

# 基于 1.5 维谱 WHNR 优化 CVMD 的 滚动轴承特征增强方法\*

王晓昆<sup>1,2,3</sup>, 王航<sup>1,2,3</sup>, 邓强<sup>1,2,3</sup>, 刘诗文<sup>4</sup>, 彭敏俊<sup>1,2,3</sup>, 徐仁义<sup>1,2,3</sup>

(1. 哈尔滨工程大学核安全与仿真技术国防重点学科实验室 哈尔滨, 150001)

(2. 哈尔滨工程大学核安全与先进核能技术实验室 哈尔滨, 150001)

(3. 哈尔滨工程大学核动力装置性能与设备重点实验室 哈尔滨, 150001)

(4. 中国核工业集团中国核动力研究设计院 成都, 610213)

**摘要** 针对滚动轴承在强背景噪声下造成故障特征不易识别的问题,提出一种以 1.5 维谱加权谐噪比(weighted harmonic-to-noise ratio, 简称 WHNR)为评价指标的自适应级联变分模态分解(cascaded variational mode decomposition, 简称 CVMD)特征增强方法。首先,基于不同故障特征频率计算 1.5 维谱下的最大 WHNR 来确定 CVMD 惩罚因子及分解层数;其次,利用 1.5 维谱对分解结果解调分析,进一步抑制噪声干扰,突出故障特征,最终提高特征辨识度,实现滚动轴承的故障特征增强;最后,通过仿真信号和滚动轴承故障实验,证明了该方法在强背景噪声情况下的优良去噪能力,能够增强微弱故障特征并抑制无关分量。

**关键词** 滚动轴承;特征增强;变分模态分解;1.5 维谱;加权谐噪比

**中图分类号** TH133.3;TH17

## 引言

滚动轴承是旋转设备的核心部件,针对滚动轴承的健康状态评估具有重要的实际意义。滚动轴承故障一般包含 4 种类型(外圈、内圈、滚动体及保持架),根据不同故障类型,振动信号对应不同的故障频率。滚动轴承早期故障特征受幅频调制、噪声干扰及传递路径等影响<sup>[1]</sup>,易使微弱的故障特征被噪声淹没,大幅降低了故障诊断的准确性。因此,需要相适应的信号处理方法增强特征信息的表达,提高特征辨识度,实现故障的初步判断,更好地支持自适应诊断。

Aiswarya 等<sup>[2]</sup>针对涡轮泵滚动轴承应用快速傅里叶变换进行信号处理,提高了傅里叶变换对非平稳信号处理的适用性。Li 等<sup>[3]</sup>利用小波包变换进行信号降噪,通过改变窗函数大小提高了信号处理分辨率。陈之恒等<sup>[4]</sup>利用经验模态分解(empirical mode decomposition, 简称 EMD)实现了本征模态函数(intrinsic mode function, 简称 IMF)分解的自适应性。袁邦盛等<sup>[5]</sup>针对滚动轴承故障提出了一种最大相关峭度反褶积和自适应局部迭代滤波的方法,

增强了故障特征。Gu 等<sup>[6]</sup>针对 EMD 模态混叠问题,利用互补集合经验模态分解(complementary ensemble empirical mode decomposition, 简称 CEEMD)对原始信号进行处理,提高了特征增强能力。

随着变分模态分解(variational mode decomposition, 简称 VMD)理论的不完善,更多的学者对此展开了研究。Fan 等<sup>[7]</sup>利用 VMD 结果,通过频谱法提取故障特征。李国欣等<sup>[8]</sup>使用 Teager 能量算子对 VMD 分解后的信号进行解析,并证明此算法对故障频率有较好的检测精度。同时,针对 VMD 容易误分解及降噪不充分问题,学者们也开展了大量研究。吕明珠等<sup>[9]</sup>利用灰狼优化算法对 VMD 超参数自适应选取,并提取重构信号的包络谐噪比(envelope harmonic noise ratio, 简称 EHNR)进行故障检测。郑圆等<sup>[10]</sup>提出逐层优化 VMD 方法,增强了故障信号特征。Jiang 等<sup>[11]</sup>提出以峭度和中心频率为指标的 VMD 逐级分解策略,提高了信噪比并增强故障特征。然而,VMD 方法的自适应性及强背景噪声下的特征提取能力有待加强。在现有优化方法中,主要有采用启发式搜索算法优化超参数和逐

\* 中国核工业集团公司“青年英才计划”资助项目(KY9020021007)

收稿日期:2022-05-11;修回日期:2023-02-25

层降噪2种思路。采用启发式搜索算法进行迭代寻优,会因计算量过大影响时效性,超参数选取不当容易造成IMF误分解,导致特征提取失败。徐智<sup>[12]</sup>利用逐层降噪的方式,避免了启发式参数寻优计算量过大及误分解问题,但该方法对模态中心频率的定位要求较高,需要更加准确的评价指标筛选最优分解层数和惩罚因子。

笔者提出以1.5维谱加权谐噪比为评价指标的自适应级联变分模态分解的特征增强方法。首先,引入1.5维谱 WHNR 指标对 CVMD 的惩罚因子和分解层数进行筛选,获得最佳 IMF;其次,对最佳 IMF 进行1.5维谱解调处理,进一步抑制高斯白噪声、强化基频分量,实现滚动轴承的特征增强;最后,通过故障仿真信号及轴承实验,验证了该方法的有效性。

