DOI:10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2025.01.016

基于RBF反步滑模的多柔性梁耦合系统振动控制*

邱志成， 杨 阳
（华南理工大学机械与汽车工程学院 广州，510641）

摘要 针对多柔性梁耦合系统的振动特性以及主动控制问题，设计并建立了实验平台。为了得到准确的模型，提出了一种基于小波变换和灰狼寻优算法的实验辨识方法，对有限元模型进行修正。为实现振动快速抑制，设计了基于最小参数学习法的径向基网络反步滑模控制（radial basis function network backstepping slide mode control，简称 RBF-BSSMC）算法。实验结果表明，相比于比例微分（proportional-derivative，简称 PD）控制，RBF-BSSMC 算法可以实现快速振动抑制，特别是小幅值振动。

关键词 多柔性梁耦合系统；主动振动控制；径向基网络；反步滑模控制
中图分类号 TH113.1

引 言

太阳帆是利用太阳辐射压力的推进装置[1]，航天器的太阳帆板和柔性天线为柔性多体结构，由于在工作过程中不可避免地会产生多柔性体耦合振动，影响工作精度以及航天器使用寿命，故需要对振动抑制进行研究。

关于主动控制算法方面，Williams 等[2]研究了柔性臂的振动 PD 控制。Kater 等[3]设计了前馈控制算法，对多耦合柔性梁系统进行轨迹规划和跟踪控制。Ghorbani 等[4]针对旋转双柔性梁的振动控制，设计了自适应快速终端滑模控制。康建云等[5]设计了模糊控制算法来补偿压电柔性臂系统中的不确定性以及非线性。径向基（radial basis function，简称 RBF）网络具有很好的局部逼近能力。Hu 等[6]采用 RBF 网络对单柔性梁系统进行局部不确定逼近，设计了自适应控制律进行单柔性臂振动抑制。Chen 等[7]研究了 RBF 网络补偿机器人非线性以及不确定性。Wang 等[8]设计了一种柔性臂的自适应 RBF 容错振动控制算法。

RBF-BSSMC 算法利用 RBF 网络逼近系统不确定性与干扰，采用神经网络最小参数学习法解决 RBF 网络实时更新的问题[9]，通过反步滑模与李亚普诺夫函数稳定性推导出控制律，可对振动快速抑制。RBF-BSSMC 算法的非线性特性避免了对小幅值控制力不足的问题，通过自适应参数学习，解决了滑模控制的抖振与神经网络学习的实时性问题。

笔者针对多柔性梁耦合系统，设计并搭建了四柔性梁耦合系统实验平台，提出了一种实验辨识方法并对建立的有限元模型进行修正，获得准确的模型参数，设计了 RBF-BSSMC 算法，进行了多柔性梁耦合系统振动控制实验研究。

1 实验系统描述及建模

1.1 系统描述

多柔性梁耦合系统的实验平台如图 1 所示，由 4 根压电柔性梁组成，相邻柔性梁之间通过 2 根拉伸弹簧连接，激励后会产生多柔性体的耦合振动。每根梁的根部粘贴 1 个压电传感片和 4 个压电驱动片，柔性梁每面安装 2 个压电驱动片，双面对称安装，组

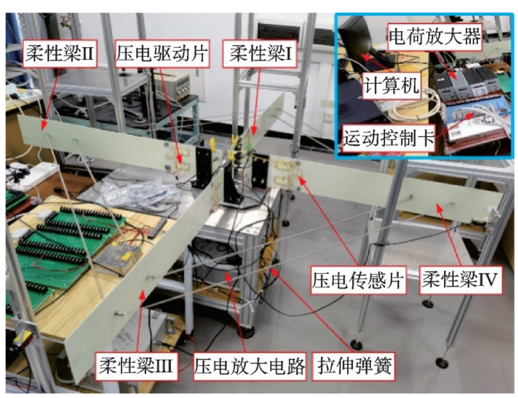


图 1 实验平台

Fig.1 The experiment platform

* 国家自然科学基金资助项目（52175093）；广东省基础与应用基础研究基金资助项目（2024A1515012070）
收稿日期：2022-05-16；修回日期：2022-06-27

成一路压电驱动器。压电传感片检测振动信号经电荷放大器放大,通过运动控制卡A/D转换后输入到计算机,计算机运行控制算法输出控制信号,经D/A转换后通过压电放大电路作用于压电驱动片进行振动抑制。运动控制卡型号为固高GTS-800-PV-PCI,电荷放大器型号为YE5850,压电放大电路放大后作用于压电驱动片上的电压范围为$-150\sim150$ V。采样频率设为100 Hz。柔性梁和压电陶瓷片的尺寸参数与特性参数如表1,2所示。拉伸弹簧原长为300 mm,内侧弹簧拉伸后的长度为850 mm,刚度为0.4~0.6 N/m,外侧弹簧拉伸后的长度为1 050 mm,刚度为0.2~0.4 N/m。

