

基于自适应 EKF 结构参数识别与鲁棒性分析*

万华平^{1,2}, 马强^{1,3}, 欧一鸿^{1,3}, 张文杰^{1,3}, 周家伟^{2,3}, 陈伟刚⁴

(1. 浙江大学建筑工程学院 杭州, 310058) (2. 浙江大学平衡建筑研究中心 杭州, 310028)

(3. 浙江大学建筑设计研究院有限公司 杭州, 310028) (4. 浙江东南网架股份有限公司 杭州, 311209)

摘要 扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filter, 简称 EKF)方法常用于结构参数识别,但存在对滤波参数敏感等局限性,需大量试错来寻找最优噪声方差参数。针对此问题,推导了基于残差的协方差匹配公式。首先,通过滑动窗口法或遗忘因子法自适应更新匹配测量噪声方差,实现了基于 EKF 的自适应识别结构参数;其次,以一个 3 层 Duffing 型非线性剪切框架为例来验证方法的有效性,并进行了参数鲁棒性分析。结果表明:滑动窗口法和遗忘因子法均能很好地估计测量噪声方差,识别效果和收敛速度接近;与非自适应 EKF 方法相比,自适应 EKF 方法对噪声方差的初始取值不敏感,具有很强的鲁棒性。

关键词 结构参数识别;鲁棒性;自适应扩展卡尔曼滤波;滑动窗口法;遗忘因子法

中图分类号 TH212; TH213.3

引言

结构参数识别对于模型确认、结构损伤诊断与服役性能评估等具有重要意义。卡尔曼滤波(Kalman filter, 简称 KF)是一种基于时域的无偏最优估计滤波方法,具有在线识别能力强、使用信息量较少等优势,在结构参数识别中得到广泛的应用^[1-2]。KF 最初用于线性系统,后被改进为扩展卡尔曼滤波方法^[3],推广到非线性系统,其计算成本低,收敛速度快。

EKF 方法利用部分观测的结构响应识别结构参数和评估结构状态,在土木工程领域应用广泛。Hoshiya 等^[4]将 EKF 方法应用于地震作用下的结构系统辨识。Yang 等^[5]利用 EKF 方法来追踪刚度参数突变,识别结构损伤。赵博宇等^[6]基于 EKF 方法识别地震模拟振动台模型的质量、阻尼和刚度参数。Wang 等^[7]提出了一种基于 EKF 识别剪切型结构层间刚度的方法。Ebrahimian 等^[8]将直接微分法引入 EKF 方法,用于非线性有限元模型的参数估计,提高了参数识别效率。Liu 等^[9]将 EKF 方法用于实时识别结构系统和未知外部激励。邓百川等^[10]采用遗忘因子 EKF 方法结合等效线性模型实现结构非线性位置的定位,并识别结构参数、质量与恢复力。

基于扩展卡尔曼滤波的结构参数识别方法需假

定测量噪声方差与过程噪声方差已知且时不变,然而大部分情况下这两种方差是未知和时变的。结构模型误差随着响应幅度和非线性程度的不同而改变,会显著影响测量噪声方差^[11]。同时,卡尔曼滤波方法对滤波参数的敏感性较强,不合适的噪声方差设置可能导致结构参数识别结果精度不高甚至发散^[12]。在实际应用中,通常采用试错的方法来选取噪声方差的最优值^[13],该方法效率较低且丧失实时性。

众多学者提出了若干估计噪声方差的方法,其中协方差匹配法计算高效且容易实现,在信号处理领域得到成功应用^[14]。Almagbile 等^[15]提出并比较了基于新息和残差的协方差匹配技术在 GPS/INS 集成中的性能。Akhlaghi 等^[12]提出了基于遗忘因子法自适应 EKF,用于同步电机动态状态的估计。Song 等^[11]提出了基于协方差匹配技术的自适应 UKF 非线性模型修正方法。

笔者提出了两种基于残差的协方差匹配方法,即滑动窗口法和遗忘因子法。两种方法均是基于 EKF 方法中的残差项递推估计测量噪声方差,然后将其嵌入到 EKF 方法中进行结构参数识别。采用一个 3 层 Duffing 型非线性剪切框架来验证自适应 EKF 方法的有效性,并与非自适应 EKF 方法进行对

* 国家重点研发计划资助项目(2021YFF0501001);浙江省重点研发计划资助项目(2021C03154);国家自然科学基金资助项目(51878235)

收稿日期:2022-07-07;修回日期:2022-08-24

比,分析参数识别的效果与鲁棒性。

1 扩展卡尔曼滤波的参数识别原理

结构动力系统的运动方程可写成

$$M\ddot{x} + F(x, \dot{x}, \theta) = \gamma f \quad (1)$$

其中: $\ddot{x}, \dot{x}, x$ 分别为结构的加速度、速度和位移响应; M 为结构质量矩阵; $F(x, \dot{x}, \theta)$ 为结构恢复力; θ 为未知结构参数; f 为已知激励; γ 为影响矩阵。

扩展卡尔曼滤波可以将物理参数如刚度、阻尼等扩展入状态向量,物理参数的识别过程就是状态向量的迭代更新过程。因此,定义扩充状态向量 $X = (x^T, \dot{x}^T, \theta^T)^T$, 并假定结构参数时不变, 即 $\dot{\theta} = 0$, 非线性广义状态方程为

$$\dot{X} = g(X, f) \triangleq \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ M^{-1}[\gamma f - F(x, \dot{x}, \theta)] \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

