DOI:10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2025.02.005

# 地铁直线科隆蛋扣件轨道异常波磨成因分析

王志强<sup>1,2</sup>, 雷震宇<sup>2</sup>, 仝凤壮<sup>1</sup>

(1.石家庄铁道大学省部共建交通工程结构力学行为与系统安全国家重点实验室 石家庄,050043)(2.上海市轨道交通结构耐久与系统安全重点实验室 上海,201804)

摘要 为研究地铁直线区间科隆蛋扣件轨道上的钢轨异常波磨,提出了一种反映轮轨系统能量耗散特性的二维数 值模型,并结合现场调研和数值计算,分析了钢轨波磨的成因特性。结果显示:随着纵向蠕滑力占比的增加,当激励 施加在扣件上方时,纵向蠕滑力对钢轨波磨的发生概率和发展趋势有更大的影响;当激励施加在扣件跨中时,纵横 向蠕滑力对钢轨波磨的产生和发展均有促进作用;在纵向蠕滑力占比增加的过程中,对系统耗散能实部的敏感程度 由波长敏感逐渐转变为速度敏感;波长在不同速度下保持恒定或与速度呈现非线性关系,表明在不同蠕滑力工况下 波磨波长的敏感速度不同;钢轨导纳影响分析显示,不同的蠕滑力工况下出现了相同的特征频率,且与实测波磨通 过频率接近,说明激励施加在扣件上方时的钢轨垂向导纳特性是造成钢轨波磨的主要原因。

关键词 地铁;钢轨异常波磨;能量耗散;蠕滑力;导纳 中图分类号 U270;TH113.1;TH117.1

# 引 言

钢轨波磨是地铁线路上普遍存在的一种轨面损 伤现象,表现为钢轨纵向走行面上的周期性不均匀 磨耗。根据固定频率机理和损伤机理,Grassie等<sup>[12]</sup> 将波磨划分为响轨、车辙、其他P2共振、重载、轻轨 和特定轨道形式6种类型,并分别阐述了各自的表 现特征和治理对策。然而,对于波长范围为20~ 80 mm的短波波磨形成机理,目前还没有达成有效 的共识。这是由于钢轨波磨的影响因素较多,凡是 与轮轨/车轨系统相关的物理量都具有影响钢轨波 磨发展的可能性。同时,力学模型的日趋完善一方 面使得其可以考虑更多的实际细节,另一方面也加 剧了探究短波波磨成因过程的复杂性。

随着钢轨波磨<sup>[3]</sup>现象越来越广泛,研究人员结 合线路实际工况建立了不同的钢轨波磨预测模型。 早期的数值模型主要为线性模型,该类模型从频域 角度上对钢轨波磨展开分析,其计算速度快,适合定 性研究钢轨波磨的产生原因。基于轮对-轨道系统 的高频振动导致钢轨波磨的假设,Valdivia<sup>[4]</sup>发展了 一种线性磨损模型,该模型认为钢轨的磨损与接触 斑内的摩擦功成正比,当车轮反复通过时,轨面初始 不平顺的深度将逐渐增加,最终可能发展成为波磨。 Tassilly 等<sup>[5]</sup>利用钢轨波磨的线性模型,研究了接触 状态下轮轨初始粗糙度与磨损率谱之间的传递函 数,结果显示在特定条件下,钢轨上的初始粗糙度在 某些频带内会演化为波磨。Hempelmann等<sup>[6]</sup>引入 接触滤波效应,通过限制全局的波磨增长率对线性 模型进行了拓展,并指出短波波磨是由于垂向 Pinned-Pinned 共振引起的。Müller<sup>[7]</sup>建立了描述单 轮通过时轮轨动力学的线性数学模型,并运用该模 型对波磨过程进行了数值模拟分析。文献[8]介绍 了一种预测铁路钢轨波磨形成的线性模型,提出了 轮对和轨道结构动力学之间的反馈过程,该过程由 接触力学耦合,并与磨损机制相互作用,以解释轨道 上短波波磨的特征。随着波磨问题研究的不断深 入,这些理论模型进一步拓展到时域范围<sup>[9-20]</sup>。时域 模型考虑了轮轨间的非线性接触几何状态、非线性 接触力学状态以及轮轨材料的非线性变形等,主要 研究了车轨系统的瞬时动态响应和列车的往复运行 对钢轨波磨形成和发展的影响,该类模型能够较为 真实地模拟钢轨波磨形成和发展的过程,但是计算 代价较高。