表1　柔性梁和压电陶瓷片的尺寸参数

Tab.1　Dimensional parameters of beams and PZT

尺寸/mm	柔性梁	PZT传感片	PZT驱动片
长度	910	40	60
宽度	150	10	25
厚度	2	2	2

表2　柔性梁和压电陶瓷片的特性参数

Tab.2　Material parameters of beams and PZT

材料特性	柔性梁	压电陶瓷
$\rho/(\mathrm{kg\cdot m^{-3}})$	1 980	7 650
弹性模量/GPa	26.3	63
泊松比	0.33	0.3
介电常数/$(\mathrm{m\cdot V^{-1}})$	—	-166×10^{-12}

1.2　系统建模

通过有限元法建立系统模型[10]为

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{\Lambda}}+\boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{\Lambda}}+\boldsymbol{K}\boldsymbol{\Lambda}=\boldsymbol{F}_{\mathrm{u}}+\boldsymbol{F}_{\mathrm{f}} \tag{1}$$

其中:$\boldsymbol{M},\boldsymbol{C},\boldsymbol{K}$分别为系统整体的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵;$\boldsymbol{F}_{\mathrm{u}}=\boldsymbol{K}_{\mathrm{p}}\boldsymbol{V}_a$为压电控制力矢量;$\boldsymbol{K}_{\mathrm{p}}$为控制系数矩阵;$\boldsymbol{V}_a$为控制电压矢量;$\boldsymbol{F}_{\mathrm{f}}$为外部激励力矢量;$\boldsymbol{\Lambda}$为整个系统的位移矢量;$\dot{\boldsymbol{\Lambda}}$和$\ddot{\boldsymbol{\Lambda}}$为$\boldsymbol{\Lambda}$对时间的一阶导数和二阶导数。

令$\boldsymbol{\Lambda}=\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\xi}$,$\boldsymbol{\Psi}$为模态矩阵,$\boldsymbol{\xi}$为模态坐标,则

$$\begin{cases}\dot{X}=GX+HU\\ Y=ZX\end{cases} \tag{2}$$

其中:$X=[\xi,\dot{\xi}]^{\mathrm{T}}$为状态向量;$G=\begin{bmatrix}0 & I\\ -\tilde{M}^{-1}\tilde{K} & -\tilde{M}^{-1}\tilde{C}\end{bmatrix}$为状态矩阵;$H=\begin{bmatrix}0\\ \tilde{M}^{-1}\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{K}_{\mathrm{p}}\end{bmatrix}$为控制力系数矩阵;$Z=[\tilde{Z}\quad 0]=[L\boldsymbol{\Psi}\quad 0]$为压电观测矩阵;$L$为压电传感系数矩阵;$\tilde{M}=\boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\Psi}$;$\tilde{K}=\boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}\boldsymbol{\Psi}$;$\tilde{C}=\boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\boldsymbol{\Psi}$。

2　系统辨识

由于实验平台结构和参数的不完全对称性,有限元模型与实际模型不一致,故需通过实验参数辨识获取更为精准的系统模型来设计控制算法。

2.1　状态矩阵辨识

由于四柔性梁耦合系统前4阶低频模态容易被激励且自由衰减慢,高阶模态难以激励且自由衰减快,因此笔者对前4阶振动模态进行抑制。

前4阶模态的自由响应信号[11]为

$$T(t)=\sum_{i=1}^{4}B_i\mathrm{e}^{-\zeta_i w_{\mathrm{n}i}t}\cos(w_{\mathrm{d}i}t+\varphi_i) \tag{3}$$

其中:B为对应模态的幅值;ζ为对应模态的阻尼比;$w_{\mathrm{n}}=2\pi f_n$为对应模态的无阻尼固有圆频率;$w_{\mathrm{d}}=w_{\mathrm{n}}\sqrt{1-\zeta^2}$为对应模态的有阻尼固有圆频率;$\varphi$为对应模态相位角。

采用小波变换方法得到前4阶模态的无阻尼固有圆频率、固有频率和阻尼比[11],即

$$\begin{cases}w_{\mathrm{n}i}=\sqrt{k_1^2+k_2^2}\\ f_{\mathrm{n}i}=w_{\mathrm{n}i}/2\pi\\ \zeta_i=k_1/w_{\mathrm{n}i}\end{cases} \tag{4}$$

