

# 动响应传递比与曲率结合的薄板损伤定位法\*

秦远田, 马家豪

(南京航空航天大学航天学院 南京, 211106)

**摘要** 针对损伤识别中外激励难以准确测量以及薄板结构需要大量测点的问题,提出一种动响应传递比与曲率结合的薄板损伤定位法。首先,通过薄板结构上较少的测点,分别构建动响应传递比曲率比以及相对欧氏曲率相似度损伤指标,利用该指标对损伤的横向坐标与纵向坐标进行损伤定位;其次,以单端固支的矩形薄板为例进行仿真,使用较少测点布置 3 条测线,进行了损伤前后不同单点激励下的损伤定位以及不同水平噪声影响下的单处与多处损伤定位;最后,进行了实验验证。结果表明:动响应传递比与曲率结合的薄板损伤定位法可在较少测点、单点激励等信息未知的情况下较准确地定位薄板结构损伤,且具有一定的抗噪性。

**关键词** 传递比;曲率;损伤识别;欧氏距离;薄板结构  
**中图分类号** TH113;TB122

## 引言

近年来,随着我国航空航天工程结构服役年限逐渐增加,出现结构损伤在所难免。当受损累积到一定程度,结构就会形成永久性损伤而无法修复。为了保护结构免受严重损伤,需建立结构健康监测系统进行结构损伤识别。

根据结构动力学特性在损伤前后的变化识别结构损伤受到广泛关注,在工程界针对结构健康检测领域提出了一系列基于频率、模态、刚度、柔度和频响函数指标的结构损伤检测方法。Pandey 等<sup>[1]</sup>将曲率概念应用到结构损伤识别领域中来描述结构局部特性变化。彭华等<sup>[2]</sup>利用模态振型,结合模态曲率的方法实现了结构损伤识别。曹晖等<sup>[3]</sup>采用改进单元损伤变量的两阶段法实现了结构损伤识别。以上方法虽然识别效果较好,但需要大量测点以得到较为准确的模态振型和柔度矩阵,否则无法保证识别精度。Liu 等<sup>[4]</sup>通过检测结构频响函数虚部在损伤前后的差别,给出结构损伤定位理论的推导并进行了结构损伤定位。Reddy 等<sup>[5]</sup>提出一种频响函数曲率能量法,并将其应用到板损伤识别。Zhao 等<sup>[6]</sup>针对具有质量和刚度不确定性的桁架系统,利用频响函数变化评估该系统中的损伤程度与位置。Maia 等<sup>[7]</sup>研究了振动传递比在结构损伤前后的差异性,提出传递比函数向量置信准则。Kong 等<sup>[8]</sup>利用传

递比函数向量置信准则,完成了车辆激励下桥梁结构的损伤识别。Zhang 等<sup>[9]</sup>提出一种广义传递比损伤指标并对风力涡轮机进行了损伤检测。颜王吉等<sup>[10]</sup>对振动传递比函数进行了分类阐述,综述其在结构模态参数识别、损伤识别等方面的研究进展。Xian 等<sup>[11]</sup>提出基于频响函数传递比保证准则和加权 Schatten-p 范数正则化的结构损伤识别方法,在平面桁架结构损伤识别中取得了良好效果。

综上所述,笔者将动响应传递比与曲率相结合,建立动响应传递比曲率比(以下简称为传递比曲率比)定位损伤横向坐标,同时引入可体现个体值特征绝对差异的欧氏距离构造欧氏曲率相似度(euclidean curvature similarity,简称 ECS)以及相对欧氏曲率相似度(relative euclidean curvature similarity,简称 RECS)定位损伤纵向坐标。数值模拟采用薄板模型分别进行了不同水平噪声下的单处、多处损伤定位以及损伤前后测试激励不同的损伤定位,并通过实验验证了方法的有效性。

## 1 理论公式

### 1.1 损伤表达

当工程结构某处发生损伤时,结构本体形状大小没有明显改变,但是其刚度、质量、阻尼等物理参数都会发生变化。将待分析结构划分为多个大小相

\* 国家自然科学基金资助项目(12172168)

收稿日期:2023-03-31;修回日期:2023-04-17

同的单元块,每个单元块都被赋予自己的材料常数与力学性能参数,结构某处一旦损坏,损坏处单元的物理参数便会改变。通过分析结构局部物理参数的变化可识别出这些特殊单元集合,进而实现损伤区域定位。通常结构发生损伤时,损伤部分单元质量与阻尼变化较小,刚度会产生显著变化,而单元刚度与弹性模量有关。因此,可以使用弹性模量折减模拟损伤程度。结构损伤单元与无损单元的弹性模量关系可线性表示为

$$E^D = \alpha E^H \quad (1)$$

其中: $E^D$ 为损伤后单元的弹性模量; $E^H$ 为未损伤单元的弹性模量; $\alpha$ 为损伤比例系数。

## 1.2 损伤的传递比曲率比指标

具有  $n$  自由度的结构运动方程可表示为

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = f(t) \quad (2)$$

其中: $M, C, K$ 分别为整体质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $f(t)$ 为外部激励力的向量。

