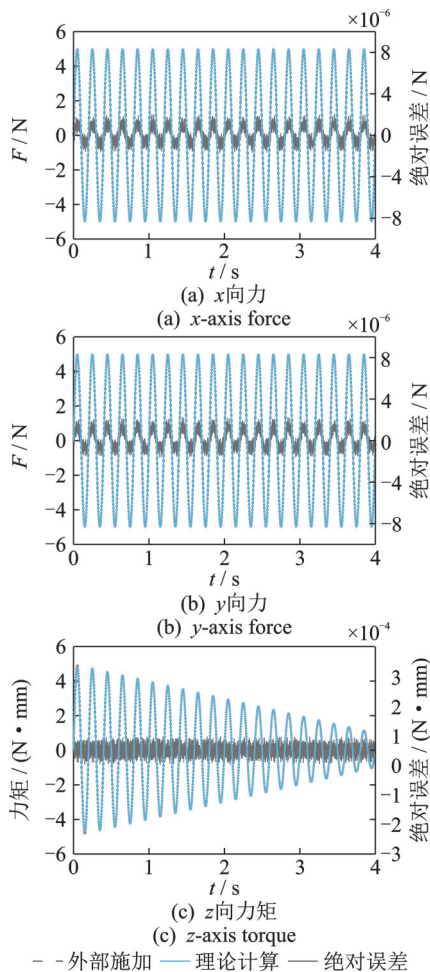


图9 力感知的计算过程
Fig.9 Computation process of force sensing

表3 各方向力/力矩的幅值及绝对误差

Tab.3 Amplitude and absolute error of force/torque in each direction

力/力矩	幅值	绝对误差	II类误差/%
x 向力矢/N	5.00	$0.199\ 5 \times 10^{-5}$	$0.399\ 1 \times 10^{-4}$
y 向力矢/N	5.00	$0.223\ 0 \times 10^{-5}$	$0.446\ 1 \times 10^{-4}$
z 向力矩/(N·mm)	4.75	$4.099\ 1 \times 10^{-5}$	$8.629\ 7 \times 10^{-4}$

6 解耦精度及灵敏度

6.1 解耦精度

惯性质量块型加速度/力感知机构的解耦精度受到机构静刚度的影响^[17]。本研究感知机构解耦精度的关键在于3-RPR并联机构的静刚度。

综合变分原理及等时变分,由式(3)可得

$$\delta l = J_A \delta X \quad (21)$$

$$\delta \dot{l} = J_A \delta \dot{X} \quad (22)$$

其中: δl 为支链的弹性形变; δX 为质量块的广义位移; $\delta \dot{l}, \delta \dot{X}$ 分别为支链和质量块的虚速度。

根据虚功率原理,外力主矢 F 和主矩 T 与各支链的轴向力 f_i 之间的关系为

$$F \delta v + T \delta \omega = \sum_{i=1}^3 f_i e_i \delta \dot{l}_i \quad (i=1,2,3) \quad (23)$$

用矩阵形式表示为

$$[F^T, T^T] \delta \dot{X} = f^T \delta \dot{l} \quad (24)$$

将式(22)代入式(24),可得

$$[F^T, T^T] \delta \dot{X} = f^T J_A \delta \dot{X} \quad (25)$$

对于任意虚速度 $\delta \dot{X}$,式(25)均成立,则

$$[F^T, T^T] = f^T J_A \quad (26)$$

假设各支链的等效刚度相等且均为 k ,根据胡克定律,轴向力与支链变形之间有如下关系

$$f = k \delta l \quad (27)$$

其中: $k = \text{diag}(k, k, k)$ 。

将式(21)和式(27)代入式(26)中,得

$$\begin{bmatrix} F \\ T \end{bmatrix} = K \delta X \quad (28)$$

其中: $K = J_A^T k J_A$,为3-RPR机构的静刚度矩阵。

$$K = \text{diag}(s_1 k, s_2 k, s_3 k) \quad (29)$$

$$\begin{cases} s_1 = e_{1x}^2 + e_{2x}^2 + e_{3x}^2 \\ s_2 = e_{1y}^2 + e_{2y}^2 + e_{3y}^2 \\ s_3 = (r_{1x}e_{1y} - r_{1y}e_{1x})^2 + (r_{2x}e_{2y} - r_{2y}e_{2x})^2 + (r_{3x}e_{3y} - r_{3y}e_{3x})^2 \end{cases} \quad (30)$$

