

瞬时频率加权的稀疏时频理论及其应用*

包文杰¹, 王正伟², 石生超², 祁富志², 马润生², 范彩兄², 李富才³

(1. 中国矿业大学机电工程学院 徐州, 221000)

(2. 国网青海省电力公司电力科学研究院 西宁, 810000)

(3. 上海交通大学机械系统与振动国家重点实验室 上海, 201100)

摘要 为了解决一阶权重算子对于频率快变的信号难以准确提取信号特征的问题,在现有的 l_1 范数正则项稀疏求解模型的基础上,提出了瞬时频率加权的稀疏时频分析理论。首先,建立稀疏时频表示模型和 l_1 正则项加权策略;其次,推导广义瞬时频率估计显式表达式,并将通过其构建 l_1 范数的权重算子;然后,采用快速迭代收缩阈值算法求解时频稀疏结果;最后,通过多分量的数值仿真信号和转子碰摩故障实验信号验证了该方法的有效性。实验结果表明,该方法能够得到高聚集性和准确性的时频分布,并可以准确识别出由碰摩故障导致的转子瞬时频率周期性波动。

关键词 稀疏方法;瞬时频率估计;时频分析;故障诊断
中图分类号 TH133.2

引言

时频分析(time-frequency analysis,简称TFA)是处理机械系统非平稳信号的有效工具^[1]。短时傅里叶变换(short-time Fourier transform,简称STFT)通过移动固定的窗函数,得到有限时间内的平稳信号,并分段对信号进行傅里叶变换。连续小波变换(continuous wavelet transform,简称CWT)利用窗宽可变的窗函数处理信号,得到时间和频率分辨率可变的分析结果。由于STFT和CWT都受到不确定性原理的制约,故无法同时得到时间上和频率上的最优分辨率。魏格纳分布(Wigner-Ville distribution,简称WVD)属于二次时频分析方法,其不受窗函数的制约,提高了时频分辨率和时频聚集性,但在处理多分量信号时,WVD会受到交叉项的干扰。

为了提高时频分布的聚集性,时频重排方法(reassignment method,简称RM)通过计算能量重心,在时间和频率上对时频分布的能量进行重新排列,提升了时频聚集性^[2]。Daubechies等^[3]在传统RM方法的基础上,提出了同步压缩变换(synchrosqueezing transform,简称SST)。SST在频率上对时频能量进行压缩,保留了信号的重构特性,但在处理瞬时频率(instantaneous frequency,简称IF)快

速变化的信号时,SST所采用的一阶信号模型难以适用。

研究表明,一些机械故障信号本质上都是稀疏的,可以采用稀疏模型进行分析。通过寻找信号基于特征字典的稀疏表达,可实现对冗余信息的压缩和特征提取^[4]。常用的稀疏求解算法包括匹配追踪(matching pursuit,简称MP)和基追踪(basis pursuit,简称BP)等。MP用于求解 l_0 范数,采用贪婪算法选择出最能匹配信号结构的原子,得到局部最优解,但其存在运算量庞大的问题^[5]。BP通过求解 l_1 范数最小值得到全局最优解,但其对于字典构建有着很高的要求^[6]。为了提高结果的稀疏程度和特征提取的能力,解决 l_1 范数对非零参数惩罚不一致的问题,提出对 l_1 正则项进行加权的稀疏方法^[7]。基于信号稀疏的时频分析将稀疏理论与STFT等时频方法相结合,利用稀疏的原子表征信号,使结果具有更高的时频分辨率。因此,稀疏理论逐渐被应用于时频分析领域,以获得更为稀疏的时频结果^[8]。Tong等^[9]提出了脊线感知加权稀疏表示(ridge-aware weighted sparse time-frequency representation,简称RW-STF)。基于脊线增强的思想,利用正则项权重矩阵实现了高时频聚集性的信号表达,然而在处理高阶频率快变信号时,该方法难以获得较高的时频聚集

* 国网青海省电力公司科技资助项目(522807220005)
收稿日期:2023-11-14;修回日期:2024-01-17

性和时频准确性。

笔者以信号的稀疏时频分析方法为基础,提出了广义瞬时频率加权的稀疏时频分析(generalized if weighted sparse time-frequency analysis,简称GI-WSA)方法,以提高信号时频表示的聚集性和准确性。首先,对原始信号进行STFT得到时频表达;其次,推导广义瞬时频率估计显式公式来构建权重算子,以保留时频脊线参数,提取信号特征;最后,采用快速迭代收缩阈值算法(fast iterative shrinkage thresholding algorithm,简称FISTA)^[10]进行最优化解,得到最终的稀疏时频分布。