假设采样间隔为固定步长 Δt , 采样次数为 N , 且 $\dot{X}(k\Delta t) = (X_{k+1} - X_k) / \Delta t$, 由此可得离散形式的状态方程和测量方程为

$$\begin{cases} X_{k+1} = X_k + g(X_k, f_k) \Delta t + w_k & (w_k \sim N(0, Q_k)) \\ y_{k+1} = h(X_{k+1}, f_{k+1}) + v_{k+1} & (v_{k+1} \sim N(0, R_{k+1})) \end{cases} \quad (3)$$

其中: $h(X_{k+1}, f_{k+1})$ 为观测函数; w_k, v_{k+1} 分别为过程噪声向量和测量噪声向量, 均假定为零均值高斯白噪声; Q_k, R_{k+1} 分别为方差矩阵。

将式(3)在后验估计 $\hat{X}_{k|k}$ 和先验估计 $\hat{X}_{k+1|k}$ 处一阶泰勒展开, 并略去二次项, 可得到线性化的状态方程和测量方程为

$$\begin{cases} X_{k+1} \approx X_k + \Delta t [\hat{g}_{k|k} + G_{k|k}(X_k - \hat{X}_{k|k})] + w_k = \\ \Phi_{k+1,k} X_k + \Delta t (\hat{g}_{k|k} - G_{k|k} \hat{X}_{k|k}) + w_k = \\ \Phi_{k+1,k} X_k + B_k + w_k \\ y_{k+1} \approx \hat{h}_{k+1|k} + H_{k+1|k}(X_{k+1} - \hat{X}_{k+1|k}) + v_{k+1} = \\ H_{k+1|k} X_{k+1} + \hat{h}_{k+1|k} - H_{k+1|k} \hat{X}_{k+1|k} + v_{k+1} = \\ H_{k+1} X_{k+1} + D_{k+1} + v_{k+1} \end{cases} \quad (4)$$

式(4)中有关函数简记为

$$\Phi_{k+1,k} = I + \Delta t G_{k|k} \quad (5)$$

$$\hat{g}_{k|k} = g(\hat{X}_{k|k}, f_k) \quad (6)$$

$$G_{k|k} = \frac{\partial g}{\partial X} \Big|_{X=\hat{X}_{k|k}, f=f_k} \quad (7)$$

$$\hat{h}_{k+1|k} = h(\hat{X}_{k+1|k}, f_{k+1}) \quad (8)$$

$$H_{k+1|k} = \frac{\partial h}{\partial X} \Big|_{X=\hat{X}_{k+1|k}, f=f_{k+1}} \quad (9)$$

$$B_k = \Delta t (\hat{g}_{k|k} - G_{k|k} \hat{X}_{k|k}) \quad (10)$$

$$D_{k+1} = \hat{h}_{k+1|k} - H_{k+1|k} \hat{X}_{k+1|k} \quad (11)$$

当 X_k 已知时, $B_k = \Delta t (\hat{g}_{k|k} - G_{k|k} \hat{X}_{k|k})$ 和 $D_{k+1} = \hat{h}_{k+1|k} - H_{k+1|k} \hat{X}_{k+1|k}$ 为确定的常数序列, 矩阵 $\Phi_{k+1,k}$ 和 $H_{k+1|k}$ 中的值也都是唯一确定的, 至此非线性系统成功线性化。

状态先验估计误差 $e_{k+1|k} = X_{k+1} - \hat{X}_{k+1|k}$, 其协方差矩阵为

$$P_{k+1|k} = \mathbb{E}(e_{k+1|k} e_{k+1|k}^T) = \Phi_{k+1,k} P_{k|k} \Phi_{k+1,k}^T + Q_k \quad (12)$$

根据卡尔曼滤波原理, 状态后验估计由状态先验估计和测量值加权而得, 即

$$\hat{X}_{k+1|k+1} = \hat{X}_{k+1|k} + K_{k+1} (y_{k+1} - \hat{h}_{k+1|k}) \quad (13)$$

其中: K_{k+1} 为 $t = (k+1)\Delta t$ 时刻的增益矩阵。

状态后验估计误差的协方差矩阵为

$$\begin{aligned} P_{k+1|k+1} &= \mathbb{E}(e_{k+1|k+1} e_{k+1|k+1}^T) = \\ &= (I - K_{k+1} H_{k+1|k}) P_{k+1|k} (I - K_{k+1} H_{k+1|k})^T + \\ &+ K_{k+1} R_{k+1} K_{k+1}^T \end{aligned} \quad (14)$$

其中: I 为单位矩阵。

卡尔曼滤波以最小均方差为最佳准则, 等价于使后验估计误差的协方差矩阵 $P_{k+1|k+1}$ 的迹最小化, 由此可解得增益矩阵为

$$K_{k+1} = P_{k+1|k} H_{k+1|k}^T (H_{k+1|k} P_{k+1|k} H_{k+1|k}^T + R_{k+1})^{-1} \quad (15)$$

因此, 可从给定的初始估计值 $\hat{X}_{0|0}$ 和初始误差协方差 $P_{0|0}$ 出发, 利用已知的输入、观测值, 逐步进行递推, 估计非线性系统的状态序列, 进而识别结构参数。

2 测量噪声方差自适应更新策略

对基于扩展卡尔曼滤波方法的结构参数识别, 测量噪声方差 R 和过程噪声方差 Q 是未知的, 假定为恒值, 常通过大量统计实验或专家经验评估其取值^[16]。卡尔曼滤波方法对滤波参数敏感, 若滤波参数选取不恰当, 会影响结构参数识别的精度, 甚至导致结果发散^[12]。过程噪声方差 Q 可以理想地设为零, 为了加快收敛速度, 常采用较小的非零值^[11]。与过程噪声方差 Q 相比, 测量噪声方差 R 则受到建模误差、传感器噪声等因素的影响。因此, 笔者采用基于残差的协方差匹配公式, 通过滑动窗口法或遗忘因子法自适应更新测量噪声方差。