其中:$k_1=\dfrac{\mathrm{d}(\ln|W_\psi(a_i,b)|)}{\mathrm{d}b}$;$k_2=\dfrac{\mathrm{d}(W_\psi(a_i,b))}{\mathrm{d}b}$;$W_\psi(a_i,b)$为小波变换函数。

系统的状态矩阵为

$$\boldsymbol{G}=\begin{bmatrix}0 & \boldsymbol{I}\\ \boldsymbol{G}_1 & \boldsymbol{G}_2\end{bmatrix} \tag{5}$$

其中:$\boldsymbol{G}_1=\mathrm{diag}(-w_{n1}^2,-w_{n2}^2,-w_{n3}^2,-w_{n4}^2)$;$\boldsymbol{G}_2=\mathrm{diag}(-2w_{n1}\zeta_1,-2w_{n2}\zeta_2,-2w_{n3}\zeta_3,-2w_{n4}\zeta_4)$;

2.2　观测矩阵辨识

在获得系统各阶模态的无阻尼固有圆频率w_{n}和阻尼比ζ情况下,通过灰狼寻优算法获得每根柔性梁振动信号$f^{(j)}(t)$中的$\bar{Z}_{ji}=Z_{ji}B_i$和相位角φ_i,来拟合实验采集到的自由振动信号。

拟合的单根柔性梁自由振动信号为

$$\hat{T}^{(j)}(t)=\sum_{i=1}^{4}\hat{Z}_{ji}\mathrm{e}^{-\zeta_i w_{\mathrm{n}i}t}\cos(w_{\mathrm{d}i}t+\hat{\varphi}_i) \tag{6}$$

系统各阶模态幅值大小B_i和相位角φ_i为恒定值,最终得到由$\bar{Z}_{ji}$组成的一个4×4的矩阵

$$\bar{Z}=[\bar{Z}_1B_1,\bar{Z}_2B_2,\bar{Z}_3B_3,\bar{Z}_4B_4]\quad(\bar{Z}\in R^{4\times4}) \tag{7}$$

其中:$\bar{Z}_i=[\bar{Z}_{1i},\bar{Z}_{2i},\bar{Z}_{3i},\bar{Z}_{4i}]^{\mathrm{T}}$,$\bar{Z}_i\in R^{4\times1}$。

压电观测矩阵$\tilde{Z}$和$\bar{Z}$之间为一个常数比例关系，将系统的模态坐标进行同比例缩放后，可将$\bar{Z}$直接作为观测矩阵。

2.3 控制力系数矩阵辨识

多柔性梁耦合系统的控制力系数矩阵$H\in R^{4\times 4}$，通常使用小增益PD控制实验对16个参数进行辨识。在仿真和实验环境中使用相同的滤波器和控制参数，在相同的初始状态下，修正仿真模型的控制力系数矩阵将仿真模型的振动响应曲线拟合实验模型的振动响应曲线。分别进行单根梁小增益PD控制实验，每次辨识单根梁对前4阶模态的控制力系数，对应控制力系数矩阵H中每一列的4个参数，通过灰狼参数寻优算法寻找拟合效果最好的参数。辨识控制控制力系数流程如图2所示。

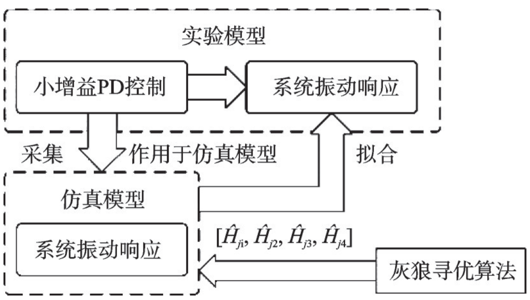


图2 辨识控制控制力系数流程

Fig.2 Flow chart of identifying control force coefficient

3 控制算法设计

经过小波分析发现，系统各阶模态的阻尼受振动幅值的影响较大，系统的状态矩阵G处于动态变化中。针对这种情况，系统模型可表示为

$$\begin{cases}\dot{x}_1=x_2\\ \dot{x}_2=f(x_1,x_2)+b(u-\delta)+d\end{cases}\tag{8}$$

其中：$x_1,x_2\in R^{4\times 1}$分别为4根柔性梁的振动位移和速度；$f(x_1,x_2)$为模型不确定部分；$b=\hat{Z}\hat{H}\sigma$为基于压电输出的控制力系数矩阵；$\sigma=\mathrm{diag}(\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3,\sigma_4)$为对应柔性梁压电放大倍数；$\delta\in R^{4\times 1}$为控制干扰；$d\in R^{4\times 1}$为外部扰动。