对式(2)进行傅里叶变换,得到给定频率点下稳态输出与输入的关系为

$$A(\omega) = H(\omega)F(\omega) \quad (3)$$

其中: $A(\omega)$ 为加速度响应向量; $H(\omega)$ 为频域响应函数矩阵; $F(\omega)$ 为频域力向量。

采用动响应传递比来表征系统的结构特性,动响应传递比表示频域内2个不同测点的加速度响应的函数关系,即

$$T_{i\omega}^k(\omega) = \frac{A_{ik}(\omega)}{A_{\omega k}(\omega)} = \frac{H_{ik}(\omega)F_k(\omega)}{H_{\omega k}(\omega)F_k(\omega)} = \frac{H_{ik}(\omega)}{H_{\omega k}(\omega)} \quad (4)$$

其中: $N_\omega$ 为参与计算的频率点数目; $j$ 为频率点标号; $h_{r-1,r}, h_{r,r+1}$ 分别为第  $r$  个与第  $r-1$  个以及第  $r$  个与第  $r+1$  个传递比测点间的距离; $C_{r,m}^1$ 表示以第  $m$  个测点为参考点的第  $r$  个测点传递比曲率;上标  $t$  表示代入该式计算的各测点响应数据均为同一方向,即参考点  $m$ 、测点  $r$  选取与损伤位置无关。

进一步将损伤前后的传递比曲率进行比值计算,得到传递比曲率比损伤指标  $\delta_{r,m}^1$ ,即

$$\delta_{r,m}^1 = C_{r,m}^{D,1} / C_{r,m}^{H,1} \quad (7)$$

其中: $C_{r,m}^{H,1}, C_{r,m}^{D,1}$ 分别为损伤前后的传递比曲率。

## 1.3 欧氏曲率相似度的建立

欧氏距离是相似度的反向表达,其数值越大,则

其中: $T_{i\omega}^k(\omega)$ 为载荷作用于第  $k$  个自由度时以第  $\omega$  个自由度为参考的第  $i$  个自由度传递比值; $A_{ik}(\omega), A_{\omega k}(\omega)$ 分别为载荷作用于第  $k$  个自由度时系统第  $i$  个和第  $\omega$  个自由度的加速度响应值; $F_k(\omega)$ 为施加在第  $k$  个自由度的外载荷; $H_{ik}(\omega), H_{\omega k}(\omega)$ 分别为载荷作用于第  $k$  个自由度时系统第  $i$  个和第  $\omega$  个自由度频域响应函数。

由式(4)可以看出,当外载荷为单点激励时,传递比函数  $T(\omega)$  只与外载荷施加的位置有关,而与该载荷的输入性质及强度无关。当载荷作用于某一自由度时,系统各个自由度在不同的频率下都会对应产生一个  $T(\omega)$ ,可表示为

$$T_\omega = \begin{bmatrix} T_{1,\omega}(\omega_1) & T_{1,\omega}(\omega_2) & \cdots & T_{1,\omega}(\omega_j) \\ T_{2,\omega}(\omega_1) & T_{2,\omega}(\omega_2) & \cdots & T_{2,\omega}(\omega_j) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ T_{i,\omega}(\omega_1) & T_{i,\omega}(\omega_2) & \cdots & T_{i,\omega}(\omega_j) \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中: $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_j$ 为挑选的频率点; $T_{i,\omega}(\omega_j)$ 为在所选择的频率  $\omega_j$  下传递比函数值大小; $\omega$ 为参考自由度标号; $i$ 为系统各自由度标号; $j$ 为频率点标号。

当结构出现损伤时,其损伤部分单元的弹性模量将与其他无损部分单元产生明显的不同。完整无损的结构振动形成曲面时其上各点曲率共同组成连续变化的曲率面,将其应用到结构损伤识别中就形成了振型曲率、频响函数曲率等可反映结构局部损伤的参数。因此,将曲率与动响应传递比函数相结合,形成动响应传递比曲率(下面简称为传递比曲率),即

$$C_{r,m}^1 = \frac{2}{N_\omega} \sum_{j=1}^{\infty} \left| \frac{T_{r-1,m}^1(\omega_j) - T_{r,m}^1(\omega_j)}{h_{r-1,r}} - \frac{T_{r,m}^1(\omega_j) - T_{r+1,m}^1(\omega_j)}{h_{r,r+1}} \right| \quad (6)$$

与原有模型的相似性越低。欧氏距离可表示为

$$d(X, Y) = \sqrt{\sum_{u=1}^n (X_u - Y_u)^2} \quad (8)$$

其中: $X, Y$ 分别为分析和观测向量; $n$ 为向量中的元素个数。

对于损伤和无损结构,可以计算出相同矢量维数传递比曲率,而欧氏距离可显著体现个体值特征的绝对差异。因此,为了更好地分辨结构损伤前后  $C_{r,m}^1$  的相似性,将传递比曲率与欧氏距离相结合,建立欧氏曲率相似度 ECS,即

$$ECS(C_{r,m}^{H,1}, C_{r,m}^{D,1}) = \sqrt{\sum_{r=1}^n (C_{r,m}^{H,1} - C_{r,m}^{D,1})^2} \quad (9)$$