为了解释上海某地铁线路直线区间科隆蛋扣件 轨道上的钢轨异常波磨现象,并在保证计算效率的 基础上揭示异常波磨的形成原因,笔者提出了一种

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目(52408486);河北省青年基金资助项目(E2024210065);上海市重点实验室开放基金资助 项目(R202405);省部共建国家重点实验室青年科研创新专项资助项目(50110010766) 收稿日期:2023-09-22;修回日期:2024-03-20

表征轮轨系统能量耗散的二维数值模型,用以反映 系统的稳定性和波磨发生的可能性。首先,根据现 场测量计算了直线区间上钢轨波磨的特征波长和特 征频率;其次,参照线路情况,建立了轮轨系统的能 量耗散数值模型;最后,借助上述数值模型,分析了 钢轨波磨的成因特性。

## 1 钢轨波磨现场测量

实测区间位于上海某地铁线路直线段,地铁运营车辆为A型车,轨道类型为科隆蛋扣件整体道床。实测波磨现场照片如图1所示。通过对波磨区段进行现场测量,发现波磨波长大致处于63~67 mm之间(图中1个扣件间距大约包含10个波磨波长,其中扣件间距为0.65 m)。该区段车辆运行速度约为60 km/h,实测波磨通过频率的计算式为

$$f = 1\,000v/3.6\lambda \tag{1}$$

其中:v为车辆运行速度;λ为实测波磨波长。

根据式(1)可得实测波磨的通过频率为249~265 Hz。



图 1 实测波磨现场照片 Fig.1 Field picture of measured corrugation

### 2 模型的建立

钢轨波磨发生在轮轨接触带,与轮轨蠕滑特性 密切相关,因此笔者建立的数值模型主要从轮轨蠕 滑角度研究钢轨波磨的形成原因。假设钢轨纵向表 面具有初始波磨,用指数曲线<sup>[21]</sup>近似表示为

$$\Delta(t) = \Phi \exp(i\omega t) \tag{2}$$

其中: $\Delta(t)$ 为钢轨纵向表面幅值; $\sigma$ 为指数曲线的初始幅值;t为时间;i为虚数单位;w为圆频率,可表示 为 $w = 2\pi v/\lambda_o$ 。

数值模型示意图如图2所示,其中M为车轮制 动时的制动力矩。假设车轮以恒定速度v向左运 行,则车轮以恒定角速度Ω逆时针旋转;再向右叠加 一个刚体速度v,使车轮中心静止,并使轨道以速度 v向右移动。考虑到车轮的垂向和旋转自由度<sup>[22]</sup>, 当车轮滚过波磨钢轨时,轮轨法向力可以表示为

$$P = P_0 + P_1 \exp(i\omega t) \tag{3}$$

其中: $P_0$ 为车轮承受的恒载; $P_1$ 为轮轨法向力的扰动部分。

$$P_{1} = \frac{\Phi}{H_{v,r} + H_{v,w} + 1/k_{\rm H}} \tag{4}$$

其中: $H_{v,r}$ , $H_{v,w}$ 分别为钢轨和车轮的垂向导纳; $k_{\rm H}$ 为 Hertz 刚度。



图 2 数值模型示意图 Fig.2 Schematic diagram of numerical model

根据文献[23]可知,车轮的垂向导纳可以通过 集中质量进行表示,即

$$H_{v,w} = -1/M_w w^2 \tag{5}$$

其中:M<sub>w</sub>为车轮质量。

对于Hertz刚度,有

$$k_{\rm H} = \left(\frac{6G^2 R_E P_0}{1 - v^2}\right)^{1/3} \tag{6}$$

其中:G为切向弹性模量;v为泊松比; $R_E = \sqrt{R_1R_2}$ ,  $R_1$ 为车轮半径, $R_2$ 为轮轨相对曲率半径。

蠕滑率根据作用在摩擦界面上的轮轨相对位移进行描述。对于纵向和横向蠕滑力的扰动部分 Q<sub>x1</sub> 和 Q<sub>v1</sub><sup>[24]</sup>,有