## 1 自适应级联变分模态分解

### 1.1 级联变分模态分解

CVMD是在VMD基础上提出的。VMD认为振动信号是由多个中心频率和有限带宽的IMF调幅调频构成,信号分解的过程是通过迭代搜索构造变分模型极值的方法来确定各个IMF的中心频率和带宽。VMD信号分解步骤如下。

首先,构造受约束的变分模型为

$$\min \left\{ \sum_k \left\| \partial(t) \left( \left( \delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) * u_k(t) \right) * e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 \right. \\ \left. \text{s.t. } \sum_k u_k = f(t) \right. \quad (1)$$

其中: $*$ 表示卷积运算; $\delta(t)$ 为单位脉冲函数; $\{u_k\} = \{u_1, u_2, \dots, u_k\}$ ,为模态函数; $\{\omega_k\} = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k\}$ ,为其中心频率。

其次,基于式(1)引入惩罚因子 $\alpha$ 和拉格朗日乘子 $\lambda(t)$ ,建立拉格朗日函数,求解变分模型的最优解。

$L(\{u_k\}, \{\omega_k\}, \lambda) =$

$$\alpha \sum_k \left\| \partial(t) \left( \left( \delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) * u_k(t) \right) * e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 + \\ \left\| f(t) - \sum_k u_k(t) \right\|_2^2 + \left\langle \lambda(t), f(t) - \sum_k u_k(t) \right\rangle \quad (2)$$

最后,通过傅里叶变换对式(2)进行时频域转换,并求解极值得到相应的模态分量 $u_k$ 和 $\omega_k$ 。

在VMD中,每个模态的带宽受分解模态数目 $K$ 和惩罚因子 $\alpha$ 的共同影响<sup>[13]</sup>。2个参数的设置会大大影响信号的降噪效果及特征保留的完整度,但是对2个参数寻找最优组合的优化策略严重影响了计算速度,并容易使信号误分解。因此,笔者基于CVMD通过逐层降噪的方法获取最佳IMF。

CVMD的中心思想是将每一层的分解模态数目 $K$ 设置为1,确定一个共振中心频率,通过惩罚因子 $\alpha$ 调整IMF的带宽,并基于特定指标控制其分解层数,确定最佳IMF,具体步骤如下。

1) 确定CVMD的分解层数。设置每一层分解个数 $K$ 为1,并利用VMD进行分解,获得1个IMF和1个余项,之后将上一级的IMF作为下一级分解输入,通过1.5维谱 WHNR 控制分解层数,获得最大WHNR下所对应的最佳IMF。此方法可以避免无意义模态产生,同时也不会将故障分量分解到不同模态中。

2) 对每一层分解的惩罚因子 $\alpha$ 以1.5维谱 WHNR 为目标进行多尺度优化。先在1000的尺度跨度下进行寻优,在最优区间内选择尺度跨度为100的区间继续寻找最优区间,以此类推选取最佳惩罚因子 $\alpha$ 。此优化策略可以减少计算成本,提高信号处理的效率。

3) 基于步骤1中对应的分解层数,结合步骤2每一层确定的惩罚因子 $\alpha$ 对原始信号进行分解,获取最佳IMF,并基于1.5维谱解调处理,通过频域信息与理论故障频率相互对比,确定故障类型及位置,实现滚动轴承的初步诊断。

### 1.2 1.5维谱加权谐噪比

1.5维谱 WHNR 是指对数据样本做1.5维谱解调分析<sup>[14]</sup>后加权谐波能量与噪声总能量的比值,其不仅能充分反映故障的周期性冲击特点,而且通过对边缘频带加权计算提高了指标的鲁棒性。作为评价指标,1.5维谱 WHNR 能提高 CVMD 的中心频率定位的准确率,具体计算方法如下。

随机非平稳信号 $x(t)$ 的三阶累积量 $Q_{3r}(\tau_1, \tau_2)$ 为

$$Q_{3r}(\tau_1, \tau_2) = E\{x(t)x(t+\tau_1)x(t+\tau_2)\} \quad (3)$$

其中: $E$ 为数学期望; $\tau_1, \tau_2$ 为不同的时间延迟。

取 $\tau_1 = \tau_2 = \tau$ ,得到三阶累积量的主对角切片为

$$Q_{3r}(\tau, \tau) = E\{x(t)x(t+\tau)x(t+\tau)\} \quad (4)$$

1.5 维谱定义为对角切片  $Q_{3x}(\tau, \tau)$  的 1 维傅里叶变换, 即

$$B(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} Q_{3x}(\tau, \tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (5)$$

其中:  $B(f)$  为  $x(t)$  的 1.5 维谱。

计算  $B(f)$  的自相关函数, 其公式为

$$r_B(\gamma) = \int_{-\infty}^{+\infty} B(f) B(f + \gamma) df \quad (6)$$

其中:  $\gamma$  为 1.5 维谱自相关函数的频率滞后量。

为获得 1.5 维谱中故障频率  $f_a$  下的谐噪比值, 定义  $HNR(f_a)$  为

$$HNR(f_a) = 10 \log \frac{r_B(f_a)}{r_B(0) - r_B(f_a)} \quad (7)$$

其中:  $f_a$  为故障频率;  $r_B(f_a)$  为频率滞后量  $f_a$  对应的幅值;  $r_B(0)$  为 1.5 维谱总能量。

为增强指标鲁棒性, 基于式 (7) 提出加权谐噪比, 计算公式为

$$WHNR(f_a) = \sum_{f_a = f_a - T}^{f_a + T} HNR(f_a) \quad (8)$$

其中:  $WHNR(f_a)$  为故障频率  $f_a$  下的加权谐噪比;  $T$  为加权因子, 用于考虑故障频率边缘频带的 WHNR 值。

根据文献 [14] 可知, 1.5 维谱具有增强故障基频、抑制高斯白噪声的性质。因此, 在 1.5 维谱基础上计算谐噪比能降低噪声对评价指标的影响, 充分表征故障的周期性冲击特征。由于滚动轴承实际运行中的特征频率与理论故障频率出现微弱漂移<sup>[15]</sup>, 若直接使用理论故障频率对应的谐噪比指标评价分解结果, 可能会导致误分解, 因此笔者对故障频率与边缘频率下的谐噪比进行加权计算, 抵消特征频率的微弱漂移, 增强指标鲁棒性, 同时提高 CVMD 的中心频率定位准确率。