由式(29)可知,静刚度矩阵中元素的量纲也不统一, $s_1 k$ 与 $s_2 k$ 的量纲为 N/mm , $s_3 k$ 的量纲为 $\text{N}\cdot\text{mm}$ 。因此,利用 J'_A 来表示静刚度矩阵 K' ,有

$$K' = J_A'^T k J_A' = \text{diag}\left(s_1 k, s_2 k, \frac{s_3}{L^2} k\right) \quad (31)$$

取 $R=100\text{ mm}$, h 依次取 $0.1, 0.2, \dots, 0.6$, 姿态角 θ 在 $[1^\circ, 179^\circ]$ 的范围内以步长 $\Delta\theta=1^\circ$ 取值,计算不同动平台大小的机构所对应的静刚度系数 s_1, s_2 及 s_3/L^2 的值。最终计算得到,在给定的参数范围内 $s_1,$

$s_2, s_3/L^2$ 的值始终为 1.5。这表明 h 和 θ 的取值大小不影响解耦精度,即感知机构的解耦精度仅与支链的刚度系数有关,且刚度越大则解耦精度越高。

6.2 灵敏度

6.2.1 加速度灵敏度

灵敏度是指系统在稳态下输出量与输入量之间的比值^[17]。本研究将加速度灵敏度定义为单位加速度输入下 3 条支链受力的绝对值之和,即

$$S_a = \frac{|f_1| + |f_2| + |f_3|}{|a|} \quad (32)$$

其中: S_a 为对应加速度的灵敏度; a 为外部施加的 x , y 向线加速度或 z 向角加速度。

为研究感知机构的结构参数对加速度灵敏度的影响,设置各参数的最小、最大和标准值。虚拟样机的结构参数及数值如表 4 所示。利用 TCP/IP 通信^[19]实现 Matlab 与 ADAMS 的交互,对模型结构参数进行实时修改。确定 x, y 向线加速度为 10 mm/s^2 , z 向角加速度为 $\frac{\pi}{2} \text{ rad/s}^2$ 。设置 m 和 θ 均为标准值, $R=100 \text{ mm}$, h 由最小值逐步变化到最大值。结构参数与加速度灵敏度的关系如图 10 所示。

表 4 虚拟样机的结构参数及数值

Tab.4 Structure parameters and numerical value of virtual prototype

参数	h	m/kg	$\theta/(\text{^\circ})$
最小值	0.05	0.1	10
最大值	0.50	1.0	100
标准值	0.30	0.3	60

半径比越大,则惯性力矩及惯性力的 x 向分量越大,惯性力的 y 向分量越小,故 x 向、 z 向灵敏度增大而 y 向灵敏度减小。当半径比为 0.5 时,3 个方向的灵敏度分别为 $0.400 0 \text{ N}/(\text{mm}\cdot\text{s}^{-2})$, $0.346 4 \text{ N}/(\text{mm}\cdot\text{s}^{-2})$ 和 $3.750 0 \text{ N}/(\text{rad}\cdot\text{s}^{-2})$ 。质量块的质量越大,则惯性力和惯性力矩均增大,3 种灵敏度也随之不断增大。当质量为 1.0 kg 时,3 个方向的灵敏度分别为 $1.299 1 \text{ N}/(\text{mm}\cdot\text{s}^{-2})$, $1.275 1 \text{ N}/(\text{mm}\cdot\text{s}^{-2})$ 和 $7.697 4 \text{ N}/(\text{rad}\cdot\text{s}^{-2})$ 。姿态角越大,则惯性力矩及惯性力的 x 向分量越小,惯性力的 y 向分量越大,故 x 向、 z 向灵敏度减小而 y 向灵敏度增大。当姿态角达到 70° 左右时,3 个方向的灵敏度到达各自极值,随后变化趋势与之前相反,此时 3 个方向的灵敏度分别为 $0.390 4 \text{ N}/(\text{mm}\cdot\text{s}^{-2})$, $0.381 6 \text{ N}/(\text{mm}\cdot\text{s}^{-2})$ 和 $2.252 2 \text{ N}/(\text{rad}\cdot\text{s}^{-2})$ 。