$$Q_{x1} = \frac{v(\partial \xi_x / \partial P) P_1}{\mathrm{i}w G_{wx} - v(\partial \xi_x / \partial Q_x)}$$
(7)

$$Q_{y1} = \frac{v(\partial \xi_y / \partial P) P_1}{iw(G_{wy} + H_{y,r}) - v(\partial \xi_y / \partial Q_y)}$$
(8)

其中:H<sub>y,r</sub>为钢轨的横向导纳;G<sub>wx</sub>,G<sub>wy</sub>分别为车轮的纵向和横向导纳。

Gwx,Gwy可通过等效集中质量表示为

$$\begin{cases} G_{wx} = -1/M_{wx}w^2 \\ G_{wy} = -1/M_{wy}w^2 \end{cases}$$
(9)

其中:M<sub>wx</sub>,M<sub>wy</sub>分别为车轮在纵向和横向上的等效质量。

由此,扰动部分的能量耗散<sup>[21]</sup>可表示为

$$W_{1} = -v(Q_{x0}\xi_{x1} + Q_{x1}\xi_{x0})\exp(-iw(1-\tau/2)/v) - v(Q_{x0}\xi_{y1} + Q_{y1}\xi_{y0})$$
(10)

其中: $\tau$ 为纵向牵引比, $\tau = Q_0/\mu P_0$ , $Q_0$ 为蠕滑力恒定部分, $\mu$ 为轮轨摩擦因数。

 $\xi_{x1}$ 和 $\xi_{y1}$ 的表达式为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\xi}_{x1} = (\partial \boldsymbol{\xi}_{x} / \partial Q_{x}) Q_{x1} + (\partial \boldsymbol{\xi}_{x} / \partial P) P_{1} \\ \boldsymbol{\xi}_{y1} = (\partial \boldsymbol{\xi}_{y} / \partial Q_{y}) Q_{y1} + (\partial \boldsymbol{\xi}_{y} / \partial P) P_{1} \end{cases}$$
(11)

其中: $Q_x$ 为纵向蠕滑力; $Q_y$ 为横向蠕滑力。  $\xi_x$ 和 $\xi_y$ 的表达式为

$$\begin{cases} \xi_x = k_1 P^{1/3} (Q_x/Q) (1 - (1 - \tau)^{1/3}) \\ \xi_y = k_1 P^{1/3} (Q_y/Q) (1 - (1 - \tau)^{1/3}) - k_2 P^{1/3} \end{cases} (12)$$

其中:Q为总蠕滑力。

 $k_1$ 和 $k_2$ 的表达式为

$$\begin{cases} k_{1} = \frac{3\mu}{C_{00}} \left( \frac{16}{9(1-v)^{2}R_{E}^{2}G} \right)^{1/3} \\ k_{2} = \frac{C_{23}}{C_{00}} \frac{\sin\left(\eta + \alpha\right)}{R_{1}} \left( \frac{3(1-v)R_{E}}{4G} \right)^{1/3} \end{cases}$$
(13)

其中: $\eta$ 为轨底坡度; $\alpha$ 为轮轨接触角; $C_{00}$ , $C_{23}$ 为 Kalker 蠕滑系数。

C<sub>00</sub>, C<sub>23</sub>的表达式为

$$\begin{cases} C_{00} = -2.84 - 1.2(a/b) \\ C_{23} = 0.4 + 1.05(a/b) \end{cases}$$
(14)

其中:a,b为椭圆接触斑半轴长度。

式(4)和式(8)中的钢轨垂向导纳和横向导纳通 过有限元方法得到。首先,依据实测线路基本情况, 建立有限元实体模型,其中扣件及地基支撑作用采 用弹簧阻尼单元进行模拟,轨道纵向两端面采用对 称约束;其次,运用上述有限元模型进行频响分析, 计算钢轨的垂向导纳和横向导纳。有限元轨道模型 如图3所示。钢轨导纳图如图4所示。有限元轨道 模型结构参数<sup>[25-27]</sup>见表1。由图4可以看出,钢轨横