## 2 方法流程

针对滚动轴承故障信号具有周期性冲击的特点, 利用改进 CVMD 的信号处理方法增强故障特征, 抑制噪声干扰。首先, 计算滚动轴承各个故障模式下的故障频率; 其次, 利用 CVMD 将原始信号进行分解, 通过 1.5 维谱下的 WHNR 确定分解层数及惩罚因子, 并选取最大 WHNR 对应的分解结果为最优 IMF; 最后, 基于最佳 IMF 进行 1.5 维谱解调分析, 获取故障特征。图 1 为滚动轴承故障特征增强流程图。

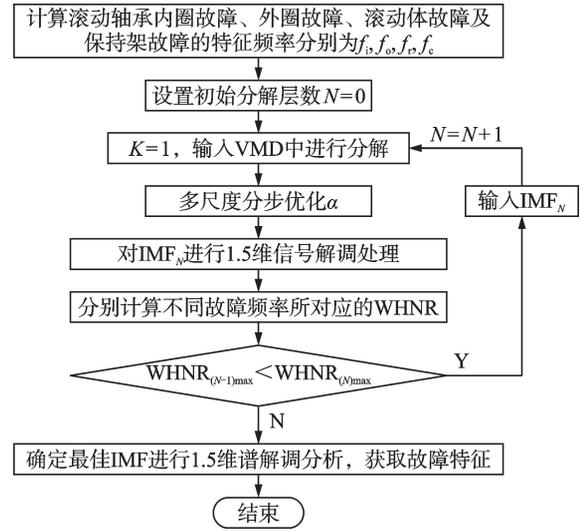


图 1 滚动轴承故障特征增强流程图

Fig.1 Rolling bearing fault feature enhancement flowchart

## 3 仿真信号分析

通过滚动轴承内圈故障仿真信号对笔者所提出方法进行分析, 构建仿真信号为

$$\begin{cases} x(t) = s(t) + n(t) = \sum_i A_i h(t - iT) + n(t) \\ h(t) = \exp(-Ct) \cos(2\pi f_n t) \\ A_i = 1 + A_0 \cos(2\pi f_r t) \end{cases} \quad (9)$$

其中:  $s(t)$  为周期性冲击成分; 幅值  $A_0$  为 2; 转频  $f_r$  设为 30 Hz; 衰减系数  $C$  为 2 300; 共振频率  $f_n$  为 5 kHz; 模拟滚动轴承内圈故障特征频率  $f_i = 1/T = 105$  Hz; 采样频率为 20 kHz, 采样时长为 1 s;  $n(t)$  为高斯白噪声。

故障仿真信号如图 2 所示。从图 2(b) 看到, 5 kHz 有共振频带。加入信噪比为 -14 dB 的噪声信号来模拟强噪声干扰下的轴承故障信号。可以看到, 图 2(c) 中的故障脉冲和图 2(d) 中的共振频带 (5 kHz 附近) 几乎被噪声掩盖, 在图 2(e) 中几乎未找到转频、故障频率及其谐波。

利用本研究方法对滚动轴承内圈故障仿真信号进行分析。为了验证 1.5 维谱 WHNR 优于其他传统指标, 笔者将分别利用峭度、EHNR 以及笔者构建的指标对 CVMD 进行优化, 上述指标均为无量纲单位。不同指标优化 CVMD 结果如表 1 所示。图 3 为仿真信号 CVMD 第 2 层分解结果。

从表 1 看出, 峭度指标和 EHNR 在分解层数为 2 时最大, 提取第 2 层分解结果并进行平方包络谱和 1.5 维谱分析, 虽然能够找到转频  $f_r$  和故障频率  $f_i$ , 但