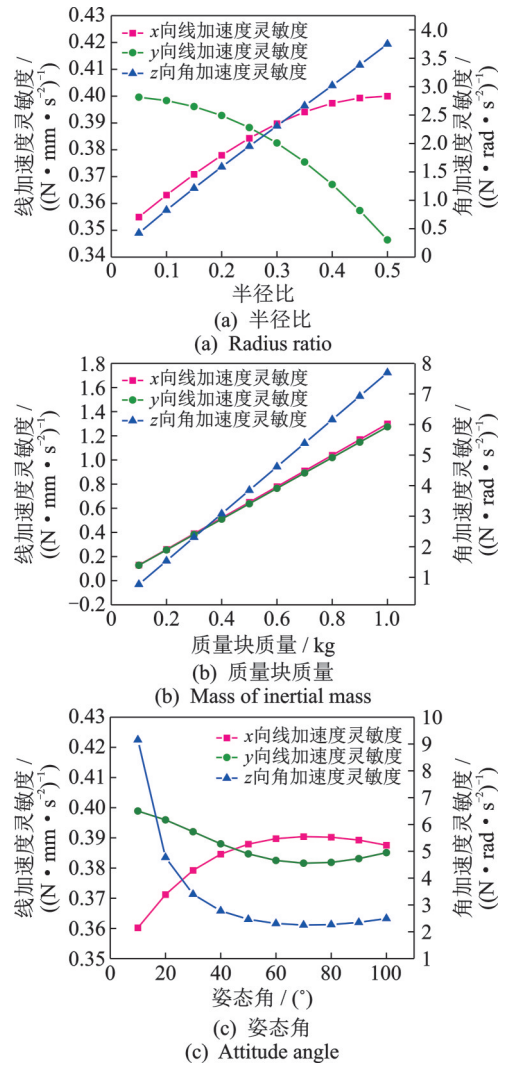


图 10 结构参数与加速度灵敏度的关系

Fig.10 Relationship between structural parameters and acceleration sensitivity

6.2.2 力灵敏度

将力灵敏度定义为单位力载荷输入下 3 条支链受力的绝对值之和,即

$$S_f = \frac{|f_1| + |f_2| + |f_3|}{|f|} \quad (33)$$

其中: S_f 为对应加速度的灵敏度; f 为外部施加的 x, y 向力矢或 z 向力矩。

设置 x, y 向力矢均为 1 N , z 向力矩为 $2 \text{ N}\cdot\text{mm}$ 。结构参数与力灵敏度的关系如图 11 所示。由图可知:质量块的质量对力灵敏度没有显著影响;随着半径比和姿态角的增大,3 种力灵敏度的影响趋势各不相同。半径比越大,则主力矩及主力矢 x 向分量对系统的影响越小,惯性力 y 向分量的影响越大,故 x 向、 z 向灵敏度减小而 y 向灵敏度增大。当半径比为 0.5 时,3 个方向的灵敏度分别为 $1.333 3 \text{ N/N}$,

1.154 7 N/N 和 0.020 0 N/(N·mm)。质量块质量的变化不会改变主力矢和主力矩对系统的作用,故 3 种灵敏度也不发生变化,3 个方向的灵敏度始终为 1.299 1 N/N,1.275 1 N/N 和 0.034 2 N/(N·mm)。姿态角越大,则主力矩及主力矢 y 向分量对系统的影响越小,惯性力 x 向分量的影响越大,故 x 向、 z 向灵敏度减小而 y 向灵敏度增大。当姿态角达到 70° 左右时,3 个方向的灵敏度到达各自极值,随后变化趋势与之前相反,此时 3 个方向的灵敏度分别为 1.301 4 N/N,1.272 1 N/N 和 0.033 4 N/(N·mm)。

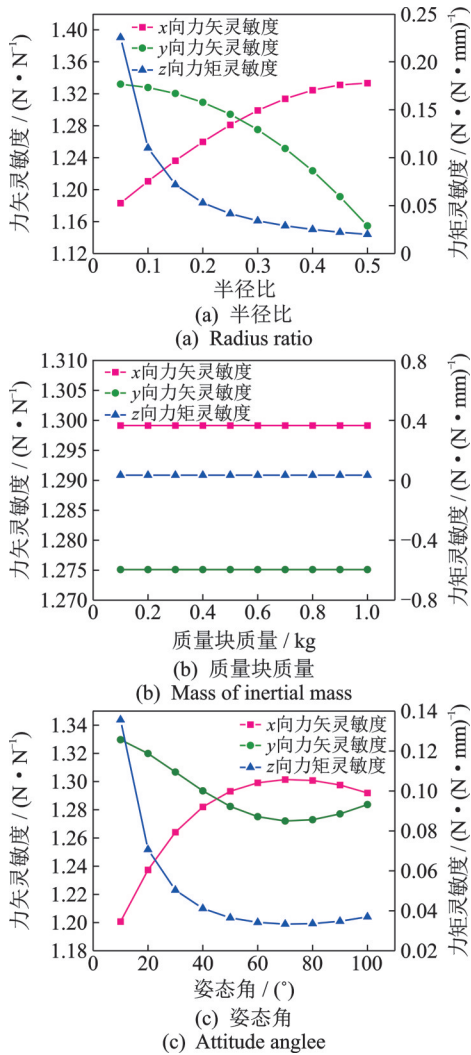


图 11 结构参数与力灵敏度的关系

Fig.11 Relationship between structural parameters and force sensitivity

综上所述,可得结构参数与灵敏度之间的关系如表 5 所示。其中:“ $\uparrow$ ”代表灵敏度随结构参数的增加而增大;“ $\downarrow$ ”代表灵敏度随结构参数的增加而减小;“—”代表结构参数对灵敏度无影响。