2.1 基于残差的协方差匹配公式推导

在参数识别过程中,测量值和后验响应之间的差值记为残差 ϵ_k ,可用后验误差 $e_{k|k}$ 表示为

$$\begin{aligned}\epsilon_k &= y_k - (H_k \hat{x}_{k|k} + D_k u_k) = \\ & H_k x_k + D_k u_k + v_k - (H_k \hat{x}_{k|k} + D_k u_k) = \\ & H_k e_{k|k} + v_k\end{aligned}\quad (16)$$

因此,残差的协方差矩阵可表示为

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[\epsilon_k \epsilon_k^T] &= \mathbb{E}[(H_k e_{k|k} + v_k)(H_k e_{k|k} + v_k)^T] = \\ & \mathbb{E}[H_k e_{k|k} e_{k|k}^T H_k^T + H_k e_{k|k} v_k^T + v_k e_{k|k}^T H_k^T + v_k v_k^T] = \\ & H_k P_{k|k} H_k^T + \mathbb{E}[H_k e_{k|k} v_k^T] + \mathbb{E}[v_k e_{k|k}^T H_k^T] + R_k\end{aligned}\quad (17)$$

式(17)中的 $\mathbb{E}[H_k e_{k|k} v_k^T]$ 可展开为

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[H_k e_{k|k} v_k^T] &= H_k \mathbb{E}[(x_k - \hat{x}_{k|k}) v_k^T] = \\ & -H_k \mathbb{E}[\hat{x}_{k|k} v_k^T] = \\ & -H_k \mathbb{E}[(\hat{x}_{k|k-1} + K_k(y_k - H_k \hat{x}_{k|k-1} - D_k u_k)) v_k^T] = \\ & -H_k \mathbb{E}[\hat{x}_{k|k-1} v_k^T + K_k H_k e_{k|k-1} v_k^T + K_k v_k v_k^T] = \\ & -H_k K_k R_k\end{aligned}\quad (18)$$

同理可得

$$\mathbb{E}[v_k e_{k|k}^T H_k^T] = -R_k K_k^T H_k^T \quad (19)$$

将式(18)、式(19)代入式(17),可得

$$\mathbb{E}[\epsilon_k \epsilon_k^T] = H_k P_{k|k} H_k^T - H_k K_k R_k - R_k K_k^T H_k^T + R_k \quad (20)$$

文献[11]证明了 $H_k P_{k|k} H_k^T - H_k K_k R_k = 0$, $R_k K_k^T H_k^T - H_k P_{k|k} H_k^T = 0$,由此可推导出基于残差的协方差匹配公式为

$$R_k = \mathbb{E}[\epsilon_k \epsilon_k^T] + H_k P_{k|k} H_k^T \quad (21)$$

基于式(21),可以使用残差 ϵ_k 在每个迭代步中估计测量噪声协方差 R_k ,其中唯一的估计不确定性来自评估残差的协方差矩阵 $\mathbb{E}[\epsilon_k \epsilon_k^T]$ 。笔者采用两种方法计算残差的协方差矩阵 $\mathbb{E}[\epsilon_k \epsilon_k^T]$,即滑动窗口法和遗忘因子法。

2.2 滑动窗口法

滑动窗口法采用一定步长范围内的样本均值代替 $\mathbb{E}[\epsilon_k \epsilon_k^T]$,因此 R_k 的估计式为

$$R_k = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} \epsilon_{k-i} \epsilon_{k-i}^T + H_k P_{k|k} H_k^T \quad (22)$$

其中: m 为滑动窗口的大小。

在参数识别开始阶段($k < m$),有两种 R_k 的取值方法:①保持 R_k 为初始 R_0 不变,并在 k 达到窗口

大小 m 时开始更新 R_k ;②从特定的时间步 L ($L \leq m$)开始更新 R_k ,对于 $L \leq k \leq m$,式(22)中的样本均值根据可用的残值 $\epsilon_1 \sim \epsilon_k$ 估计。在本研究中,采用第2种方法,取 $L = 5$ 。

2.3 遗忘因子法

遗忘因子法采用遗忘因子 α 平衡上一步协方差 R_{k-1} 和当前残差估计项之间的权重关系,进而更新 R_k ,即

$$R_k = \alpha R_{k-1} + (1 - \alpha)(\epsilon_k \epsilon_k^T + H_k P_{k|k} H_k^T) \quad (0 \leq \alpha \leq 1) \quad (23)$$

式(23)中:若 $\alpha = 1$,则遗忘因子法退化为非自适应的情况,即 R_k 为时不变常数矩阵;若 $\alpha = 0$,则 R_k 完全由当前的残差项所决定。

2.4 自适应扩展卡尔曼滤波方法流程

扩展卡尔曼滤波方法可分为状态预测过程和状态校正更新过程^[17]。将前述自适应策略嵌入到EKF方法中,在每个迭代步结束时,通过滑动窗口法或遗忘因子法更新噪声方差矩阵 R_k 。自适应EKF方法参数识别流程如下。

1) 初始估计 $\hat{X}_{0|0}, P_{0|0}$,循环 $k = 0, 1, \dots, N-1$ 。

2) 进行以下预测:

状态一步预测 $\hat{X}_{k|k-1} = A_{k-1} \hat{X}_{k-1|k-1} + B_{k-1}$

状态估计方差一步预测

$$P_{k|k-1} = A_{k-1} P_{k-1|k-1} A_{k-1}^T + Q$$

观测一步预测 $\hat{y}_{k|k-1} = H_k \hat{X}_{k|k-1} + D_k$

3) 进行以下更新:

滤波增益矩阵

$$K_k = P_{k|k-1} H_k^T (H_k P_{k|k-1} H_k^T + R_k)^{-1}$$

(R_k 为来自上一循环的滑动窗口法或遗忘因子法)

状态更新,识别物理参数

$$\hat{X}_{k|k} = \hat{X}_{k|k-1} + K_k(y_k - \hat{y}_{k|k-1})$$

状态估计方差更新 $P_{k|k} = (I - K_k H_k) P_{k|k-1}$

4) 基于残差的协方差匹配:

残差 $\epsilon_k = y_k - \hat{y}_{k|k} = y_k - (H_k \hat{X}_{k|k} + D_k)$

滑动窗口法 $R_k = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} \epsilon_{k-i} \epsilon_{k-i}^T + H_k P_{k|k} H_k^T$

遗忘因子法

$$R_k = \alpha R_{k-1} + (1 - \alpha)(\epsilon_k \epsilon_k^T + H_k P_{k|k} H_k^T) \quad (0 \leq \alpha \leq 1)$$

自适应更新 $R_{k+1} \leftarrow R_k$

5) 结束循环。

3 数值验证

3.1 Duffing型非线性模型

笔者采用图1所示的3层Duffing型非线性剪切框架验证自适应扩展卡尔曼滤波方法的有效性。

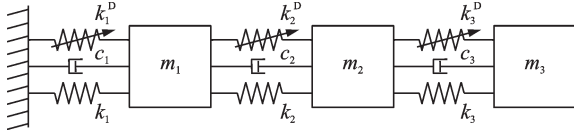


图1 3层Duffing型非线性剪切框架

Fig.1 3-storey Duffing-type nonlinear shearing frame

Duffing型非线性剪切框架的运动方程可写成

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx + K^D x^3 = -m\ddot{x}_g \quad (24)$$

其中: $x^3 = (x_1^3, x_2^3, x_3^3)^T$ 为结构层间位移 x 的三次方; $\ddot{x}_g$ 为地震激励; $m = (m_1, m_2, m_3)^T$ 为集中质量列向量; M, C, K 分别为层间响应形式下的质量、阻尼和刚度矩阵; K^D 为控制恢复力非线性程度的参数矩阵。

K^D 层间形式为

$$K^D = \begin{bmatrix} k_1^D & -k_2^D & 0 \\ 0 & k_2^D & -k_3^D \\ 0 & 0 & k_3^D \end{bmatrix} \quad (25)$$

模型参数真值及初始值设置见表1。地震动输入为El-Centro地震波,采样频率为1 kHz。基于数据融合的扩展卡尔曼滤波方法能够有效提高结构参数识别精度^[9,17],观测量取为第1、第2层层间加速度和第3层层间位移。系统的扩充状态向量为 $X = [x_1, x_2, x_3, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3, c_1, c_2, c_3, k_1, k_2, k_3, k_1^D, k_2^D, k_3^D]^T$, 其中:结构位移、速度的初始值设为0。

表1 模型参数真值及初始值设置

Tab.1 True values and initial values of model parameters

模型参数	参数真值	待识别参数初值
质量(m_1, m_2, m_3)/kg	1 000	—
阻尼(c_1, c_2, c_3)/((N·s)·m ⁻¹)	600	300
顶层刚度 k_3 /(kN·m ⁻¹)	60	50
第1,2层刚度(k_1, k_2)/(kN·m ⁻¹)	120	100
顶层非线性参数 k_3^D /(kN·m ⁻³)	-50	0
第1,2层非线性参数(k_1^D, k_2^D)/(kN·m ⁻³)	200	0

3.2 非自适应EKF参数识别结果

在非自适应EKF方法中,噪声方差 R 和 Q 常被假定为常数且恒定。对本模型而言,结构层阻尼、层刚度的参数识别效果较好,本研究更关注非线性参数 k_i^D 的识别效果,故定义非线性参数识别最大相对

误差 η 作为评估噪声方差 R 和 Q 最优取值的定量指标

$$\eta = \max \left| \frac{\hat{k}_i^D - k_i^D}{k_i^D} \right| \times 100\% \quad (i = 1, 2, 3) \quad (26)$$

在非自适应的情况下,通过试错找到了一组 R 和 Q ,使 η 得到最小的解,最小值为1.53%,此时 R 和 Q 的取值记为 R_{best} 和 Q_{best} ,即

$$R_{\text{best}} = \begin{bmatrix} 8.5 \times 10^{-3} I_{2 \times 2} & \\ & 9.5 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$$

$$Q_{\text{best}} = 9 \times 10^{-11} I_{15 \times 15}$$

为了展现 R 和 Q 的设置对非线性参数识别效果的影响,定义缩放因子 λ_R 和 λ_Q ,通过缩放 R_{best} 和 Q_{best} 来设置 R 和 Q ,即 $R = \lambda_R R_{\text{best}}$, $Q = \lambda_Q Q_{\text{best}}$ 。非自适应EKF方法最大相对误差 η 的变化如图2所示。其中,当 $\lambda_R = 1, \lambda_Q = 1$ 时, η 值最小。

