DOI:10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2025.02.013

RC空心板抗弯承载性能与振动频率的关系^{*}

徐略勤^{1,2},李修君³,王佩¹,陈叙先¹,张洪^{1,2},周建庭^{1,2}
(1.重庆交通大学土木工程学院重庆,400074)
(2.重庆交通大学省部共建山区桥梁及隧道工程国家重点实验室重庆,400074)
(3.重庆交大建设工程质量检测中心有限公司重庆,400074)

摘要 为了揭示钢筋混凝土(reinforced concrete,简称 RC)空心板抗弯承载性能与其振动频率之间的关系,从实桥上拆取了3片服役27年、全长为11.20 m的 RC空心板,通过实桥原位试验和室内分级加载静、动力试验,获取了空心板的抗弯承载性能参数和前3阶振动频率,并分析了空心板荷载、挠度、刚度与竖弯频率间的关系,拟合得到了1阶频率比-荷载比、1阶频率比-割线刚度比的函数表达式。研究表明:3片板的荷载-挠度曲线具有明显的双折线特征,在不同加载状态下前3阶振动模态始终为1阶竖弯(对称)、2阶竖弯(反对称)和3阶竖弯(对称),与半波正弦曲线吻合;3片板的前3阶振动频率均随荷载、挠度和裂缝宽度的增大而下降,其中1阶频率在屈服前分别下降4.52%,9.50%和11.46%,屈服后分别下降27.81%,21.62%和23.27%,1阶频率在敏感性和规律性方面都更好;3片板的1阶频率理论解与室内实测和原位实测结果均非常接近,以室内实测结果为准,误差分别为7.90%,8.16%和1.94%,但高阶频率的理论解则明显偏大;1阶频率比-荷载比和1阶频率比-割线刚度比这2个拟合函数理论上可用于近似评估外加荷载是否超过RC空心板的屈服荷载,并预测RC空心板割线刚度的退化情况。

关键词 钢筋混凝土空心板;抗弯性能;振动频率;受迫振动试验;弯曲试验 中图分类号 TU375.1

引 言

截至 2021 年底,我国已建成的公路桥梁达 96.11万座,共计7 380.21万延米^[1]。其中,中小跨径 RC桥梁和预应力混凝土(prestressed concrete,简称 PC)桥梁占总数的90%以上。RC空心板桥梁在我 国得到了非常广泛的使用。随着服役龄期的增长, 以及我国经济发展所导致的交通量迅猛增加,RC空 心板桥常年带"病"运营,安全隐患巨大^[2]。因此, RC空心板桥面临着严峻的管养形势。

损伤是工程结构的属性之一^[3],带缝工作是RC 空心板的常态。从力学上看,工程结构可看成是由 刚度、质量、阻尼等属性所形成的动力系统^[4]。假如 结构出现损伤,系统的上述属性将发生变化,引起结 构振动频响的变化^[45]。通过监测结构振动频响的 改变,理论上可以发现结构损伤发生的征兆。在实 际工程中,基于振动测试的损伤诊断面临干扰信号、 结构非线性、局部损伤与整体频响的对应关系等众 多挑战^[3,5], 而 RC 材料的强非线性使问题更加复杂。文献[6-17]针对从实桥中拆取下来的不同服役年限的 RC 或 PC 梁展开研究, 实测其剩余承载能力、损伤破坏特征及弯曲刚度等力学性能状态。

为了研究 RC 空心板承载性能与其振动频率之间的关系,笔者从某高速公路桥梁上拆取了3片服役27年、长度为11.20m的 RC 空心板,通过实桥原位试验和室内分级加载试验对 RC 空心板的抗弯承载性能和竖弯振动频率进行了研究,重点剖析了 RC 空心板荷载、挠度、刚度等抗弯承载性能指标与其竖弯频率之间的关系。