1 理论基础

1.1 稀疏时频模型与正则项加权

建立调幅调频信号模型

$$x(\tau) = A(\tau)e^{j\varphi(\tau)} \quad (1)$$

其中: $A(\tau)$ 为调幅函数; $\varphi(\tau)$ 为相位响应函数。

稀疏时频表征的主要目的是用尽可能少的原子表征信号的时频结果,即表征中含有尽可能少的非零参数。为了便于求解,这个过程一般可以转化成求解 l_1 范数的凸优化问题^[11]。建立信号的稀疏时频表征模型为

$$\min \left\{ \|R\|_1; \mathcal{H}(R) = x(\tau) \right\} \quad (2)$$

其中: R 为待求的信号稀疏时频表征; \mathcal{H} 为时频变换的逆变换算子。

考虑到实际应用中 R 不完全稀疏,在应用时对约束进行松弛,并改写为成本函数形式

$$\arg \min_R J(R) = G(R) + \lambda \|R\|_1 \quad (3)$$

其中: λ 为正则化参数,用于调节目标函数中约束项的权重; $\|\cdot\|_1$ 为向量的 l_1 范数,用于惩罚非稀疏的解。

整个求解过程就是令成本函数 J 最小化的过程。函数 $G(R)$ 的矩阵形式为

$$G(R) = \frac{1}{2} \|x(\tau) - \mathcal{H}(R)\|_2^2 \quad (4)$$

其中: $\|\cdot\|_2$ 为向量的 l_2 范数,用于表示稀疏时频表征重构后与原始信号之间的误差。

函数 $G(R)$ 的梯度算子为

$$\nabla G(R) = \mathcal{H}^*(\mathcal{H}(R) - x) \quad (5)$$

其中: $\mathcal{H}^*(\cdot)$ 为 $\mathcal{H}(\cdot)$ 的伴随矩阵。

对于线性变换算子来说,其共轭转置矩阵等于其伴随矩阵,即 $\mathcal{H}^*(\cdot) = \mathcal{H}(\cdot)^T$ 。

在 l_1 范数下,较大的参数容易受到更大的惩罚;

而在 l_0 范数下,大小参数都受到一致的惩罚。为了令 l_1 范数更接近理论的 l_0 范数,即更平等地惩罚非零参数,在惩罚项中引入权重算子

$$J = \frac{1}{2} \|x(\tau) - \mathcal{H}^{-1}(R)\|_2^2 + \lambda \|W \odot R\|_1 \quad (6)$$

其中:权重算子 W 为矩阵,与 R 矩阵的阶数相同; \odot 表示求哈达玛积。

为了得到更稀疏的结果,权重算子应该在时频脊线附近有更小的参数,在其余部分有更大的参数。经过权重矩阵的约束和软阈值过滤后,使得脊线附近的较大参数得以保留,其余部分的较小参数置0,以达到保留特征信息而清除冗余信息的目的,最终实现时频表征的稀疏化。由于信号的瞬时频率 $\varphi'(t)$ 集中反映了时频图中的时频特征信息,且具有很高的分辨率,因此可以用于构建权重算子。基于瞬时频率的权重算子可定义为

$$W = |f - \varphi'(t)| \quad (7)$$

其中: f 为频率变量。

当频率变量 f 接近瞬时频率 $\varphi'(t)$ 时,权重算子的取值较小;当频率变量 f 距离瞬时频率 $\varphi'(t)$ 越远时,权重算子的取值越大,满足上述对于权重算子的性质要求。该算子能较好地提取脊线,在稀疏过程中将信号特征保留。

引入权重算子后,式(6)仍然满足凸函数性质,同时考虑到求解的收敛速度和简洁性,求解式(6)最常用的方法之一就是FISTA算法。FISTA算法采用前2次迭代结果的线性组合作为当前迭代的初始,加快了收敛速度。收缩软阈值算子可以设为

$$\text{soft}(x, u) = \begin{cases} (|x| - u) \text{sgn}(x) & (|x| > u) \\ 0 & (|x| \leq u) \end{cases} \quad (8)$$