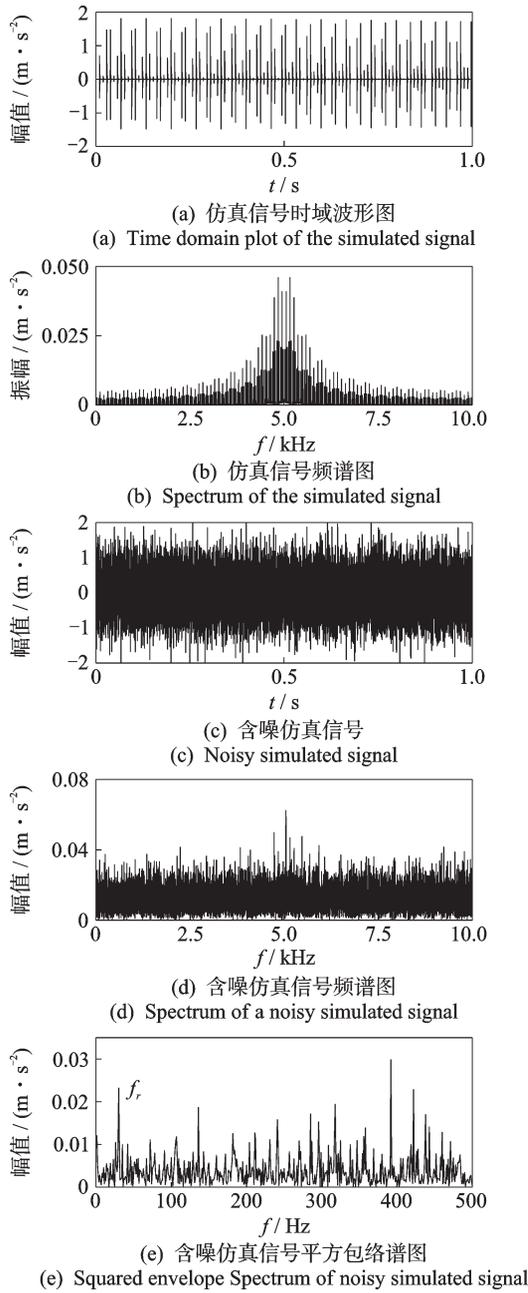


图 2 故障仿真信号

Fig.2 Fault simulation signal

表 1 不同指标优化 CVMD 结果

Tab.1 Optimizing CVMD results by different indicators

指标	分解层数			
	1	2	3	4
峭度	4.406	4.602	4.596	4.535
EHNR	6.482	6.561	6.324	6.221
1.5 维谱 WHNR	2.596	5.348	6.471	4.687

干扰频率过多且降噪不充分,对故障诊断准确率影响很大。上述指标对于每一层分解的计算结果相差不大,说明该指标对故障特征的敏感性较差。

1.5 维谱 WHNR 在分解层数为 3 时达到最大,提取 CVMD 第 3 层的分解结果进行解调分析。图 4

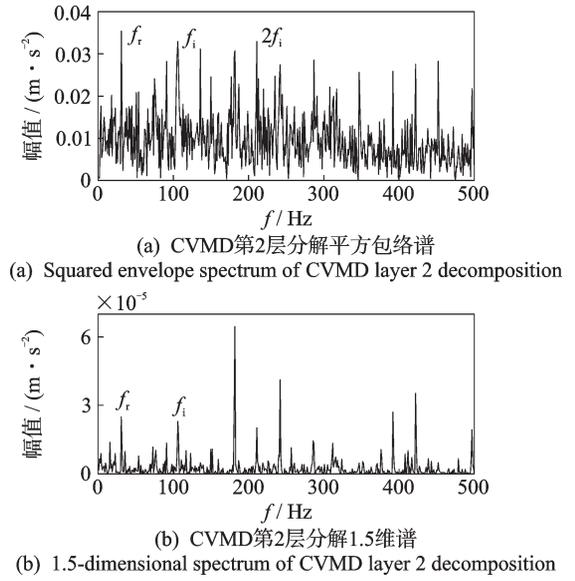


图 3 仿真信号 CVMD 第 2 层分解结果

Fig.3 Simulation signal CVMD layer 2 decomposition results

为仿真信号 CVMD 第 3 层分解结果。可以看出,故障特征明显增强,故障频率及其谐波成分明显突出,且 1.5 维谱进一步抑制了噪声干扰。这说明笔者构建的指标更能反映特征增强的效果,表 1 在每一层分解结果中指标相差较大,也说明该指标对故障特征表达的敏感性更好。

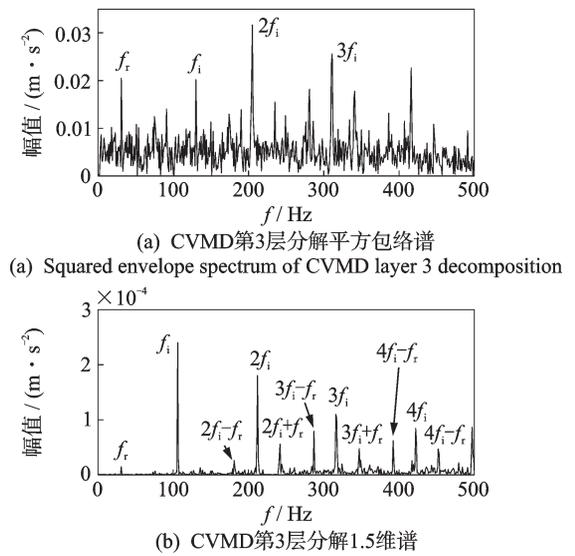


图 4 仿真信号 CVMD 第 3 层分解结果

Fig.4 Simulation signal CVMD layer 3 decomposition results

为了进一步验证本研究方法的优势,分别选择基于最大峭度和 EHNR 优化 CEEMD 以及基于最大峭度优化 VMD 的方法与笔者所提方法进行比较。

以峭度和 EHNR 作为评价指标优化 CEEMD

的处理结果。图 5 为仿真信号-峭度、包络谱噪比优化 CEEMD 分析结果。从图 5(a) 可以看出, CEEMD 共分解得到 9 个 IMF, IMF<sub>2</sub> 的峭度及 EHNR 的值最大, 故确定 IMF<sub>2</sub> 为最优分量, 对其进行解调处理, 结果如图 5(b), (c) 所示。该分量的平方包络谱和 1.5 维谱很难找到特征频率谱线, 没有达到增强故障特征的目的。