1 试验背景与方案

1.1 RC空心板概况

本研究的3片RC空心板均取自成渝高速公路某 一跨高架桥,该桥从竣工至拆取时已服役27年。空 心板构造与配筋见图1。该空心板全长为11.20 m,

^{*} 国家重点研发计划资助项目(2018YFB1600300,2018YFB1600301);重庆市教委科学技术研究资助项目 (KJQN201900737);重庆市杰出青年科学基金资助项目(cstc2020jcyj-jqX0006);重庆英才计划资助项目 (cstc2022ycjh-bgzxm0133) 收稿日期:2022-06-11;修回日期:2022-09-04

计算跨径为10.76 m,高为75 cm,宽为95 cm,采用 C30混凝土。该桥设计荷载为汽车-超20,验算荷载 为挂车-120。由于长期处于满负荷运行状态,在拆除 过程中发现,该桥存在板底泛碱、纵向裂缝、横向裂 缝、网状裂缝以及蜂窝等病害。实桥原位静载试验 表明,空心板各测点的挠度校验系数在0~0.88之 间,个别板的应变校验系数大于1.0,说明结构横向联 系较弱,安全储备不足。除了静载试验外,还对实桥 的原位动力特性进行了现场测试。原位动载测试包 括脉动试验和跑车试验,前者主要测试桥跨结构的 自振频率、振型和阻尼比,后者主要测试桥跨结构在 动载下的时程应力曲线,以此分析桥跨结构的最大 动应变和冲击系数。测试结果表明,该桥竖弯振动 基频实测值为13.47 Hz,阻尼比为1.56%。



1.2 室内试验方案

首先,对3片空心板进行全面清洗和尺寸复核, 并记录空心板表面病害状况及位置,尤其是裂缝分 布位置、宽度和深度;其次,利用回弹仪测试了混凝 土回弹强度,利用钢筋探测仪检测了钢筋位置及保 护层厚度等。加载布置与测量仪表如图2所示。采 用200T Servotest电液伺服动静力加载系统配合试 验室单门反力架进行试验,3片空心板均采用跨中 双点对称加载,加载点中心间距为200 cm。试验准 备工作包括:①对空心板腹板外侧面进行刷白并绘 制网格,以便于观测试验现象;②在空心板跨中截面 腹板处打磨、找平并粘贴混凝土应变片,在跨中截面 底板处开槽并粘贴钢筋应变片;③采用10个拉线式 位移计和4个百分表位移计布测空心板各处位移, 每侧7个,具体位置如图2(a)所示,其中支承处采用 百分表位移计,跨间采用拉线式位移计。

正式加载前,通过力控制方式对空心板进行2次

预压。其中:1#板的2次预压值为50 kN和100 kN, 分别持荷5min;2#和3#板的2次预压值为40kN和 80 kN,也分别持荷5 min。通过预加载对加载系统 和量测系统检验无误后,再完全卸载至零。在正式 加载中,静力和动力试验交替进行,在动力试验之前 将荷载完全卸至零,以研究逐级加载过程中RC空心 板抗弯承载性能与振动频率的变化关系。静力试验 采用力-位移混合控制加载,在空心板屈服临界之前 采用力控制加载,之后转向位移控制加载,直至空心 板完全破坏。1#板在屈服临界前的荷载步长为 20 kN,加载速率为0.5 kN/s;在临界后的位移加载步 长为4mm,加载速率为0.1mm/s。根据1#板的试验 结果,2#和3#板将临界前的荷载步长调整为40kN, 加载速率调整为1 kN/s,每级持荷稳定8 min后,再 读取静力试验数据,然后完全卸载至零,进行动力试 验。将9个拾振器均匀布置在空心板顶面中线上,如 图 2(b) 所示, 通过橡皮锤随机敲击的外加激励方式 采集空心板各位置处的振动信号。



Fig.2 Test setup and measuring instrumentation (unit:cm)

2 试验结果分析

2.1 典型加载状态分析

3#板典型加载状态如图3所示。加载前,3片空 心板的腹板外侧均存在初始裂缝,这些竖向裂缝随 机分布在板跨方向上,高度可达顶板附近,但宽度普 遍小于0.1 mm。此外,3片空心板的整体状况较好, 保护层混凝土无明显脱落,跨中无初始挠度,如 图3(a)所示。加载后,腹板外侧初始裂缝持续发 展,在跨中附近新增了大量竖向弯曲短裂缝,但在卸 载后大部分裂缝都会重新闭合,空心板加载时的最 大挠度和卸载后的残余挠度非常小。当加载至跨中