其中: u 为阈值。

FISTA具体迭代过程如下。

初始化: $t_1 = 1, y_1 = R_0, \rho = 1, \varepsilon, M$

第 k 步:

$$R_{k+1} = \text{soft}(y_k + \rho T(x(t) - T^{-1}(R_k)), \lambda \rho W)$$

$$t_{k+1} = \frac{1 + \sqrt{1 + 4t_k^2}}{2}$$

$$y_{k+1} = R_{k+1} + \frac{t_k - 1}{t_{k+1}} (R_{k+1} - R_k)$$

$$\text{迭代停止: } \frac{\|R^{(k+1)} - R^{(k)}\|_2^2}{\|R^{(k)}\|_2^2} < \varepsilon \text{ 或 } k + 1 > M$$

其中: T 表示STFT; T^{-1} 为STFT逆变换; ε 为停止准则阈值; M 为最大迭代次数; λ 为正则化参数; ρ 为

迭代步长; W 为权重算子。

1.2 信号STFT的基础性质

根据式(1)建立的仿真信号模型,对调幅函数取对数,在时间 t 处(t 很接近 τ)进行 n 阶泰勒展开,得到

$$\log(A(\tau)) = \sum_{k=0}^n \frac{\log[A^{(k)}(t)]}{k!} (\tau - t)^k \quad (9)$$

其中: $A^{(k)}(t)$ 表示对函数 $A(t)$ 关于 t 求 k 阶导。

对调频函数进行 n 阶泰勒展开,可得

$$\varphi(\tau) = \sum_{k=0}^n \frac{\varphi^{(k)}(t)}{k!} (\tau - t)^k \quad (10)$$

因此,式(1)的信号模型为

$$x(\tau) = \exp\left(\sum_{n=0}^N \frac{\ln(A(\eta))^{(n)}(t) + j\varphi^{(n)}(t)}{n!} (\tau - t)^n\right) \quad (11)$$

原信号 $x(t)$ 的时频结果可以由改进短时傅里叶变换得到

$$T(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) g^*(\tau - t) e^{-j\varphi(\tau - t)} d\tau \quad (12)$$

其中: g^* 为窗函数 g 的共轭。

本研究中STFT的窗函数均选取高斯窗函数,高斯窗函数表示为

$$g(t) = \frac{1}{\sqrt{\sigma} \sqrt[4]{\pi}} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \quad (13)$$

其中: σ 为决定窗宽的参数。

基于不同高斯窗函数的短时傅里叶变换分布 T_1^n , $n \in N_+$ 表征为

$$T_1^n(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h^*(\tau - t) e^{-j\varphi(\tau - t)} d\tau \quad (14)$$

其中: $h(t) = t^{n-1} g(t)$, 为不同形式的高斯窗函数。

1.3 权重算子

基于式(7)关于权重算子的定义,求取权重算子首先要计算 $\varphi'(t)$, 即进行信号的瞬时频率估计。调幅与调频信号模型的瞬时频率可以近似认为是分析信号时频平面的瞬时频率。 N 阶瞬时频率估计算子的计算结果为

$$\varphi'(t) = \begin{cases} f - \Im(b T_1^2 / T_1^1) & (N=1) \\ f - \Im\left(\frac{1}{|A|} \sum_{n=2}^N A_{1,n}(n-1) T_1^{n-1}\right) & (N \geq 2) \end{cases} \quad (15)$$

其中: $\Im(\cdot)$ 表示取虚部; b 取值为 $-\frac{1}{\sigma^2}$ 。

A 为计算过程中的矩阵算子,定义为

$$A = \begin{bmatrix} T_1^1 & T_1^2 & \cdots & T_1^{N-1} & T_1^N \\ T_1^2 & T_1^3 & \cdots & T_1^N & T_1^{N+1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ T_1^{N-1} & T_1^N & \cdots & T_1^{2N-3} & T_1^{2N-2} \\ T_1^N & T_1^{N+1} & \cdots & T_1^{2N-2} & T_1^{2N-1} \end{bmatrix} \quad (16)$$

其中: $A_{1,n}$ 为矩阵 A 的代数余子式; $T_1^n(t, \omega)$ 由式(14)计算获得。

根据权重算子的构造方法,得到基于广义瞬时频率估计构建的权重算子为

$$W = \begin{cases} |\Im(b T_1^2 / T_1^1)| & (N=1) \\ \Im\left(\frac{1}{|A|} \sum_{n=2}^N A_{1,n}(n-1) T_1^{n-1}\right) & (N \geq 2) \end{cases} \quad (17)$$

