

基于 ESO 的磁悬浮转子系统基础激励抑振研究*

沈 权^{1,2}, 周 瑾¹, 张一博¹, 张 越¹, 徐园平¹

(1. 南京航空航天大学机电学院 南京, 210016)

(2. 西安机电信息技术研究所 西安, 710065)

摘要 磁悬浮转子在基础激励作用下振动会进一步加剧, 严重时会发生碰摩而使系统失稳。针对此问题, 通过引入扩张状态观测器(extended state observer, 简称 ESO)来实现基础激励的振动控制, 其鲁棒性强且不依赖精确建模, 可以实时观测扰动。首先, 搭建基础激励下磁悬浮转子机电一体化模型, 利用该模型仿真分析了基础激励参数与比例-积分-微分(proportional integral derivative, 简称 PID)控制参数变化对系统动力学响应的影响规律, 得知 PID 难以满足基础激励抑振需求; 其次, 分析了基础激励对转子系统的径向耦合作用, 利用 ESO 将基础等效力与系统耦合项作为扰动进行振动补偿, 并完成 ESO 的设计与参数整定; 最后, 仿真对比分析了不同基础激励作用下引入 ESO 的振动补偿效果。试验结果表明, 引入 ESO 使基础激励下转子振动位移衰减达 30% 以上, 具有较强的鲁棒性和抗干扰能力。

关键词 磁悬浮轴承; 基础激励; 扩张状态观测器; 振动控制

中图分类号 TH133.3

引 言

由于主动磁悬浮轴承具有高转速、无摩擦、主动可控等优势, 近年来逐渐被应用于存在基础运动的机械设备中^[1-2]。当搭载设备发生基础运动时, 与基础固连的轴承定子所引起的基础激励会影响磁悬浮转子的平稳运行, 此为在基础激励下磁悬浮转子的振动问题。相比于固定基础, 磁悬浮转子除了受到不平衡作用, 还会受到基础激励的影响, 这使得转子振动进一步加剧。由于磁悬浮轴承定子与转子间隙很小, 强基础激励作用甚至会导致转子发生碰摩而造成事故, 因此必须考虑基础激励的振动响应, 选择合适的控制器进行振动控制。

在动力学建模与分析方面, Soni 等^[3]基于船用转子系统, 建立了受基座激励的磁悬浮转子系统有限元模型。基于该模型, 文献[4-6]开展了稳定性分析与强基础激励下的非线性动力学研究。房建成等^[7]针对航天器磁悬浮控制陀螺, 建立了空间运动中的磁悬浮转子动力学方程, 分析了框架间的耦合作用以及非线性行为。姜豪等^[8]分析了船舶中不同基础倾斜工况对控制电流和转子位移的影响。

在振动控制方面, 祝长生等^[9]指出 PID 控制器的抑制能力有限, 需要重新设计控制器。针对 PID 控制的不足, Shan 等^[10]将滑模控制器应用到车辆基础俯仰运动中, 理论推导与试验分析了该方法的控

制效果。Chen 等^[11]讨论了地震激励下的转子系统, 利用 H_∞ 和 H_2 控制来提高系统的鲁棒性能。郑世强等^[12]设计了基于结构奇异值的鲁棒控制方法, 以解决控制力矩陀螺中的参数摄动与未建模误差的问题。Inoue 等^[13]利用干扰观测器通过将外部扰动观测补偿进行振动控制。Suzuki^[14]通过引入加速度前馈补偿进行转子振动控制。文献[15-16]利用转子能量采集调控系统振动位移及可靠性。但是, 滑模控制、干扰观测器等控制方法均对磁悬浮转子系统建模精度要求较高, 难以实现精确控制。

由于基础激励下磁悬浮转子的动力学模型较为复杂, 不仅存在建模误差与耦合作用, 而且基础激励种类繁多, 不易预测辨识, 难以得到精确且唯一的磁悬浮转子数学模型。因此, 根据 ESO 具备不依赖精确建模、鲁棒性强的特点, 笔者在 PID 控制的基础上通过引入 ESO 来实现转子的振动控制。

1 基础激励下磁悬浮转子系统动力学

1.1 基础激励下磁悬浮转子运动方程

考虑到本研究转子工作转速远低于一阶临界转速, 笔者以刚性磁悬浮转子为研究对象, 选取常见的基础简谐激励为激励源, 结合文献[17], 介绍转子运动方程的求解过程。

* 国家自然科学基金资助项目(52075239)

收稿日期: 2022-05-24; 修回日期: 2022-09-06

基础激励下磁悬浮转子动力学建模的主要思路如下:首先,建立参考/基础/转子等坐标系;其次,求解转子动能、势能及耗散能,将磁轴承电磁力作为广义力;最后,代入到拉格朗日方程中进行求解计算。

考虑基础运动的磁悬浮转子系统如图1所示,其中AMB表示磁悬浮轴承。该系统主要包含参考(大地)坐标系 $Oxyz$ 、基础坐标系 $O_bx_b y_b z_b$ 以及转子坐标系 $O_r x_r y_r z_r$ 。当不考虑空气阻尼以及重力势能的微小变化时,只需求解转子动能即可。

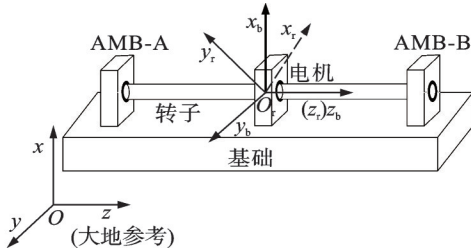


图1 考虑基础运动的磁悬浮转子系统

Fig.1 Magnetic rotor system considering base motion

将转子动能与电磁力代入到拉格朗日方程中进行求解,即

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}} + \frac{\partial V}{\partial q} = Q \quad (1)$$