其中: $C_{r,m}^{H,1}, C_{r,m}^{D,1}$ 分别为结构健康和损伤情况下传递

比曲率向量。

#### 1.4 噪声添加与分析

在时域上,测点动响应信号中加入白噪声信号,即

$$x_i^* = x_i + r \quad (10)$$

其中: $x_i$ 、 $x_i^*$ 分别为测点施加噪声前后的动响应信号; $r$ 为高斯白噪声。

## 2 薄板结构损伤定位方法

薄板结构动响应传递比与曲率结合的损伤定位方法如下。

1) 薄板测点布置如图1所示。在任意边界约束工况下,沿薄板结构较大尺寸长度方向划分间隔合适且距离相等的 $n$ 条按照相同规律布置的较少测点的曲线,并在薄板结构任意位置施加单点激励,结构损伤前后激励位置必须相同。

2) 仅需得到各测点动响应值,分别以薄板损坏

$$C_{r,1}^{(n),t} = \frac{2}{N_\omega} \sum_{\omega=\omega_q}^{\omega=\omega_s} \frac{\left| \frac{T_{r-1,1}^{(n),t}(\omega) - T_{r,1}^{(n),t}(\omega)}{h_{r-1,r}^{(n)}} - \frac{T_{r,1}^{(n),t}(\omega) - T_{r+1,1}^{(n),t}(\omega)}{h_{r+1,r}^{(n)}} \right|}{h_{r-1,r}^{(n)} + h_{r+1,r}^{(n)}} \quad (12)$$

其中: $C_{r,1}^{(n),t}$ 表示以测点1为参考点第 $n$ 条测线上第 $r$ 个测点传递比曲率; $\omega_q$ 、 $\omega_s$ 分别为传递比曲率计算的第一个和最后一个点的频率; $N_\omega$ 为参与计算的频率点数目。

4) 通过传递比曲率值计算获得多条测线的传递比曲率比图线,判断损伤位置沿测线延伸方向的横向坐标。

5) 由于在边界约束条件较少的情况下,无约束的方向上各点动响应并未形成显著曲面,故不能有效使用 $C_{r,1}^{(n),t}$ 定位,因此损伤位置在另一方向上的坐标需要由已有传递比曲率代入欧氏曲率相似度,以进一步判断损伤纵向坐标。同一测线上损伤前后的传递比曲率向量可表示为

$$C_{n,1}^{H,t} = [C_{1,1}^{H,t}, C_{2,1}^{H,t}, \dots, C_{r,1}^{H,t}]^{(n)} \quad (13)$$

$$C_{n,1}^{D,t} = [C_{1,1}^{D,t}, C_{2,1}^{D,t}, \dots, C_{r,1}^{D,t}]^{(n)} \quad (14)$$

其中: $C_{n,1}^{D,t}$ 、 $C_{n,1}^{H,t}$ 分别表示以测点1为参考点第 $n$ 条测线的结构损伤和健康传递比曲率向量; $r$ 为 $T_1$ 矩阵列数,即各测线上测点排序号。

将 $C_{n,1}^{D,t}$ 和 $C_{n,1}^{H,t}$ 这2组向量代入式(9)得到欧氏曲率相似度值。为直观比较各测线相似度大小,将第1测线ECS作为参考值,建立相对欧氏曲率相似度损伤指标,即

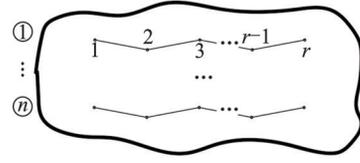


图1 薄板测点布置

Fig.1 Layout of measuring points of thin plane

前后第1测线的1号测点为参考进行比值计算。1号测点传递比为1,则根据各测点位置分别形成薄板损坏前后的传递比矩阵(矩阵第1行对应于第1条测线上各测点传递比,往下以此类推)可表示为

$$T_1 = \begin{bmatrix} T_{1,1}^{(1),t}(\omega_j) & T_{2,1}^{(1),t}(\omega_j) & \dots & T_{r,1}^{(1),t}(\omega_j) \\ T_{1,1}^{(2),t}(\omega_j) & T_{2,1}^{(2),t}(\omega_j) & \dots & T_{r,1}^{(2),t}(\omega_j) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{1,1}^{(n),t}(\omega_j) & T_{2,1}^{(n),t}(\omega_j) & \dots & T_{r,1}^{(n),t}(\omega_j) \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中: $T_{r,1}^{(n),t}(\omega_j)$ 表示以测点1为参考点第 $n$ 条测线上第 $r$ 个测点传递比; $\omega_j$ 为挑选的频率。

3) 通过第1节理论与 $T_1$ 矩阵得到每条测线上各点传递比曲率值计算公式为

$$RECS_n = ECS_n / ECS_1 \quad (15)$$

其中: $ECS_n$ 为第 $n$ 条测线欧氏曲率相似度。

RECS最大值所在测线为距离损伤最近测线,RECS第二大值所在测线为距离损伤第二接近测线,以此类推获得损伤纵向坐标。

6) 若结构出现多处不同位置损伤,则测线延伸方向上的曲率比图可能会出现多个峰值,此时为准确定位各处损伤在垂直测线延伸方向上与测线的相对位置(即保证多处损伤情况下各处损伤的纵向坐标均能被准确地单独识别出),应将该曲率比图峰值所在测点的传递比曲率以及其附近点代入计算得到局部相对欧氏曲率相似度,比较其值大小获得损伤纵向坐标,并重复操作定位薄板结构的全部损伤。