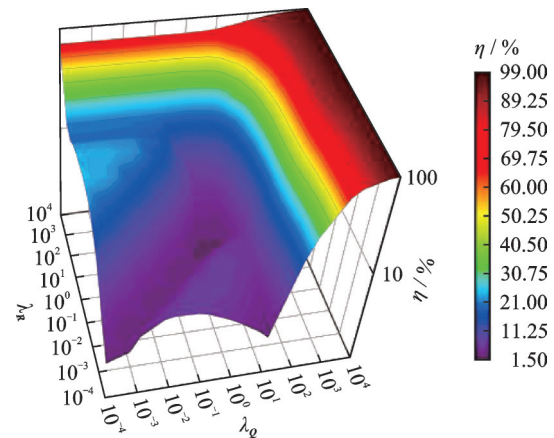


图2 非自适应EKF方法最大相对误差 η 的变化

Fig.2 Variation of the maximum relative error η of the non-adaptive EKF method

3.3 自适应EKF参数识别结果

在非自适应EKF方法中,当 R 和 Q 初始取值为 $R_0 = 10^5 R_{\text{best}}$, $Q = 10 Q_{\text{best}}$ 时, $\eta = 95.48\%$,非线性参数识别效果很差。为直观地展现自适应EKF方法结构参数识别的有效性,在自适应EKF方法中, R 和 Q 初始取值仍为 $R_0 = 10^5 R_{\text{best}}$, $Q = 10 Q_{\text{best}}$ 。

3.3.1 滑动窗口法参数识别结果

滑动窗口的大小 $m = 20$,从特定的时间步 $L = 5$ 开始更新 R 。图3为滑动窗口法结构参数识别过程。由图3(a)~(f)可知,阻尼、刚度参数的识别值均能快速地收敛至真实值附近;由图3(g)~(i)可知,非线性参数经震荡后也能收敛,识别值 $\hat{k}_1^D$ 和 $\hat{k}_2^D$ 在15 s附近收敛于真实值,识别值 $\hat{k}_3^D$ 在2 s附近收敛于真实值;图3(j)~(l)为测量噪声方差在前0.5 s

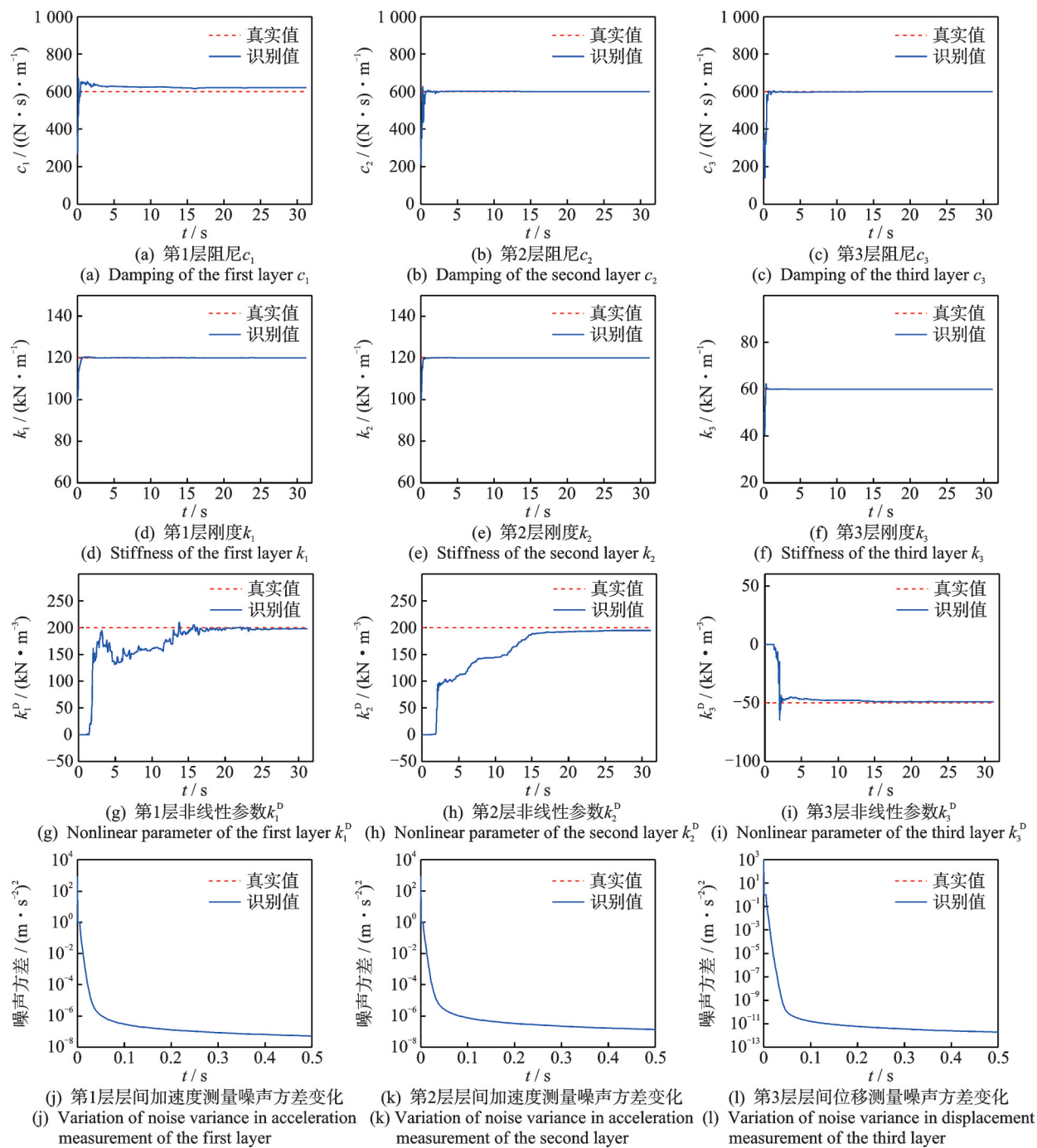


图3 滑动窗口法结构参数识别过程

Fig.3 Structural parameter identification process of sliding window method

的变化情况,可见其迅速收敛并趋于稳定。

窗口大小 m 的选取并没有明确的方法,通常依赖设计者的经验。不同窗口大小非线性参数识别效果见表2。随着窗口大小 m 的增加,最大相对误差 η 几乎不变。

3.3.2 遗忘因子法参数识别结果

图4为遗忘因子法结构参数识别过程。取遗忘因子 $\alpha = 0.7$ 。由图4(a)~(f)可知,阻尼、刚度参数的识别值均能快速地收敛至真实值附近,识别效果与滑动窗口法接近;由图4(g)~(i)可知,非线性参