其中: T 为系统动能; R 为系统耗散能; V 为系统势能; q 为广义坐标; Q 为系统受到的各种广义力。

取转子质心 $q = [x, y, \alpha, \beta]^T = [u_x, u_y, \theta_x, \theta_y]^T$ 作为广义坐标,同时考虑转子不平衡作用,整理得到径向4自由度基础激励下的磁悬浮转子运动方程为

$$M\ddot{q} + (G + C_b)\dot{q} + K_b q = F_u + F_b + Bf_{AMB} \quad (2)$$

其中: $f_{AMB} = [f_{x1}, f_{x2}, f_{y1}, f_{y2}]^T$,为磁悬浮轴承提供的电磁力; M 为广义质量矩阵; G 为陀螺矩阵; C_b, K_b 为基础运动引起的附加阻尼与刚度矩阵; B 为电磁力作用矩阵; F_b 为基础运动引起的广义力。

转子运动十分复杂,基础激励不仅产生了附加刚度阻尼项,还对转子系统存在非对角项的径向耦合作用,基础激励之间也存在径向/轴向参数耦合,因此对基于模型的精确控制非常困难。

1.2 基础激励下磁悬浮转子系统机电模型

对于磁悬浮轴承电磁力,选取常用的线性化表达^[18]为

$$f_{AMB} = k_i i - k_x q_d \quad (3)$$

其中: k_i 为电流刚度系数; k_x 为位移刚度系数; q_d 为磁轴承处转子位移。

为了便于后续对比,控制器选取经典的PID控制,其传递函数为

$$G_c(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + \frac{k_d s}{T_s + 1} \quad (4)$$

其中: k_p, k_i, k_d 分别为控制器比例系数、积分系数和微分系数; T_s 为不完全微分常数。

本研究中功率放大器与传感器均可视为理想的比例环节,即

$$G_a(s) = k_a = 0.34 \text{ A/V} \quad (5)$$

$$G_s(s) = k_s = 20\,000 \text{ V/m} \quad (6)$$

由于PID采用分散控制,以单自由度为例,控制电流 i 包含了闭环控制系统各个环节作用,在时域中可表达为

$$i = -k_s k_a (k_p q_h + k_i \int q_h dt + k_d \dot{q}_h) \quad (7)$$

PID控制下磁悬浮转子系统作用原理如图2所示。

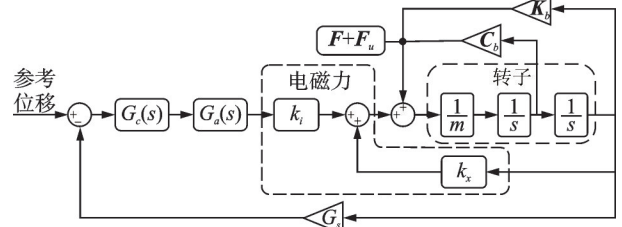


图2 PID控制下磁悬浮转子系统作用原理图

Fig.2 Working law of magnetic rotor system under PID control

传感器测量转子在该点处的位移量,输出的位移通过控制器的控制电流在磁悬浮轴承处进行控制,然而质心、传感器及磁悬浮轴承的作用点并不在同一位置。令磁轴承处转子位移为 $q_d = [x_1, y_1, x_2, y_2]^T$,传感器处的转子位移为 $q_h = [x_{h1}, y_{h1}, x_{h2}, y_{h2}]^T$,则质心位移 q 与 q_d, q_h 之间的转换矩阵为

$$q_c = Rq_d = Hq_h \quad (8)$$

$$\text{其中: } R = \frac{1}{l_1 + l_2} \begin{bmatrix} l_2 & 0 & l_1 & 0 \\ 0 & l_2 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad H = \frac{1}{l_{h1} + l_{h2}} \begin{bmatrix} l_{h2} & 0 & l_{h1} & 0 \\ 0 & l_{h2} & 0 & l_{h1} \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}。$$

1.3 基础激励下磁悬浮转子系统动力学分析

本研究利用 Matlab/Simulink 搭建仿真模型,主要讨论基础激励对转子振动的影响以及PID控制器的振动抑制能力。在仿真分析前给出磁悬浮转子系统的主要参数,如表1所示。

为符合实际工况,参考舰船类国家军用标准 (GJB 150.16—1986),取径向基础平动与转动的复

表 1 磁悬浮转子系统主要参数表		
Tab.1 Main parameters of magnetic rotor system		
符号	参数	数值
m	转子质量/kg	2.4
J_z	极转动惯量/(kg·m ²)	3.8×10^{-4}
l_1/l_2	两端磁轴承到质心距离/mm	116.5
l_{h1}/l_{h2}	两端传感器到质心距离/mm	101.0
J_r	直径转动惯量/(kg·m ²)	1.612×10^{-2}
i_0	偏置电流/A	1.2
k_i	电流刚度系数/(N·A ⁻¹)	39.18
k_x	位移刚度系数/(N·m ⁻¹)	1.18×10^5

合激励,PID控制参数的选取以自然刚度原则为依据,主要根据磁悬浮转子数学模型参数来确定,并结合预试验进行微调,即 $k_p=2,k_D=0.0015,k_i=1$ 。该参数下转子振动位移与基础激励参数的变化关系用响应面表达,其中基础平动和转动参数变化的转子位移响应分别如图3,4所示。

图3中,基础y向转动(5 Hz-0.05 rad)为固定参数,x向平动为变化参数。可以看出:在低频率/幅

值下,转子位移幅值随参数增加近似呈线性关系,在高频率/幅值下转子位移呈非线性,这里因为强基础激励下随着转子位移的增加,磁悬浮轴承的电磁力逐渐远离了线性化区间;同时,在5 Hz与10 Hz处,转子位移塌陷,这是基础激励之间耦合所引起。