## 3 数值仿真

### 3.1 仿真模型

仿真薄板测点布置如图2所示。矩形薄板尺寸为252 cm×42 cm×2 cm,薄板材料弹性模量设为 $2.06 \times 10^{11}$  Pa,泊松比为0.3,密度为 $7.85 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup>,模型共有10 584个单元体。将测线7等分后等距布点,在图2所示薄板上共布置3×7个动响应测点,计算每条测线上1~6号测点传递比曲率并进行分析,

仿真边界条件均为左端固支,两相邻测线间距离为 10 cm。图 2 中 1 号点与左侧短边横向距离为 0.36 m,规定其横向坐标为 0.36 m,其余同一测线上相邻点间距均为 0.36 m。 $x$  轴、 $y$  轴正方向为图 2 中箭头指向, $z$  轴正方向垂直于纸面向外。

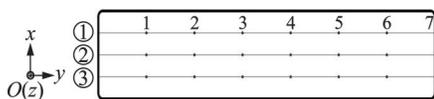


图 2 仿真薄板测点布置

Fig.2 Layout of measuring points of simulated thin plate

单处损伤的损伤范围为 20 cm×10 cm,多处损伤各处损伤范围为 20 cm×8 cm,3 种损伤位置分布如图 3 所示。

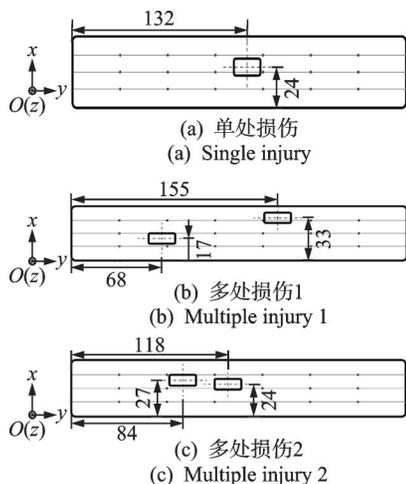


图 3 3 种损伤位置分布(单位:cm)

Fig.3 Three damage location distributions (unit:cm)

### 3.2 不同激励下的损伤识别

首先,对无损模型施加  $x, y, z$  方向上分力分别为 4, -2 和 -5 N、接触时间为 0.001 s 的单点测试激励;其次,分别对单处损伤模型施加 2 种不同单点激励(激励位置与无损模型相同),获得 2 种激励下单处损伤曲率对比和相对欧氏曲率相似度对比,分别如图 4 与表 1 所示。

单处损伤的损伤系数  $\alpha$  设为 0.9,即损伤程度为 10%。第 1 种测试激励  $y, z$  方向分力分别为 5 和 -4 N,接触时间为 0.003 s。第 2 种测试激励  $x, y, z$  方向分力分别为 -5, -3 和 -6 N,接触时间为 0.01 s。图中折线上不同颜色的相同数字代表各测点线上相同横坐标的测点,标号从左到右依次为 1, 2, ...。

通过图 4 折线突变峰和表 1 数据可知,对同一损伤模型采用传递比与曲率结合的方法与无损模型采用不同的单点测试激励均可准确识别出损伤部位的横向坐标位于 4 号测点附近,纵向坐标位于第 1、第

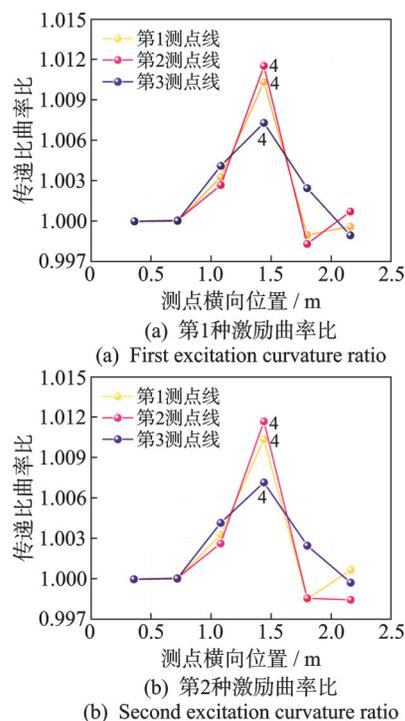


图 4 2 种激励下单处损伤曲率对比

Fig.4 Comparison of curvature ratios at single damage under two kinds of excitation

表 1 2 种激励下单处损伤相对欧氏曲率相似度对比

Tab.1 Comparison of the similarity of relative euclidean curvature at single damage under two kinds of excitation

边界条件	单点激励	第 1 测线 RECS 值	第 2 测线 RECS 值	第 3 测线 RECS 值
单边固支	第 1 种	1	1.064	0.856
	第 2 种	1	1.068	0.849

2 测线之间且距离第 2 测线较近,且 2 种激励下的曲率比图基本一致。

### 3.3 含噪声的损伤识别

实际损伤识别中均有测量噪声的干扰,对单处损伤模型设置 10% 与 20% 的损伤程度,并加入信噪比为 10 dB 与 20 dB 的噪声进行研究。2 种水平噪声下 10% 和 20% 单处损伤曲率对比分别如图 5, 6 所示。20 dB 噪声下 10% 和 20% 单处损伤相对欧氏曲率相似度分别如表 2, 3 所示。