最大挠度约 32 mm(约为计算跨径的 1/336)时,空 心板进入屈服阶段,最大挠度和残余挠度开始快速 增长,跨中附近的弯曲裂缝显著增多,高度一般为 0.1~0.8 板高,部分初始裂缝的宽度发展到 0.37 mm,如图 3(b)所示。在破坏阶段,腹板外侧几 乎不再新增裂缝,裂缝的高度变化也不明显,但宽度 显著增大。主裂缝附近发育了大量小裂缝,并逐渐 连通,形成多处主裂缝+小裂缝的裂缝群,这些裂缝 群在顶部产生水平连通裂缝,在底部处则与底板的 横向裂缝贯通,如图 3(c)所示。

临近破坏时,1#~3#板的最大主裂缝宽度分别 达到49.7,51.5和53.9 mm,跨中附近可以听到混凝 土和钢筋相对滑移的持续响声,加载点附近混凝土 局部压溃隆起,并呈片状剥落,顶板受压钢筋裸露并 发生屈曲,如图3(d)所示。随着空心板荷载陡降,加 载终止。3片空心板均为典型的弯曲破坏,表现出良 好的变形延性,加载终止后空心板也并未完全断裂。

图4为3片空心板的加载曲线与实测振型。由 图4(a)可知,3片空心板的荷载-挠度曲线几乎重 合,均表现出双折线特征,屈服临界和破坏临界非常 明显。1#~3#板的屈服临界位移分别约为31.65, 32.01和31.97 mm,破坏临界位移分别约为285.12, 263.45和265.58 mm,延性系数分别为9.00,8.23和 8.31。图4(b)以3#板为例,给出了典型加载状态下 RC空心板前3阶实测振型模态。结合图3和 图4(b)可知:尽管在屈服和破坏阶段,空心板已出 现了大量开裂和残余挠度,但其前3阶模态仍以整 体竖弯振动为主,没有出现局部高阶振动模态提前 的现象;模态振型表现出1阶对称、2阶反对称和 3阶对称的典型竖弯特征,与半波正弦曲线较为吻 合,且受加载状态的影响不大。



Fig.4 Loading curves and measured vibration modes

3#板不同加载状态振动特性如图5所示。由图 可知,空心板在不同加载状态下的振动特性发生了 显著改变,前3阶振动频率均随加载的推进而不断 下降。相比于初始状态,3#板在破坏阶段时前3阶 频率分别下降了34.53%,26.86%和19.81%,其中 基本频率下降最快。综合图3~5可知,RC空心板 在受载过程中由于裂缝和残余挠度的发展,截面刚 度和线形均发生了显著变化,导致前3阶竖弯振动 频率大幅下降,但空心板的振动模态却保持不变。 此外,为了保证实测频率结果的可靠性,在每级卸载 状态下,都对空心板重复采集3次信号数据。由 图5(g)~(i)可知,3次重复试验的结果非常接近。

2.2 实测结果分析

空心板荷载-频率关系如图 6 所示。其中,1 #板 是第 1 片加载对象,由于拾振器布置和量程等原因, 未能得到有效的高阶频率。由图可知,空心板前 3 阶频率与荷载之间表现出明显的相关性,在屈服 之前随着荷载的增大缓慢下降,屈服之后则随着荷 载的增大急剧减小。3 片板的 1 阶频率在屈服临界 前分别下降了 4.52%,9.50% 和 11.46%,屈服临界 后则分别下降了 27.81%,21.62% 和 23.27%。2#和