图3为RBF-BSSMC算法示意图。通过RBF_1神经网络对模型不确定部分进行逼近，可表示为

$$f(x_1,x_2)=W_1^{\mathrm{T}}h_1+\varepsilon_1\tag{9}$$

其中：$W_1\in R^{16\times 4}$为RBF_1网络的理想权值；ε_1为逼近误差，且$|\varepsilon_1|\leqslant\varepsilon_{\mathrm{N1}}$；$h_1\in R^{16\times 1}$为高斯基函数输出。

基于最小参数学习算法，取RBF_1神经网络的上界估计值作为神经网络权值的估计值。令

$$\tilde{\theta}=\hat{\theta}-\theta\tag{10}$$

其中：$\theta=\|W_1^{\mathrm{T}}\|^2$，$\theta\in R^{4\times 1}$均为正常数矩阵，$\hat{\theta}$为$\theta$的估计值，$\tilde{\theta}$为估计偏差。

实验中为了防止$\hat{\theta}$的估计过大，会设置一个阈值$\hat{\theta}_{\max}$，令$\left|\hat{\theta}\right|<\hat{\theta}_{\max}$。

通过RBF_2神经网络对控制干扰以及基于压电输出的控制力系数矩阵b的误差进行补偿，令

$$\delta=W_2^{\mathrm{T}}h_2+\varepsilon_2\tag{11}$$

其中：$W_2\in R^{16\times 4}$为RBF_2网络的理想权值，表示为$W_2=[W_{21},W_{22},W_{23},W_{24}]$；$W_{21},W_{22},W_{23},W_{24}\in R^{16\times 1}$；$\varepsilon_2$为逼近误差，$|\varepsilon_2|\leqslant\varepsilon_{\mathrm{N2}}$；$h_2\in R^{16\times 1}$为高斯基函数输出。

令

$$\tilde{\delta}=\hat{\delta}-\delta=\tilde{W}_2h_2-\varepsilon_2\tag{12}$$

其中：$\tilde{\delta}$为δ的估计误差；$\hat{\delta}=\hat{W}_2h_2$为RBF_2网络对$\delta$的估计；$\hat{W}_2$为对理想权值$W_2$的估计；$W_2$的估计误差为$\tilde{W}_2=\hat{W}_2-W_2$。

令$z_1=x_1-x_d$，x_{d}为期望振动位移，则

$$\dot{z}_1=\dot{x}_1-\dot{x}_{\mathrm{d}}=x_2-\dot{x}_{\mathrm{d}}\tag{13}$$

令$x_2=z_2+\dot{x}_{\mathrm{d}}-c_1z_1$，$z_2$为虚拟控制律，则

$$z_2=x_2-\dot{x}_{\mathrm{d}}+c_1z_1\tag{14}$$

其中：$c_1>0$为常数。

滑模面可表示为

$$s=k_1z_1+k_2z_2=[s_1,s_2,s_3,s_4]^{\mathrm{T}}\tag{15}$$

其中：$k_1,k_2>0$为常数。

设计控制率为

$$u=\frac{1}{b}\begin{bmatrix}-\frac{1}{2}s\odot\hat{\theta}(h_1^{\mathrm{T}}h_1)+\ddot{x}_{\mathrm{d}}-\left(\frac{k_1}{k_2}+c_1\right)x_2\\ -\alpha_1\,\mathrm{sgn}(s)-\beta_1 s\end{bmatrix}+\hat{\delta}\tag{16}$$

其中：$\odot$为元素积；$\alpha_1,\beta_1>0$为常数。

基于稳定性方法，设计自适应参数为

$$\begin{cases}\dot{\hat{\theta}}^{\mathrm{T}}=\frac{1}{2}k_2\gamma_1\bar{h}s^{\mathrm{T}}\bar{s}-k_2\eta_1\gamma_1\hat{\theta}^{\mathrm{T}}\\ \dot{\hat{W}}_{2i}=\frac{1}{\gamma_{2i}}k_2\Theta_ih_2+\frac{1}{\gamma_{2i}}k_2\eta_{2i}\hat{W}_{2i}\end{cases}\tag{17}$$

其中：$i=1,2,3,4$；$\bar{h}=h_1^{\mathrm{T}}h_1$；$\bar{s}=\mathrm{diag}(s_1,s_2,s_3,s_4)$；$\boldsymbol{\Theta}=s^{\mathrm{T}}b=[\Theta_1,\Theta_2,\Theta_3,\Theta_4]$；$\eta_1=\frac{2\beta_1}{\gamma_1}$；$\eta_{2i}=2\gamma_{2i}\beta_1$；