通过比较发现,一阶瞬时频率估计的权重算子(即 $n=1$)的表达式与文献[9]中RWSTF方法所采用的权重算子一致。因此,可以认为RWSTF方法是笔者提出方法的一阶特殊形式。

权重算子的计算效率与权重算子的阶数相关。根据式(17),若要计算 n 阶权重算子,需要计算 T_1^k , 其中, $k=1, 2, \dots, 2n-1$ 。因此, n 阶权重算子共需进行 $2n-1$ 次STFT计算。

2 数值仿真

利用提出的GIWSA方法对仿真信号进行稀疏求解。首先,比较本研究方法与其他经典时频处理方法的时频聚集性和准确性;其次,分析权重算子的阶数对信号稀疏结果的影响,并给出算子阶数的选择方法;最后,研究本方法和其他时频处理方法的计算效率。

仿真信号为多分量的调幅调频信号

$$x(t) = \sum_{i=1}^3 x_i(t) \quad (18)$$

其中: $x_1(t)$ 为谐波信号,频率为 35 Hz, $x_1(t) = A \exp[2\pi j(35t)]$; $x_2(t)$ 为三阶调频信号, $x_2(t) = A \exp\left[2\pi j\left(250t - 250t^2 + \frac{500}{3}t^3\right)\right]$; $x_3(t)$ 为包含高阶瞬时频率的调频信号, $x_3(t) = A \exp\left[2\pi j\left(390t - \frac{6}{\pi} \cos(10\pi t)\right)\right]$; $x_1(t)$, $x_2(t)$ 和 $x_3(t)$ 均包含调幅成分; $A = 2 - 0.1 \cos(2\pi t)$ 。

仿真信号的时域波形和理论瞬时频率曲线如图 1 所示。其中:采样时间为 1 s,采样频率为 1 024 Hz。STFT 的高斯窗参数 σ 起到平衡时间分辨率和频率分辨率的作用,其选择对于最终结果至关重要,为了不失一般性,这里窗宽参数 σ 均为 0.011。

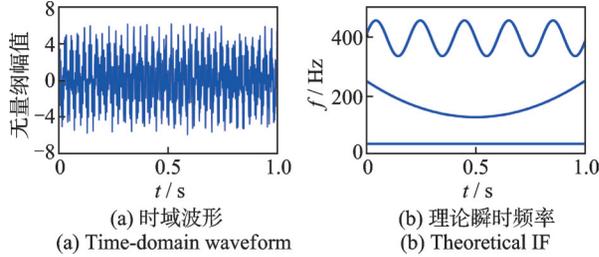


图 1 仿真信号的时域波形和理论瞬时频率曲线

Fig.1 Time-domain waveform and theoretical IF of simulation signal

2.1 时频聚集性

瑞利熵是衡量信号时频聚集性的指标之一,可以衡量信号的复杂程度^[12-13]。当时频分布不规律、复杂度越高时,瑞利熵越大。

瑞利熵的定义为

$$R^\alpha = \frac{1}{1-\alpha} \log_2 \frac{\iint T^\alpha(t, f) dt df}{\left(\iint T(t, f) dt df \right)^\alpha} \quad (19)$$

其中: α 为瑞利熵的阶数; $T(t, f)$ 为信号的时频分布。

当 $\alpha = 3$ 时,瑞利熵稳定性最好,因此选取三阶瑞利熵作为判断时频聚集度的指标。

采用提出的 GIWSA 算法求解原始信号的时频表达,其中:RWSTF 基于一阶权重算子,GIWSA 基于三阶权重算子,同时采用 SST 经典时频分析方法对信号求解。最终仿真信号 $x(t)$ 的不同时频分布 (time-frequency representation, 简称 TFR) 结果如图 2 所示。表 1 为不同时频方法的瑞利熵。可以发现,相比传统的时频方法,基于瞬时频率估计的稀疏时频拥有更高的时频聚集性,且权重算子的阶数越高,时频聚集程度越高。这是因为权重算子的阶数越高,对高阶快变瞬时频率的拟合程度越好,在尽可能保真的基础上能够取得更高的时频聚集性。事实上,通过调节 l_1 加权正则项的正则化参数 λ ,可以改变结果的稀疏程度, λ 越大,稀疏程度越高,相应的瑞利熵也越小。