与图3变化规律相似,图4主要为固定基础平动激励,转子位移随基础转动参数变化的响应面的最高位移幅值可以达到80 μm左右。本研究中磁悬浮转子试验台保护轴承间隙只有125 μm,可见PID控制下强基础激励作用存在转子与轴承碰摩的可能性。

下面讨论PID的振动抑制能力。由于积分系数 k_i 对转子位移抑制影响较小,故不作讨论。取固定基础激励参数(平动-5 Hz-1 mm),控制参数变化的转子位移响应如图5所示。

由图5可以看出, k_p 主要影响转子位移变化, k_D 影响很小,但由于系统稳定性要求, k_p 变化范围是有限的。整体来看,PID对基础激励的抑制能力有限,在强基础激励下通过调整PID参数进行振动抑制具有局限性。

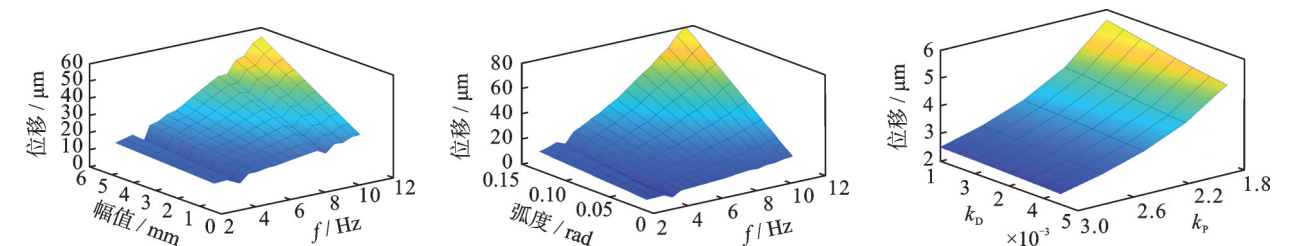


图3 基础平动参数变化的转子位移响应

图4 基础转动参数变化的转子位移响应

图5 控制参数变化的转子位移响应

Fig.3 Rotor displacement with base translational parameters

Fig.4 Rotor displacement with base rotation parameters

Fig.5 Rotor displacement with control parameters

2 扩张状态观测器设计

由于PID控制对基础激励的抑制能力有限,且实际工况下磁悬浮转子受到的扰动并不是单一简谐频率,磁悬浮转子受到的外部扰动存在多种激励,其特征复杂,建立对应的激励模型并不利于振动控制。由于扩张状态观测器不基于模型,在低频干扰处补偿能力较强,本节针对基础激励下的磁悬浮转子系统进行ESO设计与参数整定。

2.1 扩张状态观测器基本原理

自抗扰控制^[19]主要包含3个部分:跟踪微分器、非线性反馈和扩张状态观测器。其中,ESO作为自抗扰控制的核心部分,其最突出的特征就是观测器设计不需要生成扰动的精确数学模型,而是将被控对象的所有扰动作用归结为未知扰动进行估计并给

予补偿。针对基础激励建模复杂、模型中附加刚度阻尼矩阵存在耦合项及模型推导中简化的未建模动态等问题,ESO可以将基础激励的广义外力扰动、耦合项以及其他扰动作用统一归结为未知扰动进行补偿,因此具备很好的鲁棒性与实用性。

状态观测器的基本原理为根据测量系统输入(控制量)与系统输出(部分状态变量及其函数)来确定内部的状态信息。在经典的状态观测器基础上,扩张状态观测器不仅要观测系统的状态,还要估计系统的总扰动,在对应加速度的实时作用尺度上扩张新的状态变量。ESO基本原理如图6所示。

对于线性控制系统,有

$$\begin{cases} \dot{X}=AX+BU \\ Y=CX \end{cases} \quad (9)$$

其中: X,U,Y 分别为 n,p,q 维状态变量,一般 $q<n,p<n$ 。

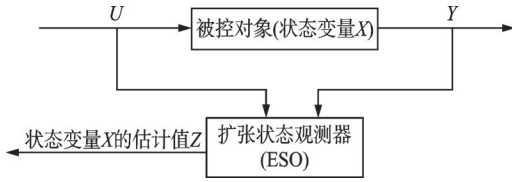


图6 ESO 基本原理图

Fig.6 Basic principle block diagram of ESO

将输出量 Y 与输入量 X 作为 ESO 的输入, 建立如下形式

$$\dot{Z} = AZ - L(CZ - Y) + BU = (A - LC)Z + LY + BU \quad (10)$$

令 2 个系统状态变量误差为

$$e_0 = Z - X \quad (11)$$

选取合适的矩阵 L 使得 e_0 的前置项稳定, 则 $e_0 \rightarrow 0$ 。因此, $z(t)$ 可以近似地估计状态变量 $x(t)$, 系统的状态观测器公式可改写为

$$\begin{cases} e_0 = CZ - Y \\ \dot{Z} = AZ - Le_0 + BU \end{cases} \quad (12)$$

推广到一般 n 阶非线性系统, 有

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}, w(t)) + bu(t) \\ y = x \end{cases} \quad (13)$$

其中: f 为不确定或未知函数; $w(t)$ 为外部扰动; b 为根据系统设计的控制参数; y 为系统的输出。

令状态变量为

$$\begin{cases} x_1 = x(t) \\ x_2 = \dot{x}(t) \\ x_3 = \ddot{x}(t) \\ \vdots \\ x_n = x^{(n-1)} \end{cases} \quad (14)$$