Fig.5 Vibration characteristics of 3# slab at different loading states





3#板的2阶频率在屈服临界前分别下降了5.87%和 10.02%,屈服临界后分别下降了8.78%和16.98%; 3阶频率在屈服临界前分别下降了3.12%和 6.46%,屈服临界后分别下降了10.04%和12.73%。 横向对比可知,3片板的荷载-1阶频率曲线非常接近,而荷载-高阶频率曲线则相对较为离散。以屈服 临界之前的曲线来看,在相同荷载下,3片板的1阶 频率最大相差5.70%,2阶频率最大相差11.93%, 3阶频率最大相差5.70%,2阶频率最大相差11.93%, 3阶频率最大相差10.19%。其原因如下:①相比于 1阶频率,高阶频率受局部刚度特征的影响更大,3 片板的初始病害和后期加载所导致的开裂状态有差 异,因此对高阶频率的影响更大;②高阶频率更难以 激发,对测试仪器和激振方式要求更高,更易出现误 差。从频率随荷载的降幅及3片板试验结果的收敛 性来看,1阶频率是相对更好的评价指标。

空心板挠度-频率关系如图7所示。由图可知: RC空心板前3阶振动频率均随跨中最大挠度的增 大而不断下降,其中3片板的1阶频率在屈服临界前 下降较缓(3#板略有不同),在屈服临界后先快速下 降而后降速减缓,呈现出指数曲线的特征;2#和3# 板的高阶频率在屈服临界前的规律性不一致,但 2片板的2阶频率在屈服临界之后都近似呈线性下 降规律,而3阶频率在屈服临界之后都呈波动式下 降规律。横向对比可以看出:3片板的挠度-1阶频 率曲线在数值和发展趋势上都最接近;挠度-高阶频 率曲线则在规律性上相对较差。

开裂会大幅削弱 RC 空心板的截面刚度。图 8 给出了空心板裂缝宽度-频率关系,此处的裂缝宽度







Fig.8 Crack width-frequency relationships of voided slabs

指的是加载过程中腹板最大主裂缝的端部宽度。由 于裂缝宽度与跨中最大挠度具有强相关性,因此 图8表现出的规律与图7非常相似。3片空心板的 1阶频率与裂缝宽度的关系基本一致,3条曲线除了 末端出现分叉,在裂缝宽度较小的范围内基本重 合。高阶频率与裂缝宽度的关系尽管规律上一致, 但数值上相差较为明显。

结合图 6~8可知,3 片空心板的前3 阶振动频 率与其抗弯承载性能指标具有明显的相关性,尤其 在屈服临界以后,其中1 阶竖弯频率最具参考价值。

3 试验结果讨论

3.1 振动频率对比讨论

本研究空心板的跨高比接近 15,可近似认为其 满足 Euler-Bernoulli 梁的基本假设^[18]。简支空心板 示意图如图 9 所示。根据空心板前 3 阶实测振型曲 线(图 4(b)),可近似假设其挠曲方程满足 z(x,t) = $z_0 \sin(n\pi x/l) \cos \omega_n t$,其中: z_0 为空心板的振幅;n =1,2,3; ω_n 为空心板第 n 阶竖弯振动频率。根据能量 原理,求得空心板前 3 阶竖弯振动频率^[18]为

 $\omega_n = (n\pi/l)^2 \sqrt{El/m} \quad (n = 1, 2, 3) \quad (1)$ 其中:*m*,*l*,*El*分别为空心板的线质量、计算跨径和 截面抗弯刚度。

根据空心板断面尺寸(图1(d)),计算3片空心 板在完全无损状态下的理论振动频率,其中线质量





m=919.65 kg/m, 计算跨径 *l*=10.76 m, 截面抗弯刚 度 *EI*=9.326 237 25×10⁸ N•m²。

同时,根据实测荷载-挠度曲线(图4(a))计算3 片空心板的初始割线刚度K₀,再按照图9(b)所示的 简支梁跨中挠度Δ与荷载P之间的关系,近似反推 空心板的初始截面抗弯刚度EI₀。由结构力学可知

$$P = \frac{EI_0}{12.346} \Delta \tag{2}$$

因此,近似取K₀ = EI₀/12.346,再根据初始割线 刚度K₀得到空心板在初始状态下的近似截面抗弯 刚度EI₀,代入式(1)计算3片空心板的振动频率。 由于本研究3片空心板在27年服役中已产生了不 少微裂缝,且由于是钢筋混凝土结构,线弹性假设不 完全成立,因此按照割线刚度反推截面抗弯刚度只 是一种近似处理手段,称之为近似解。