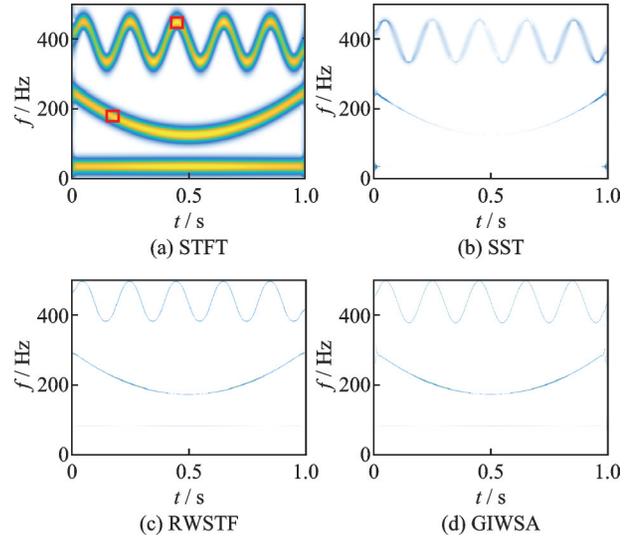


图 2 仿真信号 $x(t)$ 的不同时频分布结果

Fig.2 The TFRs of $x(t)$ from different TFA methods

表 1 不同时频方法的瑞利熵

Tab.1 The Rényi entropy of different TFA methods

时频方法	瑞利熵
STFT	7.334
SST	4.003
RWSTF	1.631
GIWSA	1.369

2.2 时频准确性

为了研究不同时频方法结果的准确性,对图 2(a)中标识的位置局部放大。图 3 为不同时频分析方法结果的局部放大图(红色曲线代表理论瞬时频率)。其中: $[0.15, 0.2]s \times [164, 194]Hz$ 取自三阶调频信号,代表信号瞬时频率变化较慢的区间; $[0.425, 0.43]s \times [430, 460]Hz$ 取自高阶调频信号,代表瞬时频率变化较快的区间。可以看出,在变化较慢的频率区间内,各阶 GIWSA 的结果与理论曲线均较为吻合。在变化较快的频率区间内,RWSTF 的结果与理论曲线的偏差较大,而三阶 GIWSA 的结果与理论瞬时频率基本重合,准确性更高。STFT 和 SST 的结果包含了理论曲线,但时频的聚集程度明显低于 GIWSA。

为了进一步研究时频结果的准确性,需要对实际与理论之间的误差进行计算。陆地移动距离 (earth mover distance, 简称 EMD) 是一种距离度量方法,可用于比较实际的时频结果与理论瞬时频率之间的相似程度^[14],其定义为