相比状态观测器, 扩张状态观测器的核心就是将函数 f 扩充为第 $n+1$ 个状态变量, 即

$$x_{n+1} = a(t) = f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}, w(t)) \quad (15)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{l_h^2} \begin{bmatrix} ml_{h2}^2 + J_r & 0 & ml_{h1}l_{h2} - J_r & 0 \\ 0 & ml_{h2}^2 + J_r & 0 & ml_{h1}l_{h2} - J_r \\ ml_{h1}l_{h2} - J_r & 0 & ml_{h1}^2 + J_r & 0 \\ 0 & ml_{h1}l_{h2} - J_r & 0 & ml_{h1}^2 + J_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_{h1} \\ \ddot{y}_{h1} \\ \ddot{x}_{h2} \\ \ddot{y}_{h2} \end{bmatrix} + \\ & \frac{1}{l_h^2} \begin{bmatrix} 0 & C_{12}l_{h2}^2 - C_{43} + J_z\Omega & 0 & C_{12}l_{h1}l_{h2} + C_{43} - J_z\Omega \\ C_{21}l_{h2}^2 - C_{34} - J_z\Omega & 0 & C_{21}l_{h1}l_{h2} + C_{34} + J_z\Omega & 0 \\ 0 & C_{12}l_{h1}l_{h2} + C_{43} - J_z\Omega & 0 & C_{12}l_{h1}^2 - C_{43} + J_z\Omega \\ C_{21}l_{h1}l_{h2} + C_{34} + J_z\Omega & 0 & C_{21}l_{h1}^2 - C_{34} - J_z\Omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_{h1} \\ \dot{y}_{h1} \\ \dot{x}_{h2} \\ \dot{y}_{h2} \end{bmatrix} + \\ & \frac{1}{l_h^2} \begin{bmatrix} K_{11}l_{h2}^2 - K_{41}l_{h2} + K_{44} & K_{12}l_{h2}^2 - K_{43} & K_{11}l_{h1}l_{h2} - K_{41}l_{h1} - K_{44} & K_{12}l_{h1}l_{h2} + K_{43} \\ K_{21}l_{h2}^2 - K_{34} & K_{22}l_{h2}^2 + K_{32}l_{h2} + K_{33} & K_{21}l_{h1}l_{h2} + K_{34} & K_{22}l_{h1}l_{h2} + K_{32}l_{h1} - K_{33} \\ K_{11}l_{h1}l_{h2} + K_{41}l_{h2} - K_{44} & K_{12}l_{h1}l_{h2} + K_{43} & K_{11}l_{h1}^2 + K_{41}l_{h1} + K_{44} & K_{12}l_{h1}^2 - K_{43} \\ K_{21}l_{h1}l_{h2} + K_{34} & K_{22}l_{h1}l_{h2} - K_{32}l_{h2} - K_{33} & K_{21}l_{h1}^2 - K_{34} & K_{22}l_{h1}^2 - K_{32}l_{h1} + K_{33} \end{bmatrix} = \\ & - \begin{bmatrix} k_{xx1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{xx2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{yy1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{yy2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{ix1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{ix2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{iy1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{iy2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{x1} \\ i_{x2} \\ i_{y1} \\ i_{y2} \end{bmatrix} + \frac{1}{l_h} \begin{bmatrix} l_{h2}F_{u1} - F_{u4} \\ l_{h2}F_{u2} + F_{u3} \\ l_{h1}F_{u1} + F_{u4} \\ l_{h1}F_{u2} - F_{u3} \end{bmatrix} + \frac{1}{l_h} \begin{bmatrix} l_{h2}F_{b1} - F_{b4} \\ l_{h2}F_{b2} + F_{b3} \\ l_{h1}F_{b1} + F_{b4} \\ l_{h1}F_{b2} - F_{b3} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (19)$$

该系统的扩展状态观测器表示为

$$\begin{cases} e_1 = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01}g_1(e_1) \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_{02}g_2(e_1) \\ \vdots \\ \dot{z}_n = z_{n+1} - \beta_n g_n(e_1) + bu \\ \dot{z}_{n+1} = -\beta_{n+1}g_{n+1}(e_1) \end{cases} \quad (16)$$

其中: β 为增益参数; g 为非线性函数。

选取合适的 β 与 g 值, ESO 将较好地观测出状态变量以及扩张变量。

2.2 扩张状态观测器设计及参数整定

ESO 设计的被控对象是基础激励下的磁悬浮轴承-转子系统, 基于 ESO 利用被控对象输入控制电压量 U 与输出位移量 Y 进行观测的基本原理, 结合基础简谐激励下磁悬浮转子运动方程式, 由线性化电磁力可得转子在磁轴承位置处的电磁力表达式为

$$\begin{bmatrix} f_{x1} \\ f_{x2} \\ f_{y1} \\ f_{y2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{xx2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{yy1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{yy2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{ix1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{ix2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{iy1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{iy2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{x1} \\ i_{x2} \\ i_{y1} \\ i_{y2} \end{bmatrix} \quad (17)$$

其中: k_x, k_i, i 为各个矩阵元素, 分别对应磁悬浮转子 4 自由度的位移刚度系数、电流刚度系数以及控制电流。

取转子位移坐标为磁轴承处的位移, 即 $q_h = [x_{h1}, y_{h1}, x_{h2}, y_{h2}]^T$, 对应的转子运动方程为

$$MH\ddot{q}_h + (G + C_b)H\dot{q}_h + (K_bH + BK_xR^{-1}H)q_h = BK_iI + F_u + F_b + F_g \quad (18)$$

将式(18)左乘矩阵 H^T , 推导出转子运动方程为

为了计算与表示简便,在附加刚度阻尼矩阵 K_b, C_b 与广义外力矩阵 F_u, F_b 中的元素均由 K_{ij}, C_{ij}, F_{ui} 和 F_{bi} 代替,同时简化矩阵计算,具体为 $H^T B \approx 1, R^{-1} H \approx 1$ 。可以看出,由磁悬浮转子传感器处位移与控制电流表示的转子运动方程十分复杂,不仅在质量矩阵中存在耦合项,而且在系统刚度和阻尼矩阵中也存在耦合项,这是由陀螺效应以及基础激励(主要为转动激励)引起的。为了量化实际基础激励工况下的耦合作用,利用搭建的仿真模型对相关耦合作用进行简要分析。