Fig.4 Diagrams of rail receptance

向和垂向导纳的计算结果在100 Hz附近出现较大 峰值,这主要是由于系统P2共振所致,与文献[28] 计算结果相符。

表 1 有限元轨道模型结构参数 Tab.1 Structural parameters of finite element track model

参数	数值
钢轨密度/(kg•m <sup>-3</sup> )	7 800
钢轨弹性模量/Pa	$2.1 \times 10^{11}$
钢轨泊松比	0.3
扣件垂向刚度 $/(N \cdot m^{-1})$	$1.207 \times 10^{7}$
扣件横向刚度/(N•m <sup>-1</sup> )	$7.58 \times 10^{6}$
扣件纵向刚度 $/(N \cdot m^{-1})$	$7.58 \times 10^{6}$
扣件垂向阻尼/(Ns•m <sup>-1</sup> )	1 361.12
扣件横向阻尼/(Ns•m <sup>-1</sup> )	974.27
扣件纵向阻尼/(Ns•m <sup>-1</sup> )	974.27
扣件间距/m	0.65
道床板密度/(kg•m <sup>-3</sup> )	2 400
道床板弹性模量/Pa	$3.25 \times 10^{10}$
道床板泊松比	0.24
地基支撑刚度/(N•m <sup>-1</sup> )	$1.7 \times 10^{8}$
地基支撑阻尼/(Ns•m <sup>-1</sup> )	$3.1 \times 10^{4}$

## 3 结果与分析

本研究利用第2节建立的数值模型探讨了轮轨蠕 滑特性对钢轨波磨的影响,数值模型相关参数<sup>[21,29-30]</sup> 见表2。设*Q<sub>x</sub>/Q*为轮轨纵向蠕滑力在总蠕滑力中的 占比,将*Q<sub>x</sub>/Q*分别取值0,0.25,0.5,0.75和1,研究了

表 2 数值模型相关参数 Tab.2 Relevant parameters of numerical model

<u> </u>	
参数	数值
初始幅值Φ/m	$2 \times 10^{-4}$
恒载 $P_0$ /N	$5 \times 10^4$
车轮质量 $M_w/kg$	350
切向弹性模量 G/Pa	$8.04 \times 10^{10}$
泊松比v	0.3
车轮半径 $R_1/m$	0.42
轮轨相对曲率半径 $R_2/m$	0.23
车轮纵向等效质量 $M_{wx}/kg$	300
车轮横向等效质量 $M_{wy}/kg$	50
纵向牵引比 7	0.5
轮轨摩擦因数μ	0.4
轨底坡度 η/rad	0.025
轮轨接触角 $\alpha$ /rad	0.026 2
椭圆接触斑半轴长度比a/b	1.569 9

系统耗散能 W<sub>1</sub>实部(无量纲量)的频域特性及其随波 长和速度的变化规律。当系统耗散能 W<sub>1</sub>实部为负 时,表明系统有能量持续输入,使系统变得不再稳定, 从而诱发钢轨波磨的生成与演化。

#### 3.1 扣件上方激励

考虑到钢轨的垂向和横向导纳,并在扣件上方施加激励,通过模型计算可得5种蠕滑力工况下系统耗散能 W<sub>1</sub>实部的频域图及其波长速度图,分别如图5,6所示。

由图5可以看出:当激励施加在扣件上方时,随着纵向蠕滑力占比的增加,系统耗散能 W<sub>1</sub>实部为





负对应的频率范围逐渐增加;当Q<sub>x</sub>/Q=1时,系统 耗散能W<sub>1</sub>在全频域范围内不再存在大于0的实部, 这说明纵向蠕滑力对钢轨波磨的发生概率和发展趋 势有着更大的影响。