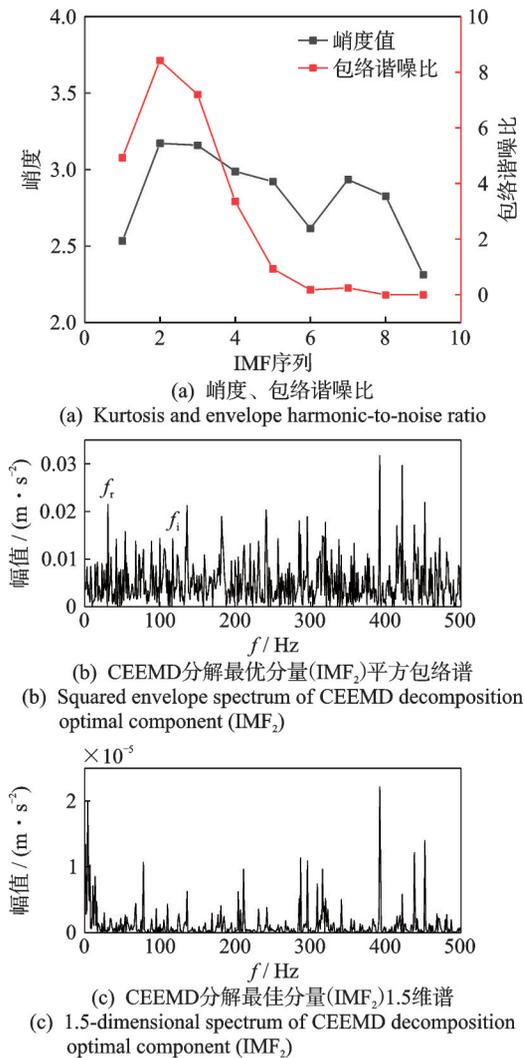


图 5 仿真信号-峭度、包络谱噪比优化 CEEMD 分析结果  
Fig.5 Simulation signal-kurtosis optimization CEEMD analysis results

图 6 为仿真信号-峭度优化 VMD 分析结果。可以看出, 当模态分量个数为 3 时, IMF<sub>3</sub> 为最优分量, 图 6(b), (c) 为对 IMF<sub>3</sub> 进行平方包络谱和 1.5 维谱分析结果。相较于 CEEMD, 该方法虽然能够提取到特征频率, 但主要体现了转频, 掩盖了故障特征频率及其谐波。综上所述, 本研究方法在故障特征增强方面具有一定的优越性。

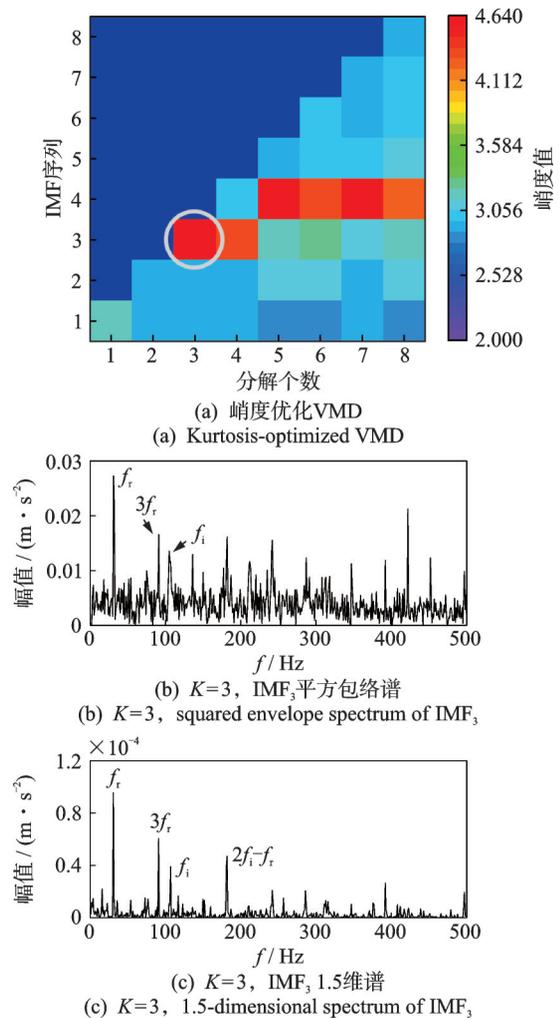


图 6 仿真信号-峭度优化 VMD 分析结果  
Fig.6 Simulation signal-kurtosis optimization VMD analysis results

## 4 实验

为模拟强背景噪声信号, 笔者在美国凯斯西储大学电气工程实验室的滚动轴承故障数据基础上加入白噪声信号增强噪声干扰, 以凸显本研究方法在特征增强方面的优势。该数据集共有轴承内圈、外圈、滚动体 3 种故障模式下的故障数据。滚动轴承结构参数如表 2 所示。故障类型为电火花加工的单个损伤, 利用加速度传感器采集振动信号。笔者采用的数据为驱动端轴承故障信号, 损伤直径为 0.177 8 mm, 电机转频为 30 Hz, 采样频率为 12 kHz。表 3 为故障特征频率。

笔者选用轴承内圈故障数据进行验证。为适应强背景噪声的特点, 在原始信号中加入 -10 dB 的白噪声。内圈故障加噪实验数据如图 7 所示。可以看出, 转频及特征频率的谱线均不明显, 被淹没在强背景噪声中。