$$EMD = \iint |TF^n - TF^t| ds \quad (20)$$

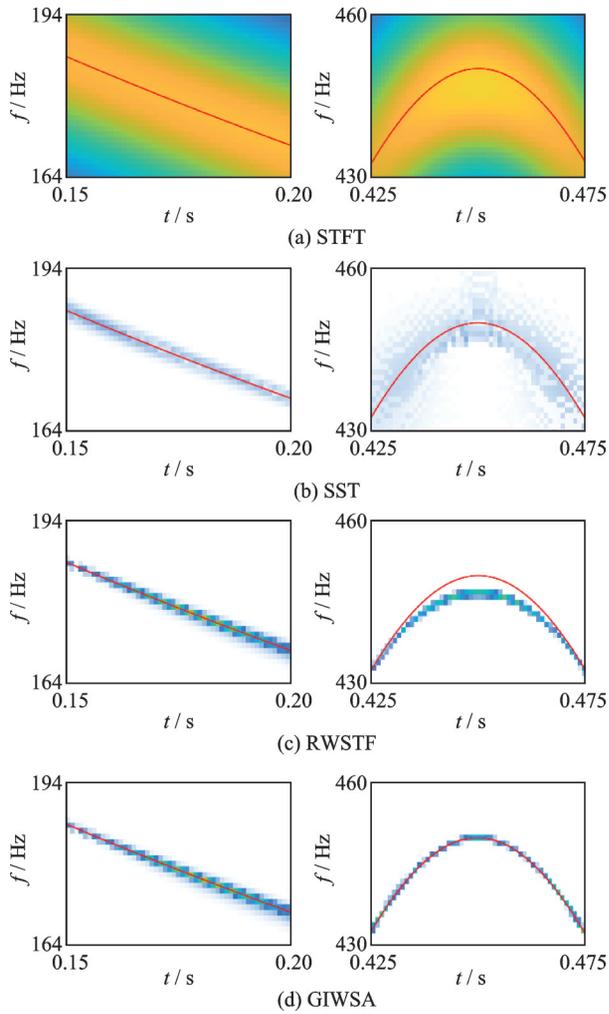


图3 不同时频分析方法结果的局部放大图
Fig.3 Local zooms of different TFRs

其中: TF^n 为归一化后的时频结果; TF^i 为理论时频结果, 如图 1(b) 所示。

采用 EMD 对时频准确性进行评估, 得到不同时频方法的 EMD 如表 2 所示。EMD 的值越小, 表明实际结果与理论瞬时频率的相似程度越高, 即时频准确性越高。由表 2 发现, 对于谐波分量 $x_1(t)$, SST, RWSTF 和 GIWSA 的 EMD 相差不大, 这是因为仿真信号中包含一阶频率, 基于一阶频率模型的 SST 和 RWSTF 能更好地拟合信号。对于三阶

表 2 不同时频方法的 EMD

时频方法	EMD		
	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$
STFT	2.755	2.762	2.819
SST	1.077	0.895	2.555
RWSTF	1.000	0.812	1.378
GIWSA	1.000	0.792	0.281

调频分量 $x_2(t)$ 和高阶调频分量 $x_3(t)$, GIWSA 的 EMD 明显小于其他方法, 这是因为三阶权重算子可以准确估计三阶的瞬时频率, 在处理快变的高阶信号时, 与理论结果最为接近。

由此发现, GIWSA 方法权重算子的阶数应根据信号的调频分量进行选择。当信号中包含某阶的调频分量, 选择该阶的权重算子能够取得时频准确性较高的结果。当信号中包含高阶的正弦调频分量时, 权重算子的阶数越高, 时频准确性也越高。综合考虑计算的简洁性和结果的质量, 一阶调频选用一阶算子, 二阶调频选用二阶算子, 而三阶及正弦调频分量选用三阶算子能够得到较好的结果。

此外, 正则化参数 λ 对于稀疏结果有很大影响, 通过计算瑞利熵和 EMD, 选择合适的 λ , 可平衡结果的时频聚集性和准确性, 最终提高稀疏解的质量。

2.3 计算效率

计算效率是衡量时频方法的重要指标之一。对于一维的 N 点采样信号, 快速傅里叶变换 (fast Fourier transform, 简称 FFT) 的计算复杂度为 $O(N \log N)$, 而 STFT 通过移动窗口在 N 个窗口内进行 FFT, 其复杂度为 $O(N^2 \log N)$ 。传统时频方法通过几次 STFT 得到结果, 两者的计算复杂度均为 $O(N^2 \log N)$ 。笔者提出的 GIWSA 方法需要进行 n 阶权重算子的计算。根据推导出的表达式, 求解 n 阶算子需要进行 $2n - 1$ 次 STFT, 其计算复杂度为 $O(nN^2 \log N)$, 其中, n 为权重算子阶数。此外, 在 FISTA 算法的每次迭代中需要进行一次 STFT 和一次逆 STFT, 其计算复杂度为 $O(mN^2 \log N)$, 其中, m 为迭代次数。因此, 本研究方法的计算复杂度为 $O((n + m)N^2 \log N)$ 。显然, 该方法的计算效率与迭代次数密切相关。综合考虑计算效率和结果的质量, 选取迭代次数为 30。

3 实验

转子碰摩是转子系统运转过程中的常见故障之一, 具有非平稳非线性的特征, 主要表现为瞬时频率的周期性快速振荡。如果能够提取出振动信号的此类调频特征, 就能对碰摩故障进行诊断。

笔者采用提出的 GIWSA 方法处理实验采集的转子系统振动信号, 并进行碰摩故障的诊断。图 4

为模拟碰摩故障的实验装置,主要由电涡流传感器、碰摩螺栓、马达和数据采集系统等组成。通过调节碰摩螺栓的位置高度,使其与轴面发生摩擦,以模拟转子的碰摩状态。电涡流传感器采集转子的轴向位移,并输入数据采集系统以供分析和处理。转子的转速为 60 Hz,振动信号的采样频率为 20 480 Hz,信号的时域波形图和频谱图如图 5 所示。可以发现:时域图出现了明显的正弦失真;频谱主要以基频 60 Hz 为主,同时也包含了 120 Hz 二倍频等谐波分量。为了进一步判断信号的碰摩故障特征,需要对信号进行时频分析。