由图 6 可以看出:随着纵向蠕滑力占比的增加, 对系统耗散能 W<sub>1</sub>实部的敏感程度由波长敏感逐渐 转变为速度敏感,即当 Q<sub>x</sub>/Q=0时,同一速度下系 统耗散能 W<sub>1</sub>实部随着 波长的变化而变化,如 图 6(a)所示;当 Q<sub>x</sub>/Q 增至1时,同一速度下系统耗 散能 W<sub>1</sub>实部不再随着波长的变化而变化,而是保 持一恒定值,如图 6(e)所示;在同一波长下,系统耗 散能 W<sub>1</sub>实部随着速度的变化而变化,这与图 6(a) 云图变化趋势恰好相反;在纵向蠕滑力占比逐渐增 加的过程中,波长在不同速度下保持恒定或与速度 呈现非线性关系,这说明在不同蠕滑力工况下,波磨 波长的敏感速度不同。





#### 3.2 扣件跨中激励

同样考虑到钢轨的垂向和横向导纳,并在扣件 跨中施加激励,通过模型计算可得对应蠕滑力工况 下系统耗散能 W<sub>1</sub>实部的频域图及波长速度图,分 别如图7,8所示。







由图7可以看出:随着纵向蠕滑力占比的增加, 系统耗散能 $W_1$ 实部为负对应的频率范围由全频域  $(Q_x/Q=0)减至最小(Q_x/Q=0.25),之后又增至$ 



Fig.8 Wavelength-speed diagrams of real part of  $W_1$  under the condition of excitation at the middle of the fastener span

全频域(Q<sub>x</sub>/Q=1),这说明激励施加在扣件跨中情况时,轮轨横向蠕滑力和纵向蠕滑力对钢轨波磨的形成和发展均有促进作用;随着纵向蠕滑力占比的增加,与激励施加在扣件上方计算结果类似,对系统耗散能 W<sub>1</sub>实部的敏感程度由波长敏感逐渐转变为速度敏感。

由图8可以看出:随着纵向蠕滑力占比的增加, 波长表现为在不同速度下保持恒定或与速度呈现非 线性关系,这同样反映出在不同蠕滑力工况下,波磨 波长的敏感速度不尽相同。

根据上述分析可知,轮轨蠕滑力的方向对钢轨 波磨的产生和发展起着重要的作用,而轮轨蠕滑力 又与钢轨垂向、横向导纳有关。为进一步研究轮轨 蠕滑特性对钢轨波磨的影响,分别对仅考虑钢轨垂 向导纳和仅考虑钢轨横向导纳情况下的系统能量耗 散变化特征展开分析。

#### 3.3 钢轨导纳的影响

本节研究只考虑钢轨垂向导纳、且激励施加在 扣件上方时不同蠕滑力工况下系统耗散能 W<sub>1</sub>实部 的频域图、波长图和速度图,分别如图 9~11 所示。



Fig.9 Frequency domain diagrams of real part of  $W_1$ 

当轮轨系统只存在纵向蠕滑力时,即Q<sub>x</sub>/Q= 1工况,矩阵出现奇异,计算结果失真,故不予考虑。通过对其余计算结果进行分析,可以得到:

1)由图9(a)~(d)可知,不同的蠕滑力工况下, 出现了相同的特征频率253.1 Hz,这与实测波磨通



过频率范围 249~265 Hz 接近,说明激励施加在扣件上方时的钢轨垂向导纳特性是导致钢轨波磨形成的主要原因;

2)由图 10、图 11(a)~(d)可知,不同的蠕滑力 工况均存在特征波长为 68 mm 的波磨和对应的通 过速度 17.3 m/s(62.3 km/h),这与实测线路区间情 况基本一致;蠕滑力工况的变化会影响钢轨波磨的 特征波长和对应的通过速度,但不会影响钢轨波磨 的特征频率,这进一步体现了钢轨波磨的固定频率 属性。

上述两点验证了本研究所建数值模型的合理性与有效性。



Fig.11 Speed diagrams of real part of  $W_1$ 

## 4 结 论

1)随着纵向蠕滑力占比的增加,当激励施加在 扣件上方时,系统耗散能 W<sub>1</sub>实部为负对应的频率 范围逐渐增至全频域,说明纵向蠕滑力对钢轨波磨 的发生概率和发展趋势有着更大的影响。当激励施 加在扣件跨中时,系统耗散能 W<sub>1</sub>实部为负对应的 频率范围由全频域减至最小后又增至全频域,说明 该情况下横向蠕滑力和纵向蠕滑力对钢轨波磨的形 成和发展均有促进作用。