由图 5 可知:对于 10% 损伤程度,当噪声水平在 10 dB 时,传递比曲率比受到严重影响,定位损伤横向坐标时产生显著误差;当噪声信噪比降低到 20 dB 时,折线图突变峰出现在 4 号测点附近。

由表 2 可知:3 条测线的 RECS 值受到 20 dB 噪声影响较大,虽然第 2 测线 RECS 值仍为 3 条测线中最大值,可识别到损伤纵向坐标,但 3 条测线 RECS 值差异并不显著,损伤的纵向坐标定位效果较差。

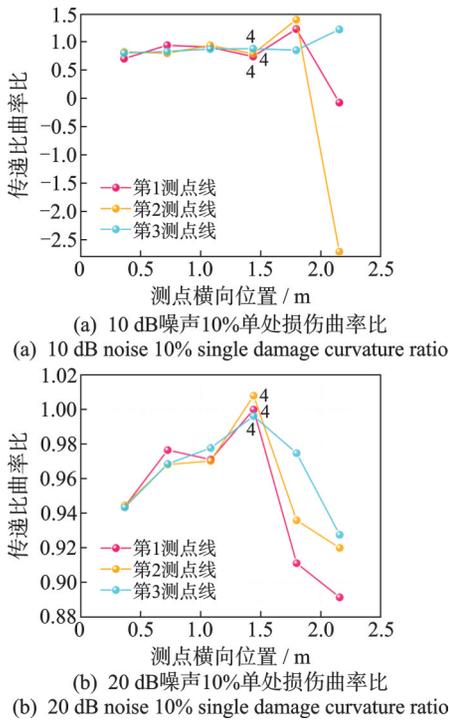


图5 2种水平噪声下10%单处损伤曲率比对比  
Fig.5 Comparison of 10% single damage curvature ratio under two different levels of noise

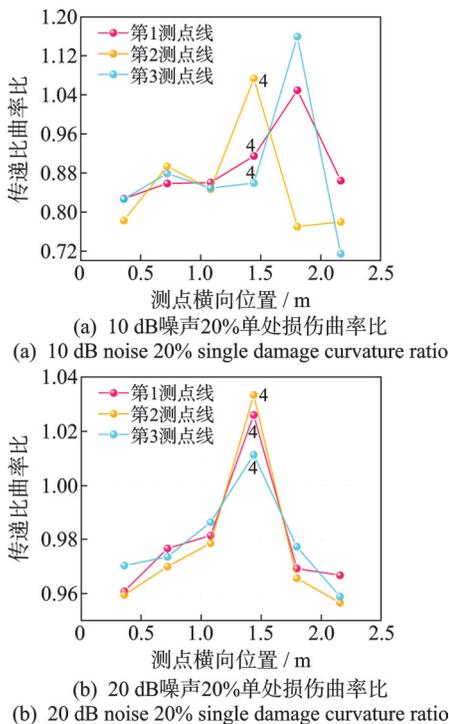


图6 2种水平噪声下20%单处损伤曲率比对比  
Fig.6 Comparison of 20% single damage curvature ratio under two different levels of noise

由图6可知:对于20%损伤程度,当噪声信噪比为10 dB时,传递比曲率比受到严重干扰,无法准确定位损伤横向坐标;当噪声信噪比为20 dB时,折线图突变峰成功定位出横向坐标在4号测点附近的损伤。

表2 20 dB噪声10%单处损伤相对欧氏曲率相似度  
Tab.2 10% single damage relative euclidean curvature similarity at 20 dB noise

边界条件	第1测线 RECS值	第2测线 RECS值	第3测线 RECS值
单边固支	1	1.008	0.990

表3 20 dB噪声20%单处损伤相对欧氏曲率相似度  
Tab.3 20% single damage relative euclidean curvature similarity at 20 dB noise

边界条件	第1测线 RECS值	第2测线 RECS值	第3测线 RECS值
单边固支	1	1.112	0.804

由表3可知:在20 dB噪声影响下,根据3条测线RECS的大小,可以较好地定位出在4号测点附近损伤的纵向坐标位于第1、第2测线之间且距离第2测线较近。

对2种多处损伤模型加入噪声进行损伤识别,其损伤程度均设为20%。2种水平噪声下20%多处损伤曲率比对比如图7所示。20 dB噪声20%多处损伤相对欧氏曲率相似度见表4。

由图7可知:对于多处损伤1,2模型,当噪声信噪比为10 dB时,其传递比曲率比均受到较大影响而无法准确定位损伤横向坐标;当噪声信噪比降低到20 dB时,多处损伤1中折线图突变峰成功定位出横向坐标在2号、4号测点附近的两处损伤;多处损伤2中折线图在3号测点出现一处显著突变峰,可判断在3号测点附近有损伤,而距2号测点较近的损伤从折线图上无法判断,其原因可能是仿真中采用的测点间距及测线间隔不足以分辨位置接近的多处损伤。由于多处损伤2中仅识别到一处损伤横向坐标,故在表4中仅代入2,3,4号测点传递比曲率来计算RECS值。

由表4可知:在20 dB噪声影响下,根据3条测线局部RECS值可识别到多处损伤1中2号测点附近损伤的纵向坐标位于第2、第3测线之间,且距离第2测线较近;4号测点附近损伤的纵向坐标位于第1测线附近,且距离第2测线较近,距第3测线较远。