以基础复合激励为例,参数选取平动激励(振动频率为 10 Hz、振动幅值为 2 mm)与转动激励(转动幅值为 5° 、转动频率为 10 Hz),通过仿真采集某一自由度上由附加刚度阻尼矩阵引起的耦合力与耦合力矩项,与转速频率为 50 Hz 时的陀螺力矩进行对比。耦合力(矩)与陀螺力矩对比如图 7 所示。

由图 7 可以看出,对于本研究的转子结构,在低转速下陀螺力矩的影响很小,而基础激励引起的耦合广义力远远小于陀螺力矩的幅值,这是因为实际工况中基础激励参数较小,并且转子尺寸也较小。整体来看,本研究磁悬浮转子系统中,由基础激励引起的耦合作用很小,并不需要特定的解耦算法进行控制解耦。

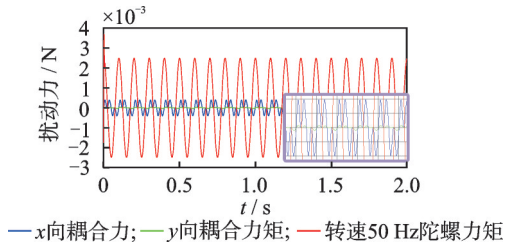


图7 耦合力(矩)与陀螺力矩对比

Fig.7 Comparison of coupling force (moment) and gyroscopic moment

实际上系统模型在建立过程中并不精确,除了上述耦合,还存在磁极间的磁耦合、力耦合、磁轴承间的力矩与转矩耦合以及测控分离引起的控制耦合等等。ESO可以不基于精确的数学模型进行设计,能够将系统内部扰动与外部扰动统一作为总扰动进行处理,并对其进行补偿。这种振动控制补偿也可以近似认为是一种解耦,因此在ESO设计中不再考虑基础激励引起的附加刚度阻尼与广义外力,而是统一作为扰动进行观测补偿。

由于磁悬浮转子各自由度间耦合作用由ESO观测补偿,所以转子系统的ESO设计可以按照单自由度进行分散控制。以径向第1自由度为例,磁悬

浮转子运动方程可以表示为

$$m_1 \ddot{x}_{h1} = -k_{xr1} x_{h1} + k_{il} i_{r1} + F_1 \quad (20)$$

取 $i_{r1} = k_{a1} u_{r1}$, $u_{r1} = k_{s1} q_{h1}$, 将其余扰动 $p(t)$ (包含内部耦合作用与外力扰动) 均扩充为新的状态变量 $x_3(t)$, 同时令 $\dot{x}_3(t) = w(t)$, 则扩张后的磁悬浮转子状态空间模型表示为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{k_{xr1}}{m_1} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_{il} k_{s1} k_{a1}}{m_1} \\ 0 \end{bmatrix} u_{r1} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} w(t) \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (21)$$

由前述可知, g 为非线性函数, 会导致控制器参数较多, 同时在参数调节中缺乏理论指导。为了便于参数整定, 借鉴文献[20]提出的带宽概念, 将ESO参数整定过程中的函数取为线性函数, 即线性扩张状态观测器(linear extended state observer, 简称LESO), 由此将参数降为4个, 大大简化了控制参数的设计与调节。

当选取LESO后, 即 $g_i(e_1) = e$, 系统的LESO可以表示为

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + LC(x - \hat{x}) \quad (22)$$

其中: L 为观测器增益向量, $L = [\beta_{01} \beta_{02} \beta_{03}]^T$ 。

相关理论证明, 矩阵 A 和 C 是可观测的, 可得到系统对应的扩张状态观测器方程为

$$\begin{cases} e_1 = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01} e_1 \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_{02} e_1 + \frac{k_{il} k_{s1} k_{a1}}{m_1} u_{r1} + \frac{k_{xr1}}{m_1} z_1 \\ \dot{z}_3 = -\beta_{03} e_1 \end{cases} \quad (23)$$

将式(21)与式(23)两式作差可得LESO的误差方程为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - \beta_{01} e_1 \\ \dot{e}_2 = e_3 - \beta_{02} e_1 + \frac{k_{xr1}}{m} e_1 \\ \dot{e}_3 = -w(t) - \beta_{03} e_1 \end{cases} \quad (24)$$

当观测器增益向量 L 选取合适的参数时, LESO即可对状态变量进行跟踪, 并根据式(31)对于扩张的状态变量进行补偿, 即

$$u = u_0 - z_3/b \quad (25)$$

其中: b 为反馈补偿参数。

对于LESO中的 β_{01}, β_{02} 和 β_{03} , 结合带宽理论, b 参数在观测器的带宽 ω_0 处进行极点配置, 这样可以使系统有较好的过渡过程及稳定性。具体参数选取

关系为

$$\begin{cases} \beta_{01} = 3\omega_0 \\ \beta_{02} = 3\omega_0^2 \\ \beta_{03} = \omega_0^3 \end{cases} \quad (26)$$

理论上 β_{02} 还包含 k_{x1}/m_1 项,但远小于原项,故可忽略不计。在磁悬浮轴承系统中,结合香农定理,带宽选取范围一般为 $(0, 2/T)$, T 为系统计算采样频率。在本研究中控制器采样频率为 20 kHz,理论取值范围为 $(0, 40\ 000)$ 。一般来说,带宽选取越高,跟踪速度与波形越好,但噪音影响更大,所以应当结合工况条件进行合适的选取。反馈补偿参数 b 在系统中是时变的,在初始仿真时可近似取为 $m_1/k_{i1}k_{s1}k_{a1}$,并根据仿真效果进行调整。