2) 在纵向蠕滑力占比增加的过程中,对系统耗 散能 W<sub>1</sub>实部的敏感程度由波长敏感逐渐转变为速 度敏感,同时波长在不同速度下保持恒定或与速度 呈现非线性关系,表明在不同蠕滑力工况下,波磨波 长的敏感速度不同。

3) 钢轨导纳影响分析显示,不同的蠕滑力工况 下出现了相同的特征频率253.1 Hz,且与实测波磨 通过频率范围249~265 Hz接近,说明激励施加在 扣件上方时的钢轨垂向导纳特性是诱发钢轨波磨的 主要原因。

4)不同的蠕滑力工况均存在与实测波磨波长及对应的通过速度相近的波长和速度,验证了数值模型的合理性与有效性。此外,蠕滑力工况的变化会影响钢轨波磨的特征波长和对应的通过速度,但不会影响钢轨波磨的特征频率,这进一步体现了钢轨波磨的固定频率属性。



- [1] GRASSIE S L, KALOUSEK J. Rail corrugation: characteristics, causes and treatments [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Journal of Rail and Rapid Transit, 1993, 207(16): 57-68.
- [2] GRASSIE S L. Rail corrugation: characteristics, causes, and treatments[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Journal of Rail and Rapid Transit, 2009, 223(F6): 581-596.
- [3] 关庆华,张斌,熊嘉阳,等.地铁钢轨波磨的基本特征、形成机理和治理措施综述[J].交通运输工程学报,2021,21(1):316-337.
  GUAN Qinghua, ZHANG Bin, XIONG Jiayang, et al. Review on basic characteristics, formation mechanisms, and treatment measures of rail corrugation in metro systems[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2021, 21(1): 316-337.(in Chinese)
- [4] VALDIVIA A R. A linear dynamic wear model to explain the initiating mechanism of corrugation[J]. Vehicle System Dynamics, 1988, 17(supp1): 493-496.
- [5] TASSILLY E, VINCENT N. A linear model for the corrugation of rails[J]. Journal of Sound and Vibration, 1991, 150(1): 25-45.
- [6] HEMPELMANN K, KNOTHE K. An extended linear model for the prediction of short pitch corrugation [J]. Wear, 1996, 191(1/2): 161-169.
- [7] MŰLLER S. A linear wheel-rail model to investigate stability and corrugation on straight track [J]. Wear, 2000, 243(1/2): 122-132.
- [8] GÓMEZ I, VADILLO E G. A linear model to explain short pitch corrugation on rails [J]. Wear, 2003, 255: 1127-1142.
- [9] IGELAND A, ILIAS H. Rail head corrugation growth predictions based on non-linear high frequency vehicle/ track interaction[J]. Wear, 1997, 213(1/2): 90-97.
- [10] NIELSEN J C O. Numerical prediction of rail roughness growth on tangent railway tracks[J]. Journal

247

of Sound and Vibration, 2003, 267(3): 537-548.