表2 不同窗口大小非线性参数识别效果

Tab.2 Identification effect of nonlinear parameters with different window sizes

窗口大小 m	最大相对误差 $\eta/\%$
20	2.683 116 347
50	2.683 116 342
100	2.683 116 294
250	2.683 116 295

数前期震荡,后期收敛,其中识别值 $\hat{k}_1^D$ 和 $\hat{k}_2^D$ 在 15 s 附近收敛于真实值,识别值 $\hat{k}_3^D$ 在 2 s 附近收敛于真

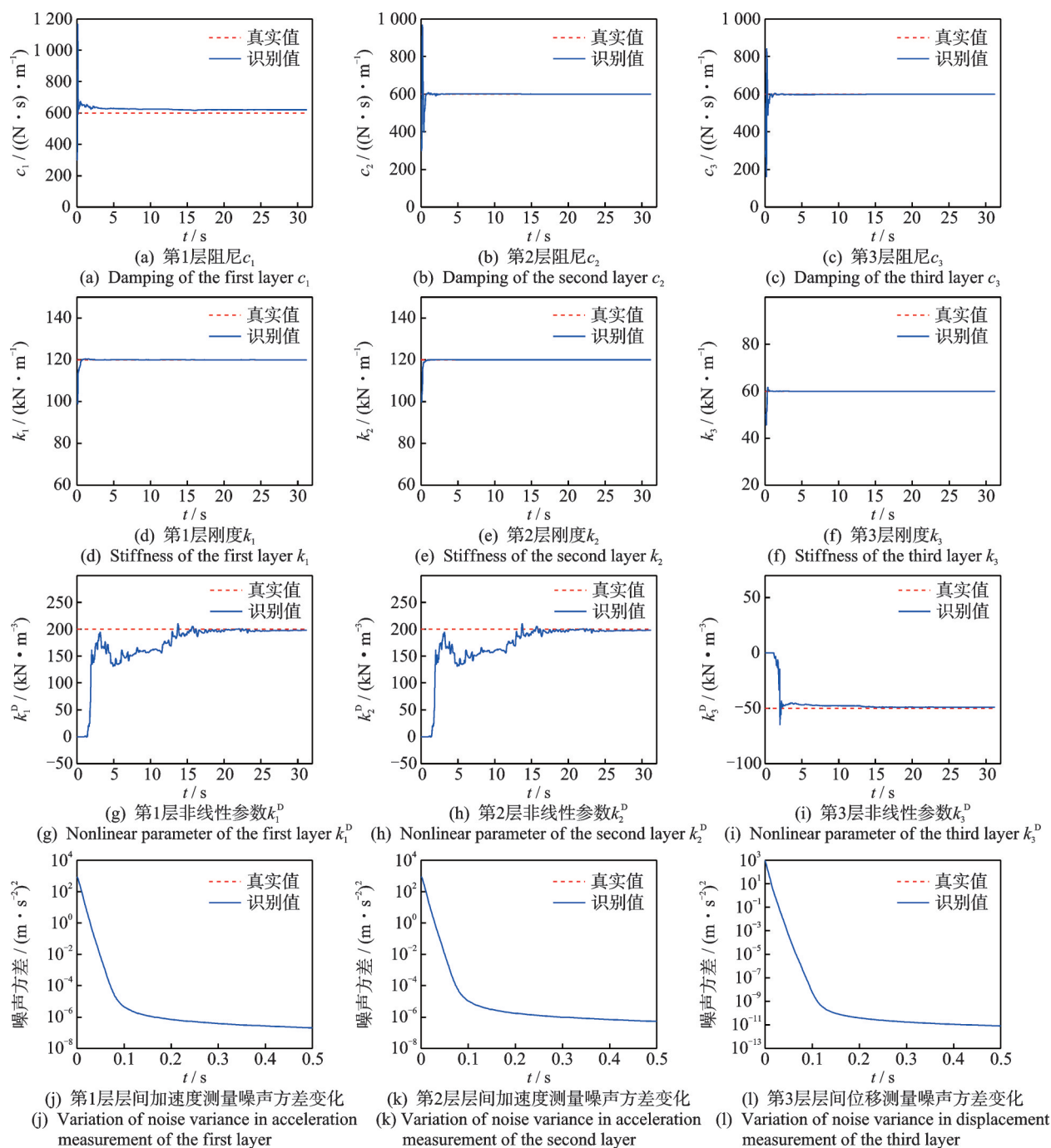


图4 遗忘因子法结构参数识别过程

Fig.4 Structural parameter identification process of forgetting factor method

实值,识别效果和收敛速度均与滑动窗口法接近;图4(j)~(l)为测量噪声方差在前0.5 s的变化情况,可见其迅速收敛并趋于稳定,但基于滑动窗口法的测量噪声方差收敛速度更快。

遗忘因子的取值通常依赖经验。不同遗忘因子非线性参数识别效果见表3。可见,随着遗忘因子 α 的增加,最大相对误差 η 略有波动,但影响不大。

3.4 参数鲁棒性分析

基于非自适应EKF方法中,初始 R 和 Q 的取值

表3 不同遗忘因子非线性参数识别效果

Tab.3 Identification effect of nonlinear parameters with different forgetting factors

遗忘因子 α	最大相对误差 $\eta/\%$
0.1	2.683 7
0.3	2.683 5
0.5	2.683 2
0.7	2.683 3
0.9	2.686 3