3 基于 ESO 的磁悬浮转子仿真分析

3.1 ESO 扰动观测分析

本研究基于 Matlab/Simulink 进行仿真分析。磁悬浮转子系统 PID+ESO 控制原理如图 8 所示。ESO 参数通过观测扰动对比来进行调整,在调整参数时不仅要考虑基础激励频率的影响,还要考虑转速不平衡的影响。通过仿真调试,得到仿真参数分别为 $b=1$, $\omega=2\text{ kHz}$ 。由图 8 可以看出,ESO 可以

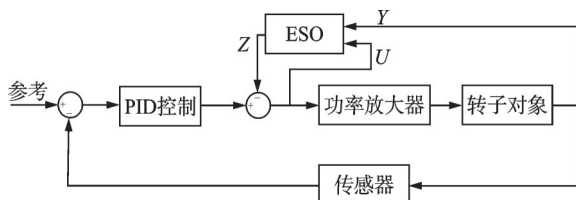


图 8 磁悬浮转子系统 PID+ESO 控制原理

Fig.8 PID+ESO control principle of magnetic rotor system

较好地观测模型中的扰动,但不同激励参数、不同转速的扰动观测能力并不相同。

以基础激励参数为 15 Hz-2 mm 为例,在转速频率为 100 Hz 条件下通过进行 ESO 扰动观测,其效果如图 9 所示。

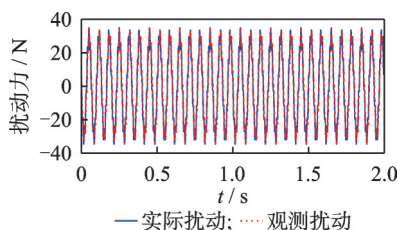


图 9 ESO 扰动观测效果

Fig.9 ESO disturbance observation effect

3.2 PID 与引入 ESO 的转子仿真对比分析

从控制逻辑上来讲,ESO 作为扰动观测器并不影响原控制器的选取,ESO 的作用是在原有 PID 控制上进行振动补偿。本节仿真选取同参数的 PID 控制进行对比,分析引入 ESO 对不同基础激励的扰动补偿能力。

首先,针对基础平动激励,激励参数选取静浮-10 Hz-2 mm 以及转速频率 50 Hz-15 Hz-1 mm,仿真时间取 2 s,各参数与第 1 节相同,选取转子 2 路位移信号。2 种情况下参数转子位移对比分别如图 10、11 所示

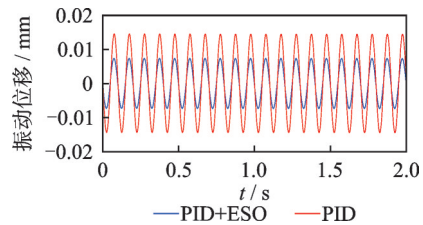


图 10 静浮-10 Hz-2 mm 参数转子位移对比

Fig.10 Static-10 Hz-2 mm rotor displacement comparison

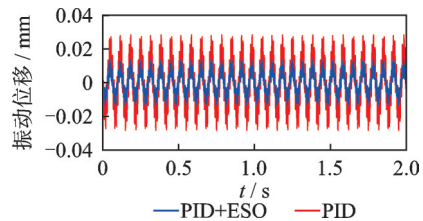


图 11 转速频率 50 Hz-15 Hz-1 mm 参数转子位移对比

Fig.11 Rotational speed:50 Hz-15 Hz-1 mm rotor displacement comparison

由图 10 可以看出,在转子静浮条件下,相比 PID 控制,引入 ESO 使转子位移衰减了约 50%。由图 11 可以看出,当引入转速信息后,转子波形的正弦性变差,但 ESO 依然具备振动补偿能力,引入 ESO 补偿后的转子位移幅值由 0.028 mm 减小到 0.016 mm,振动位移衰减了约 42.8%。由此可见,虽然转子转速会使 ESO 扰动补偿能力有所降低,但整体来看其影响并不明显。

下面讨论 ESO 对基础转动激励与基础复合激励的扰动补偿能力。同样地,基础转动激励参数选取静浮-15 Hz-3°,基础复合激励参数选取转速频率 100 Hz-(15 Hz-2 mm 平动)-(8 Hz-5°转动),相关参数与前面相同。基础转动激励与基础复合激励参数转子位移对比分别如图 12、13 所示

由图 12 可看出,基础转动激励下引入 ESO 的转子位移响应衰减与基础平动激励是相似的,衰减

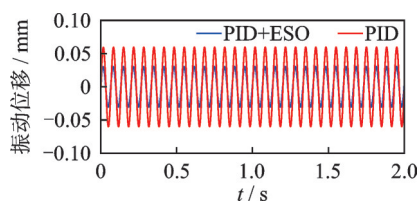


图12 基础转动激励参数转子位移对比

Fig.12 Comparison of rotor displacements under rotational excitation of foundation

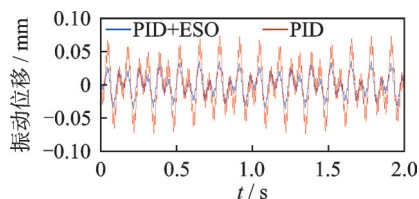


图13 基础复合激励参数转子位移对比

Fig.13 Comparison of rotor displacements under composite excitation of foundation

约为50%。当考虑基础复合激励时,转子位移响应变得复杂,是2种激励频率与不平衡共同耦合作用下的位移响应,ESO进行补偿后转子位移也不具有规律性,在该参数下转子位移由0.07 mm减小到0.04 mm,位移衰减了约43%,依然具备减振能力。

4 基于ESO的磁悬浮转子试验验证

4.1 试验平台介绍

本研究所采用的磁悬浮转子系统试验台如图14所示。作为典型的机电一体化系统,其主要包括机械系统与电控系统两部分,机械系统包含径向与轴向磁悬浮轴承、转子、保护轴承、电机和支承底座等,电控系统包括位移传感器、变频器、功率放大器、dSPACE平台以及上位机等。