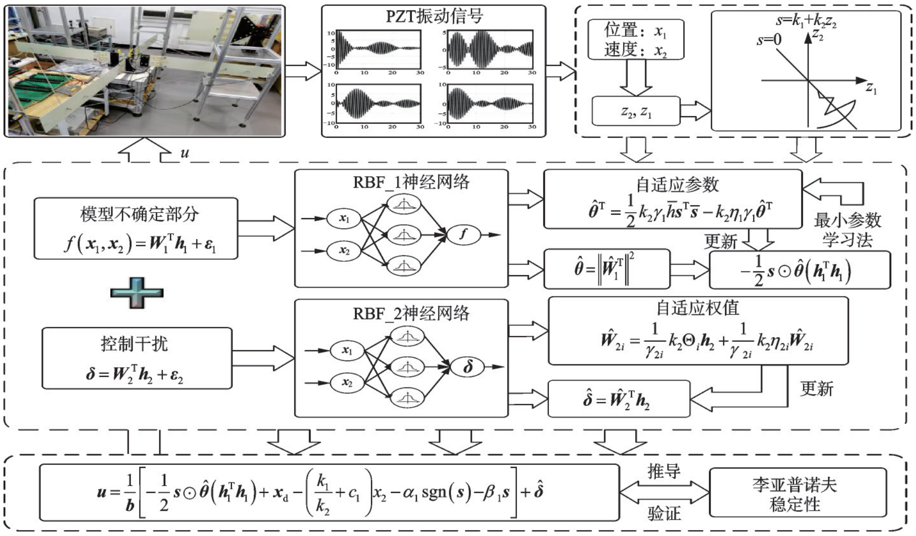


图3　RBF-BSSMC算法示意图

Fig.3　Schematic diagram of RBF-BSSMC algorithm

4　实　验

4.1　辨识结果

经过小波分析和功率谱密度验证后,前4阶模态无阻尼固有频率和阻尼比如表3所示。

表3　前4阶模态无阻尼固有频率和阻尼比

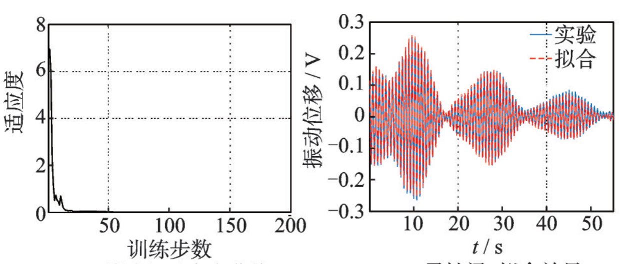
Tab.3　Undamped natural frequency and damping ratio of the first four modes

模态	无阻尼固有频率/Hz	阻尼比
1阶	1.350	0.005 3
2阶	1.403	0.006 7
3阶	1.412	0.006 1
4阶	1.464	0.005 3

根据式(5),状态矩阵可表示为

$$\begin{cases} G_1=\mathrm{diag}(-71.949\,4,-77.709\,7,-78.709\,9,-84.637\,4) \\ G_2=\mathrm{diag}(-0.089\,8,-0.118\,0,-0.107\,4,-0.098\,4) \end{cases}$$

柔性梁1适应度曲线及拟合效果如图4所示。适应度为无量纲量,仅表示拟合效果。



(a) 柔性梁1适应度曲线　(b) 柔性梁1拟合效果

(a) Flexible beam 1 fitness curve　(b) Flexible beam 1fitting effect

图4　柔性梁1适应度曲线及拟合效果

Fig.4　Fitness curve and fitting effect of flexible beam 1

观测矩阵的辨识结果为

$$\begin{cases} Z=[\tilde{Z}\quad 0] \\ \tilde{Z}=\begin{bmatrix} 0.404\,4 & -0.322\,2 & 0.302\,8 & -0.166\,8 \\ 0.498\,3 & 0.411\,5 & 0.306\,8 & 0.210\,2 \\ 0.386\,7 & 0.213\,9 & -0.302\,5 & -0.237\,8 \\ 0.379\,8 & -0.387\,1 & -0.386\,0 & 0.217\,1 \end{bmatrix} \end{cases}$$