(λ_R 和 λ_Q)显著影响结构参数的识别效果^[18-19]。为研究自适应EKF方法的鲁棒性,分析不同 λ_R 和 λ_Q 取

值下自适应EKF方法对结构参数识别最大相对误差 η 的影响,将计算结果与非自适应EKF方法进行了对比。自适应EKF方法鲁棒性分析如图5所示。 λ_R 的取值范围为 $10^{-4} \sim 10^4$, λ_Q 的取值范围为 $10^{-2} \sim 10^2$ 。

图5(a)为滑动窗口法对结构参数的识别效果图,可知当 λ_Q 固定不变时,最大相对误差 η 平行于 λ_R 轴,非线性参数的识别效果与 λ_R 的取值无关,表明基于滑动窗口法估计噪声方差 R 的自适应策略的有效性及鲁棒性。当 λ_R 固定不变, λ_Q 在 $10^{-2} \sim 10^1$ 变化时,最大相对误差 η 的变化也很小,可见当 Q 取值在 Q_{best} 附近的一定范围内时,只针对 R 的自适应策略

也有提高结构参数识别效果的作用,但当 λ_Q 超出此范围时,最大相对误差 η 显著增加。

将滑动窗口法对结构参数的识别效果与非自适应EKF方法的识别效果进行对比,结果如图5(b)所示。在 $\lambda_R = 1$ 和 $\lambda_Q = 1$ 附近的较小范围内,非自适应EKF方法的结构参数识别效果好于自适应EKF,但在其余范围,滑动窗口法的效果更好,能显著降低参数识别最大相对误差 η 。

图5(c)为遗忘因子法对结构参数的识别效果图,其与非自适应EKF方法的对比如图5(d)所示。通过与图5(a,b)的对比发现,遗忘因子法与滑动窗口法的非线性参数识别效果和鲁棒性近似一致。

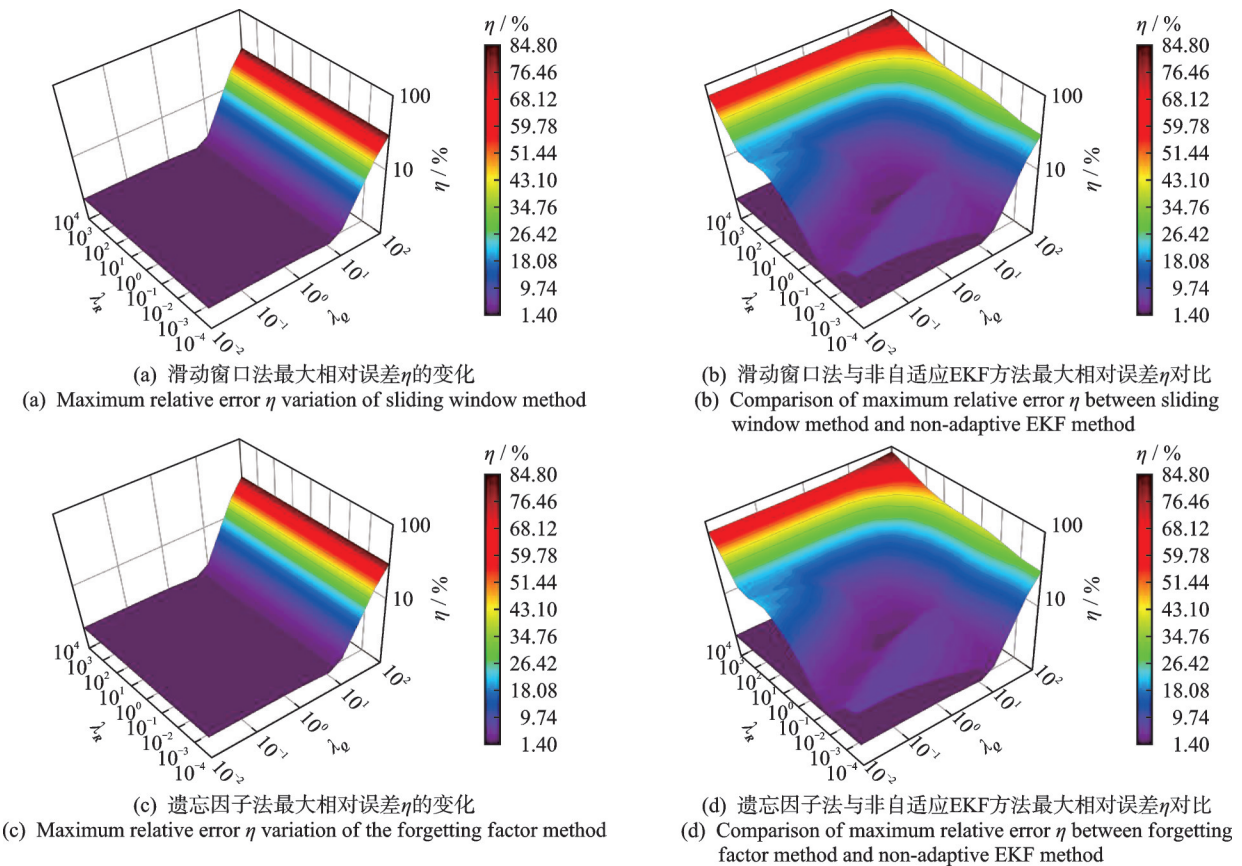


图5 自适应EKF方法鲁棒性分析

Fig.5 Robustness analysis of adaptive EKF method

4 结 论

1) 基于滑动窗口法和遗忘因子法的自适应EKF方法识别效果和收敛速度接近,但基于滑动窗口法估计的测量噪声方差的收敛速度更快。

2) 滑动窗口 m 的取值和遗忘因子 α 对本算例的结构参数识别效果影响不大。

3) 与非自适应EKF方法相比,自适应EKF方法对初始噪声方差参数的取值不敏感,鲁棒性较好,

无需大量试错寻找最优的噪声方差,且遗忘因子法与滑动窗口法的鲁棒性接近。

参 考 文 献

- [1] 任宜春, 易伟建. 结构物理参数识别的多尺度参数卡尔曼滤波方法[J]. 工程力学, 2008, 25(5): 1-5, 11.
REN Yichun, YI Weijian. Identification of physical parameters by multi-scale parameter Kalman filter[J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(5): 1-5, 11. (in