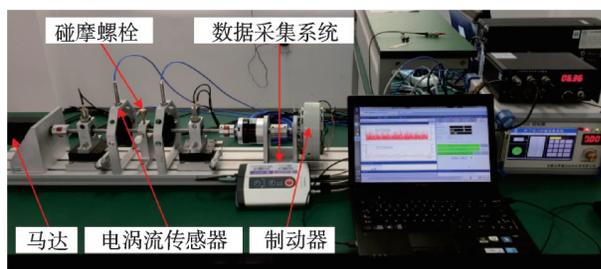


图 4 碰摩故障的实验装置

Fig.4 The test rig for rub-impact

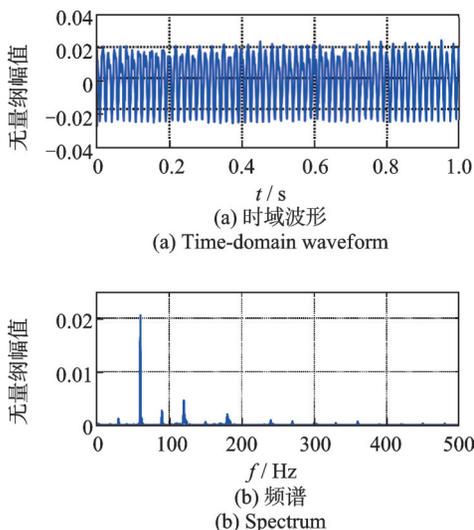


图 5 信号的时域波形图和频谱图

Fig.5 The time-domain waveform and its spectrum of the analyzed signal

分别采用传统时频处理方法以及提出的 GIWSA 方法处理实验信号,得到时频图,并截取基频附近的结果。图 6 为振动信号的时频处理结果。可以发现:采用 RWSTF (参数为 $\rho=0.5, \lambda=0.01$) 和 GIWSA (参数为 $\rho=0.5, \lambda=0.06$) 得到的结果可以清晰地观察到瞬时频率的周期性振荡,充分展现了碰摩信号的非线性特征,且 GIWSA 的时频聚集性

明显优于 SST 和 RWSTF。但是,由于一阶权重算子对于瞬时频率估计的不准确,导致了 RWSTF 的结果损失了原信号周期振荡的特性,难以对碰摩故障进行诊断。相较于其他方法,GIWSA 在具有高时频聚集性的同时,能清楚地保留信号瞬时频率的周期振荡特点。实验结果也验证了提出的权重算子阶数选择方法。由于碰摩信号包含高阶的正弦调频分量,故选用三阶算子比较合适,能够取得更高的时频准确性。