表 2 滚动轴承结构参数

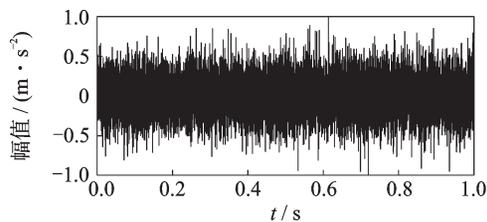
Tab.2 Rolling bearing structure parameters

型号	滚动体 个数	内圈	外圈	滚动体
		直径/ mm	直径/ mm	直径/ mm
6205-2RS JEM SKF	9	25	52	7.94

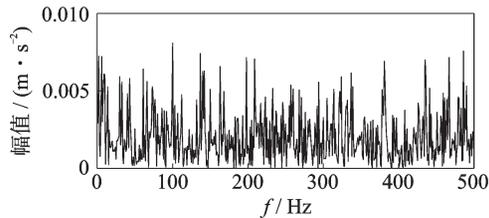
表 3 故障特征频率(转频为 30 Hz)

Tab.3 Fault characteristic frequency (rotation frequency is 30 Hz)

故障类型	内圈 故障	外圈 故障	保持架 故障	滚动体 故障
$f/\text{Hz}$	162.46	107.54	11.78	141.41



(a) 内圈加噪后振动信号时域波形  
(a) Time-domain diagram of the experimental data of the inner ring fault with noise



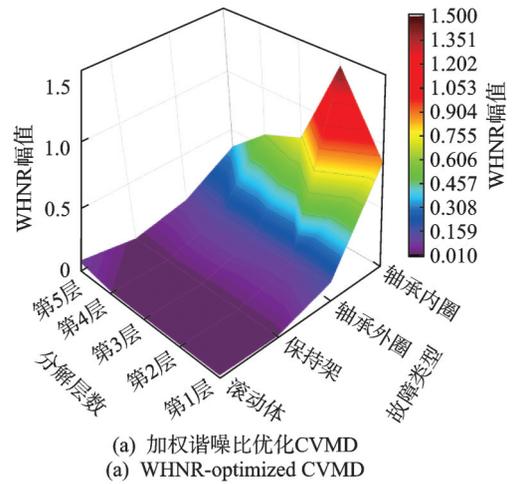
(b) 内圈故障加噪实验数据平方包络谱  
(b) Squared envelope spectrum of the inner ring fault with noise

图 7 内圈故障加噪实验数据

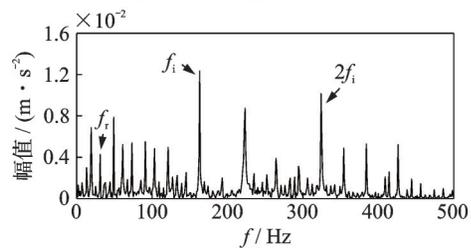
Fig.7 Experimental data of noise addition to inner ring fault

利用本研究方法对加噪内圈故障信号进行分析,WHNR 优化 CVMD 的轴承内圈故障分析结果如图 8 所示。可以看出,在分解层数为 2 时,轴承内圈故障 WHNR 最大,选取第 2 层及其最佳惩罚因子  $\alpha$  的分解结果进行解调分析。在平方包络谱中能够看到旋转频率、内圈故障频率及其谐波成分,但噪声干扰较大,信号之间的相互调制也很明显,但 1.5 维谱有效抑制了噪声信号,只留下了  $f_i$  及其二倍频。结果证明,本研究方法能够抑制噪声及信号调制干扰,增强故障特征。

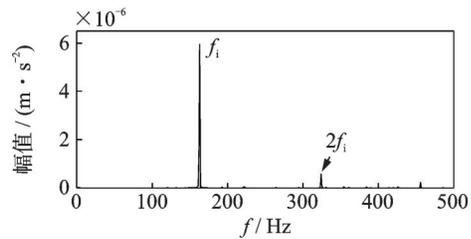
轴承内圈故障-峭度、包络谱噪比优化 CEEMD 分析结果如图 9 所示。从图 9(a)看到,CEEMD 共分解得到 10 个 IMF,以峭度和 EHNr 为指标,分别选取 IMF<sub>1</sub> 和 IMF<sub>2</sub> 作为最佳分量,对 IMF<sub>1</sub> 和 IMF<sub>2</sub> 分



(a) 加权谱噪比优化 CVMD  
(a) WHNR-optimized CVMD



(b) 第 2 层分解结果平方包络谱  
(b) Squared envelope spectrum of the second layer decomposition result

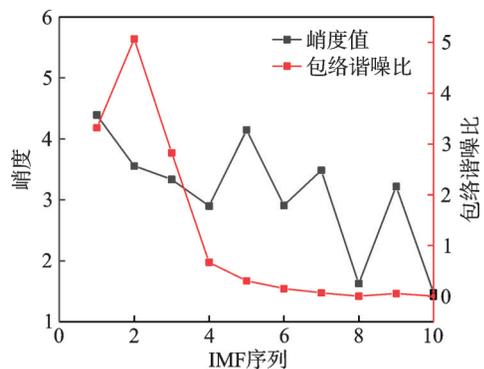


(c) 第 2 层分解结果 1.5 维谱  
(c) 1.5-dimensional spectrum of the second layer decomposition result

图 8 WHNR 优化 CVMD 的轴承内圈故障分析结果

Fig.8 WHNR-optimized CVMD bearing inner ring fault analysis results

别进行包络分析和 1.5 维谱解调分析。可见,在 IMF<sub>1</sub> 平方包络谱和 1.5 维谱中,虽然找到了故障频率谱线,但幅值太小,受其他干扰频率较多,没能有效抑制噪声干扰,而 IMF<sub>2</sub> 特征提取失败。