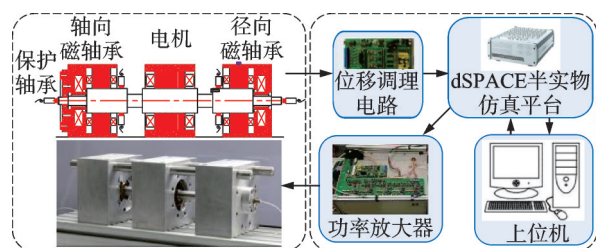


图14 磁悬浮转子试验台

Fig.14 Magnetic rotor system test rig

试验振动台为苏试Dc系列通用型电动振动台,将磁悬浮转子试验台放置在振动台体上,可以模拟磁悬浮转子承受的基础平动激励作用。基于振动试验条件,本研究主要验证基础平动激励下引入ESO

的磁悬浮转子振动补偿能力。基础激励下磁悬浮转子系统现场图如图15所示。

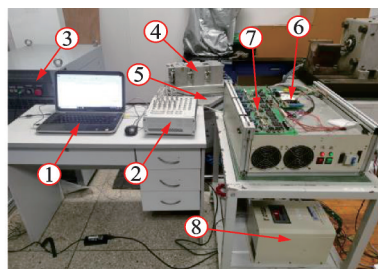


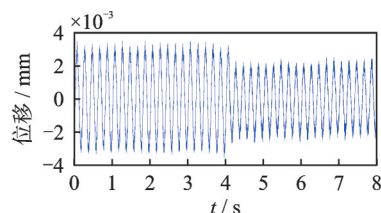
图15 基础激励下磁悬浮转子系统现场图

Fig.15 Experiment of magnetic rotor with base excitation

4.2 PID与引入ESO的转子试验对比分析

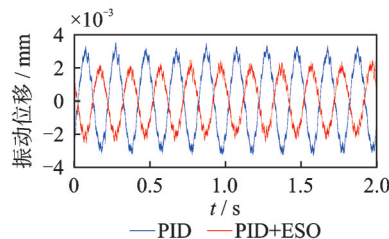
为了验证加载ESO在各基础激励参数下的有效性,进行了多组参数试验。由于ESO是外部加载,因此将ESO设置为类似开关环节,通过切换进行转子振动位移对比。基础激励时间取8 s,在前4 s由PID控制采集转子位移,在后4 s引入ESO扰动补偿采集对比后的转子位移。本节各参数均与仿真保持一致,转子位移仍然取2路位移信号。

取激励参数为静浮-5 Hz-2 mm,转子位移对比如图16所示。



(a) 转子位移时序变化对比

(a) Comparison of temporal changes in rotor displacement



(b) 转子位移对比局部图

(b) Local comparison diagram of rotor displacement

图16 静浮-5 Hz-2 mm参数转子位移对比

Fig.16 Static-5 Hz-2 mm rotor displacement comparison

图16(a)中前4 s为PID控制下转子位移,后4 s为引入ESO后的转子位移;图16(b)为数据处理后转子位移减振效果的局部对比。由图16(a)可以看出,相比于PID控制下的转子位移,引入ESO补偿

扰动后转子位移明显减小,振动位移从 0.003 3 mm 减小到 0.002 2 mm 左右,转子位移衰减约为 33.3%。但是,试验无法达到仿真中的衰减效果,这是由于转子试验台存在内部固有干扰,无法进行观测补偿,但从整体来看,试验依然验证了该控制算法的有效性。

改变基础激励参数,取参数为静浮-10 Hz-1 mm 及转速频率 100 Hz-15 Hz-1 mm,其余参数同前。2 种情况下参数转子位移对比如图 17,18 所示。

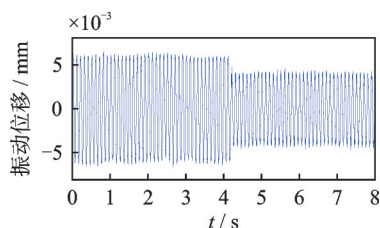


图 17 静浮-10 Hz-1 mm 参数转子位移对比

Fig.17 Static 10 Hz-1 mm rotor displacement comparison

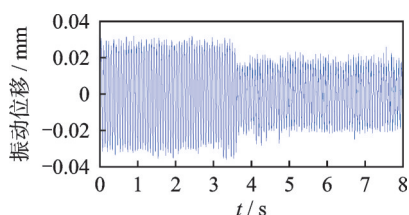


图 18 转速频率 100 Hz-15 Hz-1 mm 参数转子位移对比

Fig.18 Rotational speed: 100 Hz-15 Hz-1 mm rotor displacement comparison

由图 17 可以看出,改变激励频率和振动幅值后加载 ESO 依然具备振动补偿能力,其中转子位移幅值由 0.006 mm 减小到 0.004 mm,衰减率约为 33.3%。由图 18 可以看出,转子波形变差,该参数下转子位移衰减率约为 34%,ESO 同样具备减振效果。从整体来看,引入 ESO 的振动补偿可以使转子位移衰减 30%~40% 左右。

以上试验从时域角度进行了控制减振效果的对比,下面从频域角度进行说明。取激励参数为转速频率 50 Hz-15 Hz-2 mm 的转子位移响应,通过快速傅里叶变换(fast Fourier transform,简称 FFT)数据处理,其参数转子位移对比 FFT 如图 19 所示。可以看出,频域上主要体现为基础激励频率及其倍频,由于基础激励的影响,图中转速频率信息并不明显。通过振幅对比可知,不论是基础频率本身还是倍频,引入 ESO 均可进行振动抑制,在该参数下基础激励为 15 Hz 主频的振幅衰减约 50%。