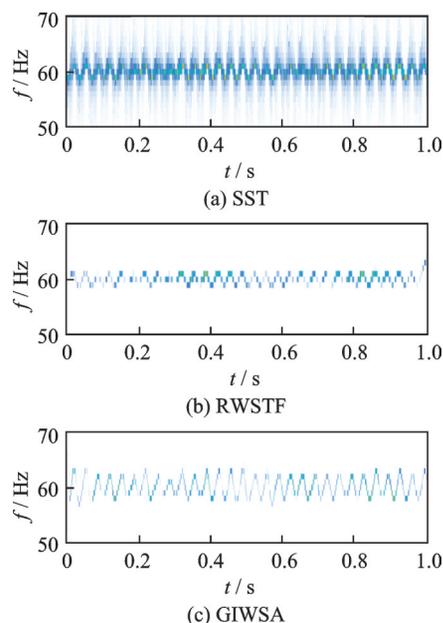


图 6 振动信号的时频处理结果

Fig.6 The TFRs of the vibration signal

根据文献[15]的方法提取图 6 (c)的瞬时频率,并计算其频谱。图 7 为 GIWSA 提取的瞬时频率及

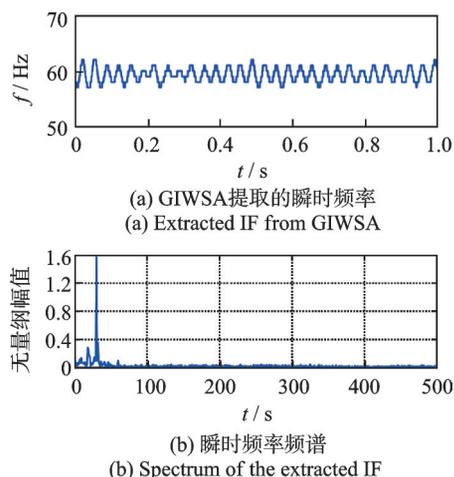


图 7 GIWSA 提取的瞬时频率及其频谱

Fig.7 The extracted IF from GIWSA and the spectrum of the extracted IF

其频谱。可以发现:瞬时频率的振荡频率为30 Hz,为工频的1/2倍频,这是由以30 Hz为频率的周期性碰摩引起的。通过分析瞬时频率的频谱结果,可以进一步认定转子系统在运转过程中存在碰摩故障,因此可以认为GIWSA能有效地进行碰摩故障诊断。

4 结束语

笔者采用广义瞬时频率估计构建权重算子,提出了广义瞬时频率加权的稀疏时频分析方法,解决了一阶权重算子对于频率快变的信号难以准确提取信号特征的问题。在利用FISTA算法进行稀疏求解时,通过软阈值的约束,保留了更为准确的信号特征信息并去除了冗余信息,从而得到更高时频聚集性和时频准确性的稀疏时频分布,利用处理多分量的仿真信号验证了方法的有效性。通过与传统时频方法的对比,说明该方法具有更高的时频聚集性和准确性。碰摩实验信号也验证了该方法可以有效地提取时频特征,并应用于碰摩故障诊断。

参 考 文 献

- [1] BOASHASH B, BLACK P. An efficient real-time implementation of the Wigner-Ville distribution [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1987, 35(11): 1611-1618.
- [2] AUGER F, FLANDRIN P. Improving the readability of time-frequency and time-scale representations by the reassignment method [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(5): 1068-1089.
- [3] DAUBECHIES I, LU J, WU H. Synchro squeezed wavelet transforms: an empirical mode decomposition-like tool [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2010, 30(2): 243-261.
- [4] CANDÈS E, ROMBERG J, TAO T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489-509.
- [5] MALLAT S, ZHANG Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993, 41(12): 3397-3415.
- [6] CANDÈS E, ROMBERG J. l1-magic: recovery of sparse signals via convex programming [EB/OL]. [2005-10-01]. <https://candes.su.domains/software/l1magic/downloads/l1magic.pdf>.
- [7] CANDÈS E, WAKIN M, BOYD S. Enhancing sparsity by reweighted ℓ_1 minimization [J]. Journal of Fourier Analysis and Applications, 2008, 14: 877-905.
- [8] PFANDER G, RAUHUT H. Sparsity in time-frequency representations [J]. Journal of Fourier Analysis and Applications, 2010, 16: 233-260.
- [9] TONG C, WANG S, SELESNICK I. Ridge-aware weighted sparse time-frequency representation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2021, 69: 136-149.
- [10] BECK A, TEOULLE M. A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems [J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2009, 2(1): 183-202.
- [11] KIM S, KOH K, LUSTIG M, et al. An interior-point method for large-scale l1-regularized least squares [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2007, 1(4): 606-617.
- [12] BARANIUK R G, FLANDRIN P, JANSSEN A J E M, et al. Measuring time-frequency information content using the Renyi entropies [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(4): 1391-1409.
- [13] AVIYENTE S, WILLIAMS W. Minimum entropy time-frequency distributions [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2005, 12(1): 37-40.
- [14] DAUBECHIES I, WANG Y G, WU H T. Concentration of frequency and time via a multi-tapered synchro squeezed transform [J]. Philosophical Transactions, Series A, Mathematical, Physical, and Engineering Sciences, 2016, 374(2065): 20150193.
- [15] IATSENKO D, MCCLINTOCK P V E, STEFANOVSKA A. Extraction of instantaneous frequencies from ridges in time-frequency representations of signals [J]. Signal Processing, 2016, 125: 290-303.



第一作者简介:包文杰,男,1991年5月生,博士。主要研究方向为机械系统故障诊断与信号处理。曾发表《参数化的短时傅里叶变换及齿轮箱故障诊断》(《振动、测试与诊断》2020年第40卷第2期)等论文。

E-mail: baowenjie@cumt.edu.cn

通信作者简介:李富才,男,1976年1月生,博士、教授。主要研究方向为机械系统故障诊断与无损检测。

E-mail: feli@sjtu.edu.cn