控制力系数矩阵的辨识结果为

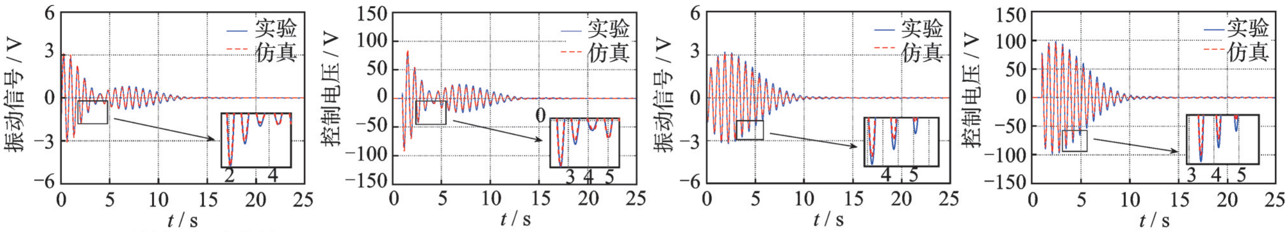
$$\begin{cases} H=[\tilde{H}\quad 0] \\ \tilde{H}=\begin{bmatrix} -0.067\,1 & -0.091\,7 & -0.073\,7 & -0.072\,1 \\ 0.1266 & -0.099\,8 & -0.069\,4 & 0.072\,9 \\ -0.107\,3 & -0.027\,1 & 0.115\,2 & 0.098\,1 \\ 0.1881 & -0.233\,1 & 0.220\,1 & -0.172\,3 \end{bmatrix} \end{cases}$$

辨识整体的控制力系数矩阵之后,进行小增益PD实验来验证仿真模型。柔性梁2,3振动响应曲线和控制曲线如图5所示。梁1,4的结果与其类似。从图5可知,仿真和实验的振动响应曲线与控制曲线的趋势几乎一致。

4.2　控制算法参数设计

在振动控制过程中系统被视为一个整体,对于RBF-BSSMC算法而言,无论是滑模面的计算还是控制量的计算,4根柔性梁振动量的权重值一致,对应4根柔性梁PD控制中的增益一致。

RBF_1神经网络初始最小参数$\hat{\theta}=0\in R^{4\times 1}$;最小参数设置最大阈值$\hat{\theta}_{\max}=0.12$;$RBF_2$神经网络的初始权值$W_2=0\in R^{16\times 4}$;滑模设计参数$c_1=0.000\,01$,$k_1=0.000\,01$,$k_2=0.07$;控制率参数$c_2=0.000\,29$;$\alpha=0.000\,1$,$\beta=0.1$;自适应设计参数



(a) 柔性梁2振动信号
(a) Flexible beam 2 vibration signals

(b) 柔性梁2控制电压
(b) Flexible beam 2 control voltages

(c) 柔性梁3振动信号
(c) Flexible beam 3 vibration signals

(d) 柔性梁3控制电压
(d) Flexible beam 3 control voltages

图5　柔性梁2,3振动响应曲线和控制曲线

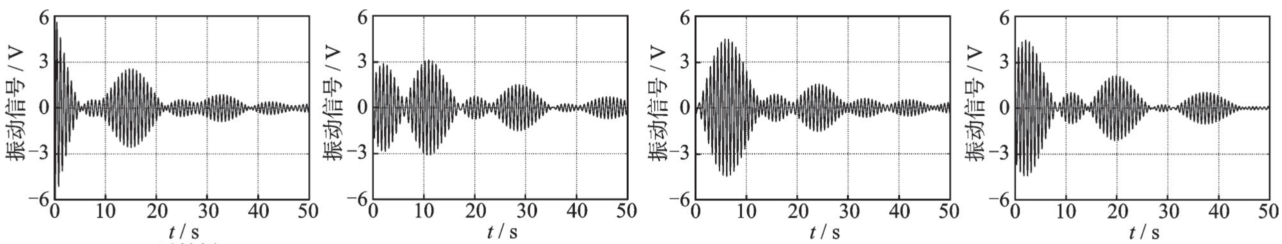
Fig.5　Vibration and control curves of flexible beam 2 and 3

$\gamma_1=0.8$, $\eta_1=0.075$, $\gamma_2=0.9$, $\eta_2=0.09$。PD 控制算法的参数为 $K_p=2.8$, $K_d=0.056$。

4.3 振动控制实验结果

图 6 为柔性梁 1~4 的自由振动信号。柔性梁之间存在明显“拍频”现象,这是多体耦合、多模态振动的效果。系统在 60 s 仍能检测到较大的残余振动,是因为未主动控制的自由振动模态阻尼小。