- [11] TORSTENSSON P T, NIELSEN J C O. Monitoring of rail corrugation growth due to irregular wear on a railway metro curve[J]. Wear, 2009, 267: 556-561.
- [12] TORSTENSSON P T, NIELSEN J C O. Simulation of dynamic vehicle-track interaction on small radius curves[J]. Vehicle System Dynamics, 2011, 49(11): 1711-1732.
- [13] TORSTENSSON P T, SCHILKE M. Rail corrugation growth on small radius curves-measurements and validation of a numerical prediction model [J]. Wear, 2013, 303(1/2): 381-396.
- [14] MEEHAN P A, DANIEL W J T, CAMPEY T. Prediction of the growth of wear-type rail corrugation [J]. Wear, 2005, 258(7/8): 1001-1013.
- [15] JIN X S, WEN Z F, ZHANG W H, et al. Numerical simulation of rail corrugation on a curved track [J]. Computers & Structures, 2005, 83(25/26): 2052-2065.
- [16] JIN X S, WEN Z F, WANG K Y, et al. Threedimensional train-track model for study of rail corrugation[J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 293: 830-855.
- JIN X S, WEN Z F. Rail corrugation formation studied with a full-scale test facility and numerical analysis [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Journal of Engineering Tribology, 2007, 221 (6): 675-698.
- [18] BAEZA L, VILA P, XIE G, et al. Prediction of rail corrugation using a rotating flexible wheelset coupled with a flexible track model and a non-Hertzian/nonsteady contact model[J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330(18/19): 4493-4507.
- [19] VILA P, FAYOS J, BAEZA L. Simulation of the evolution of rail corrugation using a rotating flexible wheelset model[J]. Vehicle System Dynamics, 2011, 49: 1749-1769.
- [20] VILA P, BAEZA L, MARTÍNEZ-CASAS J, et al. Rail corrugation growth accounting for the flexibility and rotation of the wheel set and the non-Hertzian and nonsteady-state effects at contact patch[J]. Vehicle System Dynamics, 2014, 52(supp1): 92-108.
- [21] AFFERRANTE L, CIAVARELLA M. Short pitch corrugation of railway tracks with wooden or concrete sleepers: an enigma solved?[J]. Tribology International, 2010, 43(3): 610-622.
- [22] GRASSIE S L, GREGORY R W, HARRISON D, et al. The dynamic response of railway track to high frequency vertical excitation [J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 1982, 24(2): 77-90.
- [23] GRASSIE S L, GREGORY R W, JOHNSON K L. The dynamic response of railway track to high frequency lateral excitation [J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 1982, 24(2): 91-95.

- [24] BHASKAR A, JOHNSON K L, WOOD G D, et al. Wheel-rail dynamics with closely conformal contact (part 1): dynamic modelling and stability analysis [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Journal of Rail and Rapid Transit, 1997, 211(1): 11-26.
- [25] WANG Z Q, LEI Z Y, ZHAO Y, et al. Rail corrugation characteristics of Cologne egg fastener section in small radius curve[J]. Shock and Vibration, 2020, 2020(1): 1827053.
- [26] WANG Z Q, LEI Z Y. Rail corrugation characteristics in small radius curve section of cologne-egg fasteners
   [J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2020, 34(11): 4499-4511.
- [27] 王志强, 雷震宇. 科隆蛋扣件段钢轨波磨产生机理及 发展特性[J]. 振动、测试与诊断, 2021, 41(4): 688-694.
  WANG Zhiqiang, LEI Zhenyu. Generation mechanism and development characteristics of rail corrugation in cologne egg fastener section [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2021, 41(4): 688-694.(in Chinese)
- [28] 张攀,王安斌,王志强,等.轨道参数对钢轨 Pinned-Pinned 振动的影响[J].城市轨道交通研究,2016,19(12):72-76,82.
  ZHANG Pan, WANG Anbin, WANG Zhiqiang, et al. Influence of track parameters on rail Pinned-Pinned vibration[J]. Urban Mass Transit, 2016, 19(12):72-76,82.(in Chinese)
- [29] 崔晓璐,钱韦吉,张青,等.直线线路科隆蛋扣件地段 钢轨波磨成因的理论研究[J].振动与冲击,2016, 35(13):114-118,152.
  CUI Xiaolu, QIAN Weiji, ZHANG Qing, et al. Forming mechanism of rail corrugation of a straight track section supported by cologne-egg fasteners [J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(13): 114-118, 152.(in Chinese)
- [30] CUI X L, CHEN G X, OUYANG H J. Study on the effect of track curve radius on friction-induced oscillation of a wheelset-track system[J]. Tribology Transactions, 2019, 62(4): 688-700.



**第一作者简介:**王志强,男,1993年2月生,博 士生。主要研究方向为钢轨波浪形磨耗。 曾发表《Formation mechanism of metro rail corrugation based on wheel-rail stick-slip behaviors》(《Applied Sciences-Basel》2021,Vol.11, No.17)等论文。 E-mail:1733359@tongji.edu.cn

通信作者简介:雷震宇,女,1970年12月 生,博士、副教授、博士生导师。主要研 究方向为轮轨关系。 E-mail:leizhenyu@tongji.edu.cn