表 5 结构参数与灵敏度的关系

Tab.5 Relationship between structural parameters and sensitivity

灵敏度	半径比	质量块质量	姿态角
x 向线加速度灵敏度	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$
y 向线加速度灵敏度	$\downarrow$	$\uparrow$	$\downarrow$
z 向角加速度灵敏度	$\uparrow$	$\uparrow$	$\downarrow$
x 向力矢灵敏度	$\uparrow$	—	$\uparrow$
y 向力矢灵敏度	$\downarrow$	—	$\downarrow$
z 向力矩灵敏度	$\downarrow$	—	$\downarrow$

7 结 论

- 1) 本研究提出了一种能同时测量三维加速度和三维力信息的组合式传感器的感知机构,能够解决传统方案中存在的测量信息不足的缺陷。
- 2) 根据 Angeles 特征长度法推导了 3-RPR 并联机构的特征长度表达式,利用特征长度对机构的速度 Jacobian 矩阵进行无量纲化,解决了量纲不统一的问题。根据 Gosselin 奇异分析法得到了机构的奇异曲面,结果显示,当姿态角为 0° 和 $\pm 180^\circ$ 时,动平台接近奇异位置的点最多。
- 3) 基于 3-RPR 并联机构设计了一种六维加速度/力感知机构。根据 Kane 方程推导了加速度解耦算法,根据力平衡方程推导了力解耦算法,并针对加速度解耦过程的误差累积效应建立了误差补偿算法。虚拟实验结果表明,三维加速度解耦的相对误差分别为 $8.827\ 4 \times 10^{-4}$, $8.824\ 2 \times 10^{-4}$ 和 $4.291\ 4 \times 10^{-6}$, 三维力解耦的相对误差分别为 $0.399\ 1 \times 10^{-6}$, $0.446\ 1 \times 10^{-6}$ 和 $8.629\ 7 \times 10^{-6}$, 验证了两类解耦算法的准确性。
- 4) 基于静刚度与解耦精度的关系,分析了结构参数对解耦精度的影响规律。结果表明,解耦精度仅与支链刚度有关,刚度越大则精度越高。关于加速度、力灵敏度随结构参数的变化有如下规律:随着动、静平台外接圆的半径比的增大, x 和 y 向线加速度灵敏度与对应方向力灵敏度的变化趋势一致,但 z 向线加速度灵敏度与力灵敏度的变化趋势相反;随着质量块质量的增大,加速度灵敏度的变化显著,而力灵敏度不受影响;姿态角对加速度和力灵敏度的影响趋势相同,且均存在极值。

参 考 文 献

[1] YOU J J, WANG L K, XI F F, et al. Decoupling algorithm and maximum operation frequency of a novel parallel type six-axis accelerometer[J]. IEEE Sensors Journal, 2020, 20(21): 12637-12651.