(a) 峭度、包络谱噪比  
(a) Kurtosis and envelope harmonic-to-noise ratio

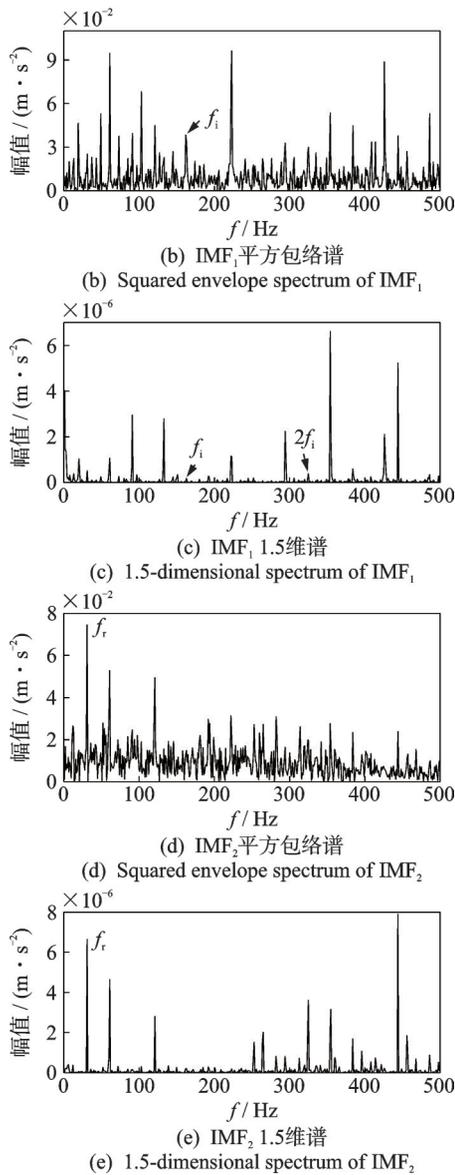
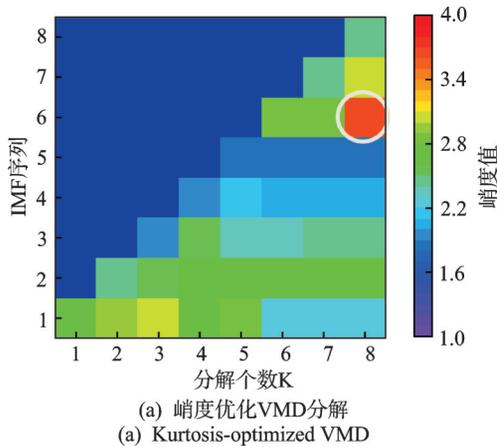


图9 轴承内圈故障-峭度、包络谐波比优化CEEMD分析结果  
Fig.9 CEEMD analysis results of bearing inner ring fault-kurtosis and envelope harmonic-to-noise ratio optimization

图 10 为轴承内圈故障-峭度优化 VMD 分析结果。当  $K=8$  时,  $IMF_6$  的峭度值最大, 对  $IMF_6$  的包



(a) 峭度优化VMD分解  
(a) Kurtosis-optimized VMD

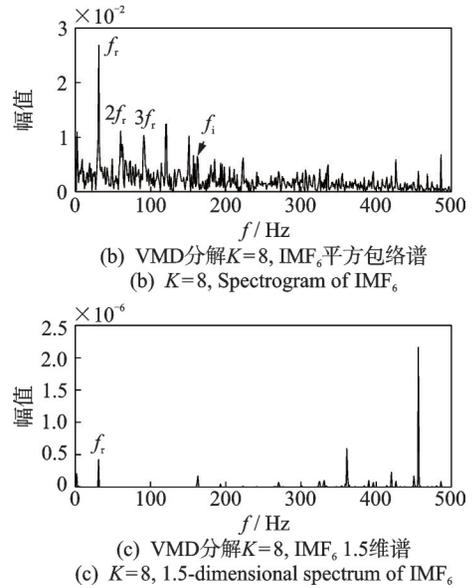


图 10 轴承内圈故障-峭度优化 VMD 分析结果

Fig.10 Bearing inner ring fault-kurtosis optimization VMD analysis results

络分析和 1.5 维谱解调分析如图 10(b), (c) 所示。能够看到, 在平方包络谱和 1.5 维谱中, 故障频率被噪声信号掩盖, 无法充分体现故障特征。

经过上述方法对比分析发现, 本研究方法在滚动轴承故障的类型识别、信号降噪及特征增强方面具有一定的优势。

### 5 结束语

滚动轴承信号由于实际运行中的背景噪声及调制影响, 导致故障特征难以提取。CVMD 虽然在一定程度上能够实现振动信号的深层降噪和特征增强, 但该方法容易出现中心频率误定位, 需要更有效的指标控制分解层数及惩罚因子。峭度指标对脉冲信号的冲击性特征有较强的敏感性, 但忽视了对故障信号周期性的评价。EHNR 利用信号包络的周期性在一定程度上解决了这一问题, 但该指标易受噪声及故障频率微弱漂移的影响, 鲁棒性较差。1.5 维谱 WHNR 指标不仅考虑了故障频率的周期性冲击, 也通过对故障频率的边频加权计算提高了指标的鲁棒性。笔者提出基于 1.5 维谱 WHNR 优化 CVMD 的特征增强方法, 并结合 1.5 维谱进行特征提取。在此基础上, 利用滚动轴承故障仿真数据、实验条件下加噪处理后的内圈故障数据进行验证, 并与多种方法进行对比分析, 结果证明了笔者所提指标及方法在抑制噪声干扰、增强故障特征等方面具有优势。