RBF-BSSMC 与 PD 的振动控制实验结果如图 7 所示。大幅值振动在短时间内被快速抑制,振动在柔性梁之间传递不明显。在使用 RBF-BSSMC 控制器的情况下,系统在 11s 检测的振动信号很小,在使用大增益 PD 控制器的情况下,振动持续到 13 s 左右。可见,相比于大增益 PD 控制器,RBF-BSSMC 控制器可以更快地抑制小幅值残余振动。对于大幅值振动,由于 RBF-BSSMC 和 PD 控制器的控制量饱和情况类似,大幅值控制效果基本相同。



(a) 柔性梁1
(a) Flexible beam 1

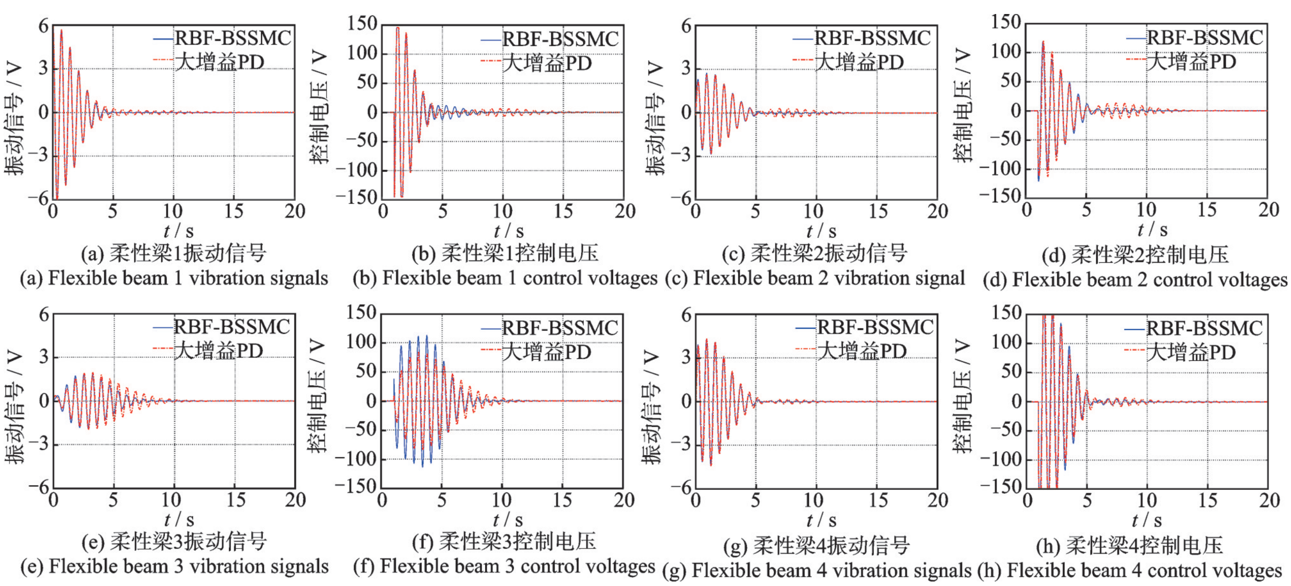
(b) 柔性梁2
(b) Flexible beam 2

(c) 柔性梁3
(c) Flexible beam 3

(d) 柔性梁4
(d) Flexible beam 4

图6　柔性梁 1~4 的自由振动信号

Fig.6　Free vibration signals of flexible beam 1~4



(a) 柔性梁1振动信号
(a) Flexible beam 1 vibration signals

(b) 柔性梁1控制电压
(b) Flexible beam 1 control voltages

(c) 柔性梁2振动信号
(c) Flexible beam 2 vibration signal

(d) 柔性梁2控制电压
(d) Flexible beam 2 control voltages

(e) 柔性梁3振动信号
(e) Flexible beam 3 vibration signals

(f) 柔性梁3控制电压
(f) Flexible beam 3 control voltages

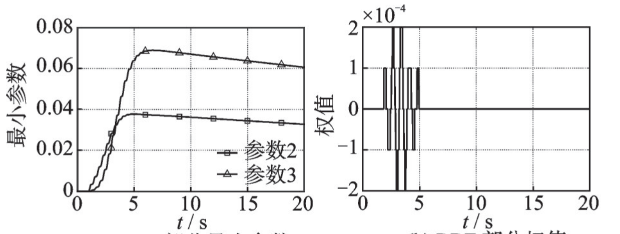
(g) 柔性梁4振动信号
(g) Flexible beam 4 vibration signals