空心板前3阶频率对比如图10所示。其中,原 位实测只有1阶频率,且对应的是全桥(9片空心板 组成的桥跨结构)1阶竖弯频率。由图10(a)可知, 除了近似解明显偏低以外,3片板的理论解与室内 实测和原位实测结果都非常接近,理论解稍偏大。 从数值上看,3片板1阶频率的理论解为13.66 Hz, 原位实测结果为13.47 Hz,室内初始状态实测结果 分别为12.66,12.63和13.40Hz,近似解分别为 10.29,10.50和10.3 Hz。可以看到,尽管理论解是 在假设空心板为理想弹性状态下得到的结果,但在 数值上非常接近室内实测值,误差分别仅为7.90%, 8.16% 和 1.94%, 可见初始服役裂缝对 RC 空心板 1阶竖弯频率的影响很小。此外,由于室内试验针 对的是单片板,而原位实测则包含了相邻板的约束 作用,因此室内实测结果低于原位实测结果。相 比室内实测值,近似解的误差分别达到-18.72%, -16.86% 和-22.91%, 仅具有参考意义。由 图 10(b)可知,2#和 3#板的室内实测 2 阶频率明显 低于理论解,但与近似解较接近,理论解的误差分别 为 42.77% 和 25.74%, 而 近 似 解 的 误 差 分 别 为 9.57%和-4.89%。由图10(c)可知,相比于室内实



Fig.10 Comparison of the first three vibration frequencies of voided slabs

3.2 1阶频率讨论

分别定义1阶频率比*f_i*/*f*₀为第*i*个加载状态下的 1阶频率*f_i*与初始状态1阶频率*f*₀之比,荷载比*P_i*/*P_y* 为第*i*个加载步的荷载*P_i*与屈服荷载*P_y*之比,割线刚 度比*K_i*/*K*₀为第*i*个加载状态下的割线刚度*K_i*与初始 割线刚度*K*₀之比,则1阶频率比-荷载比关系、1阶频 率比-割线刚度比关系分别如图11,12所示。







图 12 1阶频率比-割线刚度比关系

Fig.12 First-order frequency ratio-secant stiffness ratio relationships

由图 11 可知,3 片板各自及整体的1阶频率 比-荷载比均近似满足指数函数拟合关系,其中3 片 板各自的拟合相关系数分别为0.882,0.930 和 0.927,而以整体数据拟合的相关系数稍低,但也达 到0.817。现以整体拟合函数为准,移项后对函数左 右求自然对数,即

$$\ln\left(C_1 - \frac{f_i}{f_0}\right) = \ln(-C_2) + C_3\left(\frac{P_i}{P_y}\right) \qquad (3)$$

将各系数的拟合值代入,可得

$$\frac{P_i}{P_y} = 0.171 \ln \left(1.005 - \frac{f_i}{f_0} \right) + 1.305 \qquad (4)$$

由图 10(a)可知,3片板的1阶频率理论解与空 心板初始状态的室内实测值非常接近,若以理论解 近似代替 f₀,则式(4)可进一步转换为

$$\frac{P_i}{P_y} = 0.171 \ln \left(1.005 - \frac{2l^2}{\pi} \sqrt{\frac{m}{EI}} f_i \right) + 1.305 (5)$$

从理论上来说,可根据RC空心板服役过程中 的实测1阶竖弯频率f_i,利用式(5)近似判断外加荷 载P_i是否超过了RC空心板的屈服荷载P_y。

由图 12 可知,3 片板各自及整体的1阶频率 比-割线刚度比均近似满足多项式函数拟合关系,其 中3 片板各自的拟合相关系数分别为0.976,0.974 和0.964,而以整体数据拟合的相关系数也达到 0.911。从拟合效果来看,割线刚度比荷载更具优 势。以整体拟合函数为准,可以得到如下关系

$$\frac{f_i}{f_0} = 1.009 \left(\frac{K_i}{K_0}\right)^{0.136} \tag{6}$$

以空心板的1阶频率理论解近似代替 f_0 ,则式(6)可转换为

$$\frac{K_i}{K_0} = \left(\frac{1.982l^2}{\pi} \sqrt{\frac{m}{EI}} f_i\right)^{7.353}$$
(7)