表4 20 dB噪声20%多处损伤相对欧氏曲率相似度  
Tab.4 20% multiple damage relative euclidean curvature similarity at 20 dB noise

边界条件	损伤模型	代入计算点位	第1测线 RECS值	第2测线 RECS值	第3测线 RECS值
单边	多处	1,2,3	1	1.073	1.025
	损伤1	3,4,5	1	0.938	0.850
固支	多处	2,3,4	1	0.963	0.832
	损伤2				

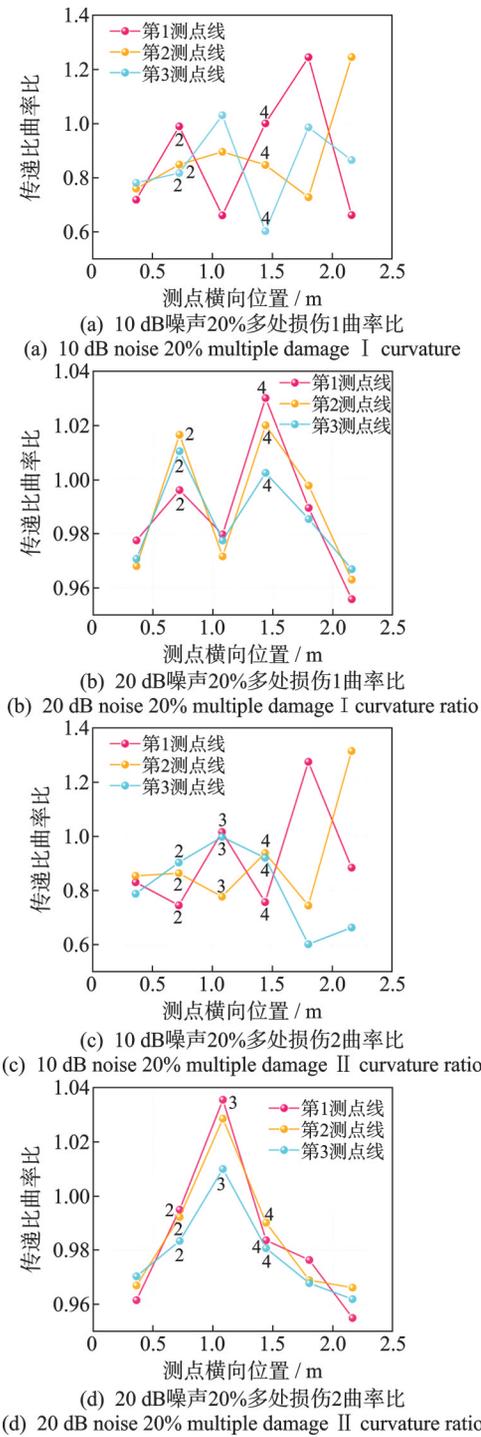


图 7 2 种水平噪声下 20% 多处损伤曲率对比  
Fig.7 Comparison of 20% multiple damage curvature ratio under two different levels of noise

对于多处损伤 2, 根据 3 条测线局部 RECS 值可识别到在 3 号测点附近损伤的纵向坐标在第 1、第 2 测线之间。

进一步改变测点间距及测线间隔, 在多处损伤 2 模型中进行数值仿真, 损伤程度均设为 20%, 其间加入 20 dB 噪声。设定如下 2 种测点布置方式: ①保持测线间隔不变, 各测线 9 等分后等距布置 9 个测点

(即测点间距缩小); ②保持测点间距与第 2 测线位置不变, 将各测线间隔由 10 cm 缩小到 5 cm。2 种测点布置方式见图 8。2 种方式下, 20 dB 噪声多处损伤 2 曲率比和相对欧氏曲率相似度分别如图 9, 10 及表 5, 6 所示。

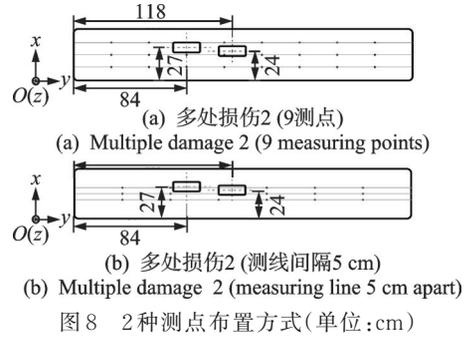


图 8 2 种测点布置方式 (单位: cm)  
Fig.8 Two types of measurement point arrangement (unit:cm)

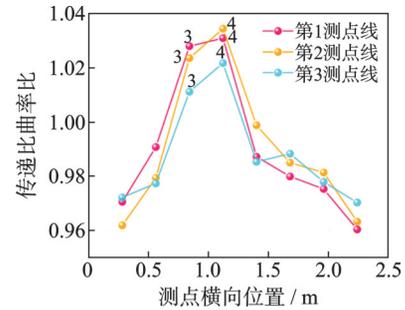


图 9 20 dB 噪声多处损伤 2 曲率比 (9 测点)  
Fig.9 20 dB noise multiple damage 2 curvature ratio (9 measuring points)

由图 9 可知: 缩小测点间距后, 3 号与 4 号测点曲率比明显高于其他测点, 说明损伤在 3 号、4 号测点附近均有分布, 识别效果相比于图 7(d) 有显著提升。