- [2] 朱银龙, 吴杰, 王旭, 等. 一种带孔介电层结构柔性多维力传感器研究[J]. 振动、测试与诊断, 2022, 42(4): 764-770. ZHU Yinlong, WU Jie, WANG Xu, et al. Flexible multi-directional force sensor with porous[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2022, 42(4): 764-770.(in Chinese)
- [3] 董永亨, 李淑娟, 张倩, 等. 考虑变时滞效应的弱刚度球头铣刀铣削稳定性研究[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(10): 148-160. DONG Yongheng, LI Shujuan, ZHANG Qian, et al. Study on milling stability of weak-stiffness ball-end-milling-cutters with variable time delay effect[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(10): 148-160.(in Chinese)
- [4] HAN F T, SUN B Q, LI L L, et al. Performance of a sensitive micromachined accelerometer with an electrostatically suspended proof mass[J]. IEEE Sensors Journal, 2015, 15(1): 209-217.
- [5] 冀瑾皓, 涂馨予, 李俊宝. 弛豫铁电单晶三轴加速度传感器[J]. 压电与声光, 2022, 44(1): 21-25. JI Jinhao, TU Xinyu, LI Junbao. Relaxation ferroelectric single crystal three-axis acceleration sensor [J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 2022, 44(1): 21-25.(in Chinese)
- [6] HUANG G Y, ZHANG D, GUO S, et al. Design and optimization of a novel three-dimensional force sensor with parallel structure[J]. Sensors, 2018, 18(8): 2416.
- [7] 彭小武, 马国鹭, 赵涌, 等. 三维力传感器的设计和静态解耦算法研究[J]. 传感技术学报, 2021, 34(11): 1518-1522. PENG Xiaowu, MA Guolu, ZHAO Yong, et al. Design of three-dimensional force sensor and research on the static decoupling algorithm [J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2021, 34(11): 1518-1522.(in Chinese)
- [8] BARON N, PHILIPPIDES A, ROJAS N. A robust geometric method of singularity avoidance for kinematically redundant planar parallel robot manipulators [J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 151: 103863.
- [9] GOSSELIN C, ANGELES J. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1990, 6(3): 281-290.
- [10] GOSSELIN C, LALIBERTÉ T, VEILLETTE A. Singularity-free kinematically redundant planar parallel mechanisms with unlimited rotational capability[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2015, 31(2): 457-467.
- [11] 陈华鑫, 尤晶晶, 王林康, 等. 可重构六维加速度传感器的构型奇异分析[J]. 传感技术学报, 2021, 34(12): 1571-1578. CHEN Huaxin, YOU Jingjing, WANG Linkang, et al. Singular configuration analysis of reconfigurable six-axis accelerometer[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2021, 34(12): 1571-1578.(in Chinese)
- [12] ZANGANEH K E, ANGELES J. Kinematic isotropy and the optimum design of parallel manipulators [J]. International Journal of Robotics Research, 1997, 16(2): 185-197.
- [13] WANG L K, YOU J J, YANG X L, et al. Forward and inverse dynamics of a six-axis accelerometer based on a parallel mechanism[J]. Sensors, 2021, 21(1): 233.
- [14] YOU J J, XIFF, SHEN H P, et al. A novel stewart-type parallel mechanism with topological reconfiguration; design, kinematics and stiffness evaluation[J]. Mechanism and Machine Theory, 2021, 162: 104329.
- [15] TALAEIZADEH A, FOROOTAN M, ZABIHI M, et al. Comparison of kane's and lagrange's methods in analysis of constrained dynamical systems[J]. Robotica, 2020, 38(12): 2138-2150.
- [16] 尤晶晶, 李成刚, 吴洪涛, 等. 并联式六维加速度传感器的混合解耦及误差自补偿算法[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(10): 2249-2257. YOU Jingjing, LI Chenggang, WU Hongtao, et al. Hybrid decoupling algorithm and error auto-compensation algorithm of the parallel type six-axis accelerometer [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015, 36(10): 2249-2257.(in Chinese)
- [17] 尤晶晶, 王林康, 刘云平, 等. 基于并联机构的六维加速度传感器的反向动力学[J]. 机械工程学报, 2022, 58(6): 10-25. YOU Jingjing, WANG Linkang, LIU Yunping, et al. Inverse dynamics of six-axis accelerometers based on parallel mechanisms [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58(6): 10-25.(in Chinese)
- [18] 张韬, 杨德华, 肖心怡, 等. Stewart型六维力传感器的标定方法研究[J]. 传感技术学报, 2020, 33(9): 1274-1278. ZHANG Tao, YANG Dehua, XIAO Xinyi, et al. Research on calibration method of Stewart six-component force sensor[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2020, 33(9): 1274-1278.(in Chinese)
- [19] 刁子健, 张寿明. 基于TCP/IP协议的六维力传感器信号采集系统设计[J]. 陕西理工大学学报(自然科学版), 2022, 38(2): 28-33, 65. DIAO Zijian, ZHANG Shouming. Design of a six-dimensional force sensor signal acquisition system based on TCP/IP protocol[J]. Journal of Shaanxi University of Technology (Natural Science Edition), 2022, 38(2): 28-33, 65.(in Chinese)



第一作者简介:史浩飞,男,1998年7月生,硕士生。主要研究方向为并联机构动力学。曾发表《并联式六维加速度感知机构的最大工作频率》(《传感技术学报》2022年第35卷第4期)等论文。
E-mail: shihaofei@njfu.edu.cn

通信作者简介:尤晶晶,男,1985年7月生,博士、副教授、硕士生导师。主要研究方向为并联机器人机构学、可重构机器人。
E-mail: youjingjing251010@njfu.edu.cn