(h) 柔性梁4控制电压
(h) Flexible beam 4 control voltages

图7　RBF-BSSMC 与 PD 的振动控制实验结果

Fig.7　Experimental results of RBF-BSSMC and PD vibration control

RBF 网络自适应参数变化趋势如图8所示。因为式(17)中包含 $-k_2\eta_1\gamma_1\hat{\theta}^{\mathrm{T}}$，所以参数稳定后逐渐衰减，有利于控制系统的稳定。$\mathrm{RBF}_2$部分权值的自适应学习变化由于系统振动的抑制，最小参数与权值的变化也趋于平稳。最小参数与权值均为无量纲量，仅表示数值大小。



(a) RBF_1部分最小参数
(a) The partial minimum parameter of RBF_1

(b) RBF_2部分权值
(b) The partial weight of RBF_2

图8　RBF 网络自适应参数变化趋势

Fig.8　Change trend of RBF network adaptive parameters

对多柔性梁耦合系统的振动特性分析可知，四柔性梁耦合系统的低频前4阶模态振动容易激励，由于拉伸弹簧会导致多柔性梁明显的拍频现象，所以4根柔性梁的耦合振动信号各不相同。

对于弹簧连接的多柔性梁耦合系统而言，由于长时间工作会导致系统产生有界非线性变化，RBF-BSSMC 算法具有非线性与鲁棒性，能够补偿非线性变化与不确定性，因此无需对系统重新辨识。

5　结束语

针对多柔性梁耦合系统，考虑到系统中存在的弹簧等非线性因素，采用小波参数辨识的方法对有限元法模型进行参数修正。针对模型中不确定非线性和扰动等因素，提出了 RBF-BSSMC 算法对系统振动进行快速抑制。实验结果表明，相比于大增益 PD 控制，RBF-BSSMC 算法可以更快地对振动进行抑制，验证了该算法的有效性。

参　考　文　献

[1] DAVOYAN A R, MUNDAY J N, TABIRYAN N, et al. Photonic materials for interstellar solar sailing[J]. Optical, 2021, 8(5): 722-734.

[2] WILLIAMS D, KHODOPARAST H H, YANG C Y. Active vibration control of a flexible Link robot with the use of piezoelectric actuators[J]. MATEC Web of Conferences, 2018, 148:11005.

[3] KATER A, MEURER T. Motion planning and tracking control for coupled flexible beam structures[J]. Control Engineering Practice, 2019, 84: 389-398.

[4] GHORBANI H, VATANKHAH R, FARID M. Adaptive nonsingular fast terminal sliding mode controller design for a smart flexible satellite in general planar motion[J]. Aerospace Science and Technology, 2021, 119: 107100.

[5] 康建云，毕果，苏史博．压电柔性机械臂系统辨识与振动主动控制[J]. 振动、测试与诊断，2021，41(1)：90-95.
KANG Jianyun, BI Guo, SU Shibo. Experimental identification and active vibration controlof piezoelectric flexible manipulator[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2021, 41(1): 90-95.(in Chinese)

[6] HU T Y, FEI J T. Adaptive sliding mode control of flexible beam using RBF neural controller[C]//2015 34th Chinese Control Conference. Hangzhou, China: IEEE, 2015: 3405-3410.

[7] CHEN Z, HUANG F H, SUN W C, et al. RBF-Neural-Network based adaptive robust control for nonlinear bilateral teleoperation manipulators with uncertainty and time delay[J]. IEEE-ASME Transactions on Mechatronics, 2020, 25(2): 906-918.

[8] WANG H P, ZHOU X Y, TIAN Y. Robust adaptive fault-tolerant control using RBF-based neural network for a rigid-flexible robotic system with unknown control direction [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2021, 32(3): 1272-1302.

[9] 刘金琨．滑模变结构控制 MATLAB 仿真[M]. 3版．北京：清华大学出版社，2015:337-377.

[10] 邱志成，陈思文．移动双柔性梁系统的振动主动控制[J]. 振动、测试与诊断，2022，42(1)：62-67.
QIU Zhicheng, CHEN Siwen. Active vibration control of a translational double flexible beam system[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2022, 42(1): 62-67. (in Chinese)

[11] SHEEN Y T. On the study of applying Morlet wavelet to the Hilbert transform for the envelope detection of bearing vibrations[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2009, 23(5): 1518-1527.

第一作者简介：邱志成，男，1973年10月生，博士、教授、博士生导师。主要研究方向为柔性结构的振动主动控制、机器人控制。曾发表《双连杆柔性机械臂振动主动控制与实验》(《振动、测试与诊断》2019年第39卷第3期)等论文。
E-mail：zhchqiu@scut.edu.cn