表 5 20 dB 噪声多处损伤 2 相对欧氏曲率相似度 (9 测点)  
Tab.5 Multiple damage II relative euclidean curvature similarity at 20 dB noise (9 measuring points)

边界条件	代入计算点	第 1 测线 RECS 值	第 2 测线 RECS 值	第 3 测线 RECS 值
单边固支	2, 3, 4	1	0.968	0.806
	3, 4, 5	1	0.974	0.817

由表 5 可知: 在 20 dB 噪声影响下, 根据 3 条测线局部 RECS 值可识别到多处损伤 2 在 3 号、4 号测点附近, 损伤的纵向坐标在第 1、第 2 测线之间。

由图 10 可知: 测线间隔缩短到 5 cm 后, 2 号测点曲率比与原有 10 cm 测线间隔相比有提高, 但依然不足以判断距离 2 号测点较近处存在损伤, 根据图中折线仅可判断 3 号测点附近存在损伤。由于多处损伤 2 中仅识别到一处损伤横向坐标, 故在表 6 中仅代入 2, 3, 4 号测点传递比曲率来计算 RECS 值。

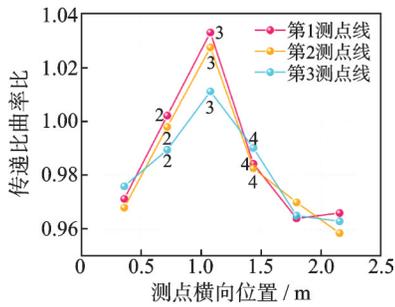


图10 20 dB噪声多处损伤2曲率比(测线间隔5 cm)  
Fig.10 20 dB noise multiple damage 2 curvature ratio (measuring line 5 cm apart)

表6 20 dB噪声多处损伤2相对欧氏曲率相似度(测线间隔5 cm)  
Tab.6 Multiple damage II relative euclidean curvature similarity at 20 dB noise (measuring line 5 cm apart)

边界条件	代入计算点位	第1测线 RECS 值	第2测线 RECS 值	第3测线 RECS 值
单边固支	2,3,4	1	0.981	0.875

由表6可知:在20 dB噪声影响下,根据3条测线局部RECS值可识别到多处损伤2在3号测点附近,损伤的纵向坐标在第1、第2测线之间。

### 4 实验与分析

薄板尺寸为36.5 cm×20 cm×0.2 cm,材料为钢,损伤范围为2 cm×2 cm。考虑到损伤范围较小,结构损伤范围内加工为穿孔,即损伤程度为100%。薄板实验仪器连接图如图11所示。



(a) 无损薄板  
(a) Non-destructive sheeting



(b) 薄板损伤1  
(b) Laminate damage 1



(c) 薄板损伤2  
(c) Laminate damage 2

图11 薄板实验仪器连接图

Fig.11 Thin plate experimental apparatus connection

实验利用振动台对3块薄板在同一位置施加不同频率的边界载荷,发现薄板在16 Hz频率下振动幅度较大,判断16 Hz接近薄板固有频率,因此选择16 Hz及其附近频率(15.5, 15.8, 16.3和16.5 Hz)进行后续实验。采集薄板测点加速度响应,使用4个传感器,保持1号测点上传感器不动,其他传感器分多次测出在同一载荷下其他各点加速度响应,得到18个测点相对于1号测点的传递比值,根据式(12)~(15)综合5个频率计算得到传递比曲率比值,绘制折线图来分析实验结果。实验损伤位置示意图如图12所示。其中:标注1的点为参考点,其所在第1行为第1测线,按顺序自上而下第2行为第2测线。每一行最左端点横向坐标规定为6 cm,同一测线中间各相邻测点间距6 cm。

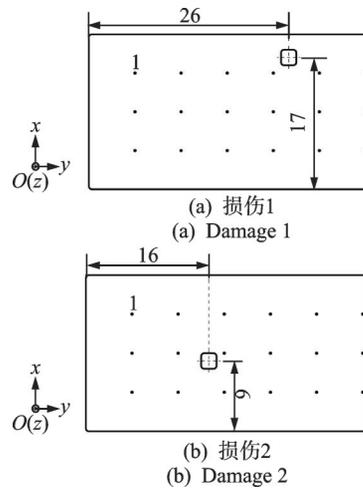


图12 实验损伤位置示意图(单位:cm)

Fig.12 Experimental injury location schematic (unit:cm)

实验损伤1和2的曲率比对比如图13所示。图中折线点上的数字为突变峰测点号或其附近点位,标号从左到右依次为1~5。

由图13可知:通过18个测点得到的传递比曲率比值可以准确识别出损伤1横向坐标位于4号与5号测点之间,损伤2横向坐标位于2号和3号测点之间。由图13(a)可以看出,距离损伤较近的4号测点曲率比值比5号测点小,出现了定位误差,其原因可能是布点数量不足或存在接触式传感器误差。由图13(b)可以看出,各测线上3号测点虽然准确识别了损伤区域,但3号测点比值大小在损伤区域附近的差异不显著。

损伤1和2的相对欧氏曲率相似度对比见表7。通过比较表7中各测线RECS值,识别出损伤1纵向坐标位于第1测线附近,且距离第2测线较近、第3测线较远,损伤2位于第2、第3测线之间且与第2测线距离较近。