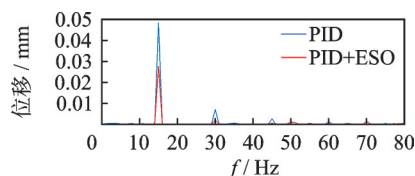


图 19 转速频率 50 Hz-15 Hz-2 mm 参数转子位移对比 FFT

Fig.19 Rotational speed: 50 Hz-15 Hz-2 mm rotor displacement comparison with FFT

5 结 论

1) 建立了基础激励下磁悬浮转子运动方程并搭建了系统机电一体化模型,仿真分析了基础激励参数与 PID 控制参数变化对转子系统动力学响应的影响规律,结果表明,基础激励下转子很容易发生碰摩,PID 难以满足基础激励的控制要求。

2) 利用 ESO 将基础激励的等效力与耦合项作为扰动进行振动补偿,基于磁悬浮转子系统设计了 ESO 并进行参数整定,通过仿真分析了引入 ESO 对基础激励的振动补偿效果,试验结果表明,转子振动位移衰减可达 30%~40%。

参 考 文 献

- [1] KANG M S, YOON W H. Acceleration feedforward control in active magnetic bearing system subject to base motion by filtered-X LMS algorithm [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2006, 14(1): 134-140.
- [2] JIKUYA I, FUJII K, YAMADA K. Attitude maneuver of spacecraft with a variable-speed double-gimbal control moment gyro [J]. Advances in Space Research, 2016, 58(7): 1303-1317.
- [3] SONI T, DUTT J K, DAS A S. Magnetic bearings for marine rotor systems: effect of standard ship maneuver [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(2): 1055-1064.
- [4] JARROUX C, DUFOUR R, MAHFOUD J, et al. Touchdown bearing models for rotor-AMB systems [J]. Journal of Sound and Vibration, 2019, 440: 51-69.
- [5] JARROUX C, MAHFOUD J, DUFOUR R, et al. Dynamic behavior of a rotor-AMB system due to strong base motions [C]//Proceedings of the 10th International Conference on Rotor Dynamics. Cham: Springer, 2019: 340-349.
- [6] SONI T, DUTT J K, DAS A S. Parametric stability analysis of active magnetic bearing supported rotor system with a novel control law subject to periodic base

- motion[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 67(2): 1160-1170.
- [7] 房建成, 任元. 磁悬浮控制力矩陀螺技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2014: 141-148.
- [8] 姜豪, 苏振中, 王东. 运动平台上磁轴承-转子系统的动力学建模[J]. 电工技术学报, 2019, 34(23): 4880-4889.
- JIANG Hao, SU Zhenzhong, WANG Dong. Dynamic modeling of magnetic bearing-rotor system on moving platform[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2019, 34(23): 4880-4889.(in Chinese)
- [9] 祝长生. 基础横向振动对电磁轴承转子系统动力特性影响的实验研究[J]. 航空学报, 2004, 25(2): 168-171.
- ZHU Changsheng. Experimental investigation on dynamic behaviour of active magnetic bearing-rotor system subject to base vibration[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2004, 25(2): 168-171.(in Chinese)
- [10] SHAN X, MENQ C H. Robust disturbance rejection for improved dynamic stiffness of a magnetic suspension stage[J]. IEEE-ASME Transactions on Mechatronics, 2002, 7(3): 289-295.
- [11] CHEN Y J, ZHU C S. Active vibration control based on linear matrix inequality for rotor system under seismic excitation[J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 314(1/2): 53-69.
- [12] 郑世强, 房建成, 魏彤, 等. MSCMG 磁轴承 μ 综合控制方法与实验研究[J]. 仪器仪表学报, 2010, 31(6): 1375-1380.
- ZHENG Shiqiang, FANG Jiancheng, WEI Xing, et al. Experimental study on μ synthesis control for magnetic bearings of MSCMG[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2010, 31(6): 1375-1380.(in Chinese)
- [13] INOUE T, LIU J, ISHIDA Y, et al. Vibration control and unbalance estimation of a nonlinear rotor system using disturbance observer[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2009, 131(3): 031010.
- [14] SUZUKI Y. Acceleration feedforward control for active magnetic bearing systems excited by ground motion[J]. IEEE Proceedings-Control Theory and Applications, 1998, 145(2): 113-118.
- [15] 赵林川, 邹鸿翔, 刘丰瑞, 等. 压电与摩擦电复合型旋转能量采集动力学协同调控机制研究[J]. 力学学报, 2021, 53(11): 2961-2971.
- ZHAO Linchuan, ZOU Hongxiang, LIU Fengrui, et al. Hybrid piezoelectric-triboelectric rotational energy harvester using dynamic coordinated modulation mechanism[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2021, 53(11): 2961-2971.(in Chinese)
- [16] ZHAO L C, ZOU H X, ZHAO Y J, et al. Hybrid energy harvesting for self-powered rotor condition monitoring using maximal utilization strategy in structural space and operation process [J]. Applied Energy, 2022, 314: 118983.
- [17] 沈权. 基础激励下磁悬浮转子系统动态特性及振动控制研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2022.
- [18] 姚润晖, 周瑾, 关旭东, 等. 磁悬浮轴承系统联轴器不对中动态特性研究[J]. 振动、测试与诊断, 2022, 42(1): 124-128.
- YAO Runhui, ZHOU Jin, GUAN Xudong, et al. Study on dynamic characteristics of coupling misalignment in magnetic bearing system[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2022, 42(1): 124-128.(in Chinese)
- [19] 韩京清. 自抗扰控制技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2008: 198-236.
- [20] GAO Z Q. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning [C] //Proceedings of American Control Conference. Denver, CO, USA: IEEE, 2003: 4989-4996.



第一作者简介: 沈权, 男, 1997年1月生, 硕士。主要研究方向为磁悬浮轴承技术、振动控制。

E-mail: shenquan1997@nuaa.edu.cn

通信作者简介: 周瑾, 女, 1972年10月生, 博士、教授。主要研究方向磁悬浮轴承技术、振动控制。

E-mail: zhj@nuaa.edu.cn