- Chinese)
- [2] XIAO X, SUN Z, SHEN W A. A Kalman filter algorithm for identifying track irregularities of railway bridges using vehicle dynamic responses[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2020, 138: 106582.
 - [3] KALMAN R E, BUCY R S. New results in linear filtering and prediction theory [J]. *Journal of Basic Engineering*, 1961, 83(1): 95-108.
 - [4] HOSHIYA M, SAITO E. Structural identification by extended Kalman filter [J]. *Journal of Engineering Mechanics-ASCE*, 1984, 110(12): 1757-1770.
 - [5] YANG J N, LIN S, HUANG H, et al. An adaptive extended Kalman filter for structural damage identification[J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2006, 13(4): 849-867.
 - [6] 赵博宇, 丁勇, 吴斌. 基于扩展卡尔曼估计算法的地震模拟振动台模型识别[J]. *振动与冲击*, 2014, 33(12): 145-150.
ZHAO Boyu, DING Yong, WU Bin. Identification of shaking table model for seismic simulation based on an extended Kalman estimator[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2014, 33(12): 145-150.(in Chinese)
 - [7] WANG F G, LING X Z, XU X, et al. Structural stiffness identification based on the extended Kalman filter research [J]. *Abstract and Applied Analysis*, 2014, 2014(1): 1-8.
 - [8] EBRAHIMIAN H, ASTROZA R, CONTE J P. Extended Kalman filter for material parameter estimation in nonlinear structural finite element models using direct differentiation method [J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2015, 44 (10) : 1495-1522.
 - [9] LIU L J, SU Y, ZHU J J, et al. Data fusion based EKF-UI for real-time simultaneous identification of structural systems and unknown external inputs [J]. *Measurement*, 2016, 88: 456-467.
 - [10] 邓百川, 郭玉荣, 许斌. 部分加速度测量下结构恢复力与质量非参数化识别方法[J]. *振动与冲击*, 2020, 39(8): 23-32.
DENG Baichuan, GUO Yurong, XU Bin. Nonparametric restoring force and mass identification approach using limited acceleration measurement [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2020, 39(8): 23-32.(in Chinese)
 - [11] SONG M M, ASTROZA R, EBRAHIMIAN H, et al. Adaptive Kalman filters for nonlinear finite element model updating [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2020, 143: 106837.
 - [12] AKHLAGHI S, ZHOU N, HUANG Z Y. Adaptive adjustment of noise covariance in Kalman filter for dynamic state estimation [C] //2017 IEEE Power & Energy Society General Meeting. Chicago, IL, USA: IEEE, 2017: 1-5.
 - [13] ZHENG B, FU P, LI B, et al. A robust adaptive unscented Kalman filter for nonlinear estimation with uncertain noise covariance [J]. *Sensors*, 2018, 18(3): 808.
 - [14] ZHANG Q, YANG Y F, XIANG Q, et al. Noise adaptive Kalman filter for joint polarization tracking and channel equalization using cascaded covariance matching [J]. *IEEE Photonics Journal*, 2018, 10(1): 1-11.
 - [15] ALMAGBILE A, WANG J, DING W. Evaluating the performances of adaptive Kalman filter methods in GPS/INS integration[J]. *Journal of Global Positioning Systems*, 2010, 9(1): 33-40.
 - [16] 张笑华, 吴志彪, 吴圣斌, 等. 基于移动窗卡尔曼滤波算法的结构响应重构[J]. *振动与冲击*, 2021, 40(21): 90-96, 105.
ZHANG Xiaohua, WU Zhibiao, WU Shengbin, et al. Structural response reconstruction based on moving window Kalman filtering algorithm [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2021, 40(21): 90-96, 105.(in Chinese)
 - [17] 郑宇. 基于扩展卡尔曼滤波的结构参数识别及传感器布设优化研究[D]. 哈尔滨: 中国地震局工程力学研究所, 2020.
 - [18] 陈龙, 单海强, 徐兴, 等. 基于扩展 Kalman 滤波器组的 ECAS 系统传感器故障诊断[J]. *振动、测试与诊断*, 2019, 39(2): 389-395.
CHEN Long, SHAN Haiqiang, XU Xing, et al. Sensor fault diagnosis for ECAS system based on extended Kalman filter bank [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2019, 39(2): 389-395. (in Chinese)
 - [19] 白石, 任鹏, 周智, 等. 基于 Kalman 滤波的有限测点桁架结构疲劳损伤监测[J]. *振动、测试与诊断*, 2017, 37(5): 941-947.
BAI Shi, REN Peng, ZHOU Zhi, et al. Fatigue monitoring of limited measured truss structure based on Kalman filtering [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2017, 37(5): 941-947.(in Chinese)



第一作者简介: 万华平,男,1986年4月生,博士、研究员。主要研究方向为结构健康监测及结构不确定性分析。曾发表《An efficient metamodeling approach for uncertainty quantification of complex systems with arbitrary parameter probability distributions》(《International Journal for Numerical Methods in Engineering》2017, Vol. 109, No. 5) 等论文。

E-mail: hpwan@zju.edu.cn