## 参 考 文 献

- [1] 丁康,陈健林,苏向荣. 平稳和非平稳振动信号的若干处理方法及发展[J]. 振动工程学报, 2003, 16(1): 1-10.  
DING Kang, CHEN Jianlin, SU Xiangrong. Several processing methods and development of stationary and non-stationary vibration signals[J]. Journal of Vibration Engineering, 2003, 16(1): 1-10. (in Chinese)
- [2] AISWARYA N, PRIYADHARSINI S S, MONI K S. An efficient approach for the diagnosis of faults in turbo pump of liquid rocket engine by employing FFT and time-domain features [J]. Australian Journal of Mechanical Engineering, 2018, 16(3): 163-172.
- [3] LI Y, SHEN H, GAO Y. Fault detection method based on SVD and WPD[J]. Application of Electronic Technique, 2018, 44(3): 56-59.
- [4] 陈之恒,宋冬利,张卫华,等. 基于EMD及改进 PSO-BP 的电机轴承故障诊断[J]. 测控技术, 2020, 39(11): 33-38.  
CHEN Zhiheng, SONG Dongli, ZHANG Weihua, et al. Motor bearing fault diagnosis based on EMD and improved PSO-BP [J]. Measurement and Control Technology, 2020, 39(11): 33-38. (in Chinese)
- [5] 袁邦盛,肖涵,易灿灿. 自适应 MCKD 和 ALIF 的滚动轴承早期故障诊断[J]. 机械设计与制造, 2022, 37(4): 77-82.  
YUAN Bangsheng, XIAO Han, YI Cancan. Early fault diagnosis of rolling bearing based on adaptive MCKD and ALIF [J]. Mechanical Design and Manufacturing, 2022, 37(4): 77-82. (in Chinese)
- [6] GU J, PENG Y. An improved complementary ensemble empirical mode decomposition method and its application in rolling bearing fault diagnosis[J]. Digital Signal Processing, 2021, 113: 103050.
- [7] FAN H, YANG Y, MA H, et al. Root crack identification of sun gear in planetary gear system combining fault dynamics with VMD algorithm[J]. Shock and Vibration, 2021, 2021: 5561417.
- [8] 李国欣,费骏韬,朱堂宇,等. 基于自适应变分模态分解的谐波检测算法[J]. 供用电, 2021, 38(11): 1-8, 13.  
LI Guoxin, FEI Juntao, ZHU Tangyu, et al. Harmonic detection algorithm based on adaptive variational mode decomposition [J]. Power Supply, 2021, 38(11): 1-8, 13. (in Chinese)
- [9] 吕明珠,刘世勋,苏晓明,等. 基于自适应 VMD 和包络谐波比的滚动轴承早期退化检测[J]. 振动与冲击, 2021, 40(13): 271-280.  
LÜ Mingzhu, LIU Shixun, SU Xiaoming, et al. Early degradation detection of rolling bearing based on adaptive VMD and envelope harmonic-noise ratio [J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(13): 271-280. (in Chinese)
- [10] 郑圆,胡建中,贾民平,等. 一种基于参数优化变分模态分解的滚动轴承故障特征提取方法[J]. 振动与冲击, 2020, 39(21): 195-202.  
ZHENG Yuan, HU Jianzhong, JIA Minping, et al. A method for extracting fault features of rolling bearings based on parameter optimization variational modal decomposition [J]. Journal of Vibration and Shock, 2020, 39(21): 195-202. (in Chinese)
- [11] JIANG X X, WANG J, SHI J J, et al. A coarse-to-fine decomposing strategy of VMD for extraction of weak repetitive transients in fault diagnosis of rotating machines[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 116: 668-692.
- [12] 徐智. 基于解卷积级联变分模态分解的滚动轴承微弱故障特征增强[D]. 北京:北京化工大学, 2020.
- [13] 方军强. 基于变分模态分解的船用齿轮箱故障诊断研究[D]. 武汉:武汉理工大学, 2017.
- [14] 胡爱军,白泽瑞,赵军. 参数优化 VMD 结合 1.5 维谱的滚动轴承复合故障特征分离方法[J]. 振动与冲击, 2020, 39(11): 45-52, 62.  
HU Aijun, BAI Zerui, ZHAO Jun. Parameter optimization VMD combined with 1.5 dimensional spectrum combined fault feature separation method for rolling bearing [J]. Journal of Vibration and Shock, 2020, 39(11): 45-52, 62. (in Chinese)
- [15] 孙显彬,谭继文,文妍. 滚动轴承故障特征频率实验改变与间谐波倍频误差机理研究[J]. 机械传动, 2016, 40(5): 24-29.  
SUN Xianbin, TAN Jiwen, WEN Yan. Study on the mechanism of experimental change of characteristic frequency of rolling bearing fault and interharmonic frequency doubling error [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2016, 40(5): 24-29. (in Chinese)



**第一作者简介:**王晓昆,男,1997年9月生,硕士生。主要研究方向为旋转机械信号处理与特征提取,机械故障诊断等。  
E-mail:wzk18856363498@163.com

**通信作者简介:**王航,男,1990年3月生,博士、副教授。主要研究方向为核安全与仿真。  
E-mail:heuwanghang@hrbeu.edu.cn