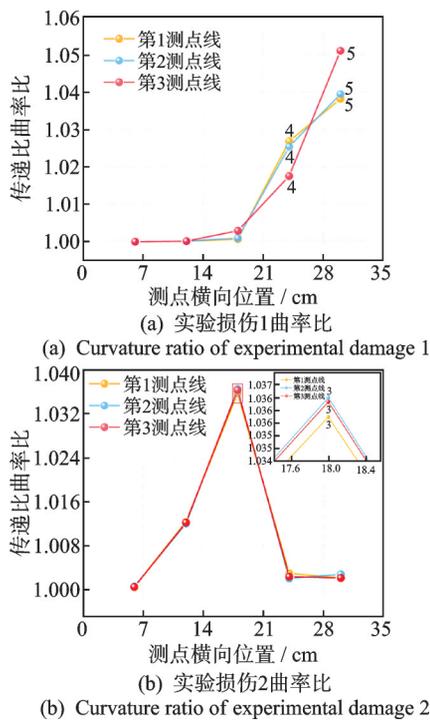


图 13 实验损伤 1 和 2 的曲率对比

Fig.13 Comparison of curvature ratios of experimental damage 1 and 2

表 7 损伤 1 和 2 的相对欧氏曲率相似度对比

Tab.7 Comparison of similarity of relative euclidean curvature between damage 1 and 2

边界条件	损伤模型	第 1 测线 RECS 值	第 2 测线 RECS 值	第 3 测线 RECS 值
单边固支	损伤 1	1	0.933	0.835
	损伤 2	1	1.112	1.082

## 5 结 论

1) 本研究所提方法通过较少测点即可较准确地定位薄板结构上不同位置的单处及多处损伤,但在多处损伤中若损伤位置接近则可能导致其中一些损伤的位置无法准确辨识。

2) 对损伤前后的模型施加不同单点激励(激励位置相同)进行损伤识别,所提方法在无法获得损伤前后的激励信息情况下仍可完成损伤定位。

3) 在 10 dB 噪声环境下,所提方法对于单处以及多处损伤模型均未能准确定位损伤。在 20 dB 噪声环境下,该方法定位 10% 损伤程度的损伤部位效果较差,但定位 20% 损伤程度的单处与多处损伤部位效果均较好,具有一定的抗噪性。

4) 缩短测线上测点间距可以有效提升本方法的损伤识别效果,而缩小测线间隔对于损伤识别效果的提升作用较小。

## 参 考 文 献

[1] PANDEY A K, BISWAS M, SAMMAN M M. Damage detection from changes in curvature mode shapes

[J]. Journal of Sound and Vibration, 1991, 145(2): 321-332.

[2] 彭华, 游春华, 孟勇. 模态曲率差法对梁结构的损伤诊断[J]. 工程力学, 2006, 23(7): 49-53, 7. PENG Hua, YOU Chunhua, MENG Yong. Damage diagnosis of beam structures by modal curvature difference method[J]. Engineering Mechanics, 2006, 23(7): 49-53, 7.(in Chinese)

[3] 曹晖, 张新亮, 曹永红, 等. 采用改进单元刚度折减系数法识别结构损伤[J]. 振动与冲击, 2008, 27(6): 132-135, 139. CAO Hui, ZHANG Xinliang, CAO Yonghong, et al. Damage identification based on improved elemental stiffness reduction factor[J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(6): 132-135, 139.(in Chinese)

[4] LIU X, LIEVEN N A J, ESCAMILLA-AMBROSIO P J. Frequency response function shape-based methods for structural damage localisation[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2009, 23(4): 1243-1259.

[5] REDDY D, SWARNAMANI S. Application of the FRF curvature energy damage detection method to plate like structures[J]. World Journal of Modelling and Simulation, 2012, 8(2): 147-153.

[6] ZHAO J, DESMIDT H, YAO W. Damage assessment of the truss system with uncertainty using frequency response function based damage identification method [J]. Proceedings of SPIE—the International Society for Optical Engineering, 2015, 9437: 72-81.

[7] MAIA N M M, ALMEIDA R A B, URGUEIRA A P V, et al. Damage detection and quantification using transmissibility[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, 25(7): 2475-2483.

[8] KONG X, ASCE SM, CAI C S, et al. Damage detection based on transmissibility of a vehicle and bridge coupled system [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2015, 141(1): 401-410.

[9] ZHANG L, LANG Z Q, PAPAELIAS M. Generalized transmissibility damage indicator with application to wind turbine component condition monitoring[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(10): 6347-6359.

[10] 颜王吉, 王朋朋, 孙倩, 等. 基于振动响应传递比函数的系统识别研究进展[J]. 工程力学, 2018, 35(5): 1-9, 26. YAN Wangji, WANG Pengpeng, SUN Qian, et al. Recent advances in system identification using the transmissibility function[J]. Engineering Mechanics, 2018, 35(5): 1-9, 26.(in Chinese)

[11] XIAN Z, LING Y. Structural damage identification based on transmissibility assurance criterion and weighted Schatten-p regularization[J]. Structural Engineering and Mechanics, 2022, 82(6): 771-783.



第一作者简介:秦远田,男,1971年12月生,博士,副教授。主要研究方向为结构动力学与控制、动载荷识别、结构损伤识别等。  
E-mail: qinyt@nuaa.edu.cn