利用式(7),理论上可根据RC空心板服役过程 中的实测1阶竖弯频率值f_i近似预测空心板割线刚 度的退化情况。但是,尽管图11(a)显示的RC空心 板桥的原位实测1阶频率与单片空心板的1阶频率 非常接近,但两者始终存在空间受力上的差别,且试 验中的P_i没有包含汽车荷载冲击效应。另外,在实 际桥梁中,1阶竖弯频率的改变会受到其他因素的 影响,而不仅仅是加载的原因,再考虑到本研究试验 数据样本较小、加载方式单一等因素,式(5)和式(7) 的普适性和工程应用价值还有待进一步验证。

4 结 论

1)3片RC空心板均发生弯曲破坏,其荷载-挠 度曲线几乎重合,具有明显的双折线特征,延性系数 分别达到9.00,8.23和8.31。在初始、屈服和破坏 3个加载阶段中,空心板前3阶振动模态均为1阶竖 弯(对称)、2阶竖弯(反对称)和3阶竖弯(对称),振 型与半波正弦曲线吻合,受加载影响不大。 2) RC空心板前3阶振动频率与其荷载、跨中 最大挠度和裂缝宽度等抗弯承载性能指标表现出强 相关性,均随荷载、挠度和裂缝宽度的增大而下降, 其中3片板的1阶频率下降曲线几乎重合,而高阶频 率曲线则存在差异,因此1阶频率是RC空心板更好 的评价指标。

3)在屈服临界之前,3片空心板的1阶频率分 别下降了4.52%,9.50%和11.46%;在屈服临界之 后分别下降了27.81%,21.62%和23.27%,表明 1阶频率对荷载比较敏感。

4) 3 片空心板 1 阶频率的理论解与室内实测和 原位实测结果都非常接近,理论解稍偏大,以室内实 测结果为准,理论解误差分别为 7.90%,8.16% 和 1.94%,而近似解的误差则都超过-15%。高阶频 率的理论解明显偏大,近似解的误差更小。例如,2 阶频率理论解的最小误差为 25.74%,近似解为 -4.89%;3 阶频率理论解的最小误差达 99.63%,而 近似解为 51.00%。

5)根据3片板的室内实测数据,得到了RC空 心板1阶频率比-荷载比、1阶频率比-割线刚度比拟 合函数公式,利用这2个公式,理论上可以通过监测 空心板服役过程中的1阶频率来评估外加荷载是否 超过屈服荷载,并预测空心板割线刚度的退化情况。

参考文献

- [1] 中华人民共和国交通运输部.2021年交通运输行业发展统计公报[EB/OL].(2022-05-25)[2022-06-10].
 https://xxgk.mot.gov.cn/2020/jigou/zhghs/202205/t20220524_3656659.html.
- [2] 王岗. 混凝土空心板梁桥典型病害机理研究[D]. 杭州:浙江大学, 2016.
- [3] AVCIO, ABDELJABERO, KIRANYAZS, et al. A review of vibration-based damage detection in civil structures: from traditional methods to machine learning and deep learning applications[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 147; 107077.
- [4] 周敉,贺拴海,袁万城.RC梁桥承载力的振动测试评 估方法[J].交通运输工程学报,2006,6(3):62-67.
 ZHOU Mi, HE Shuanhai, YUAN Wancheng. Capacity evaluation of RC girder bridge with vibration testing technique [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2006, 6(3): 62-67.(in Chinese)
- [5] DOEBLING S W, FARRAR C R, PRIME M B. A summary review of vibration-based damage identification methods [J]. The Shock and Vibration Digest, 1998, 30(2): 91-105.
- [6] HARRIS K A. Structural testing of prestressed concrete girder from the lake view drive bridge [J].

Journal of Bridge Engineering, 2009, 14(2): 78-92.

- [7] ROSS B E, ANSLEY M H, HAMILTON I H R. Load testing of 30-year-old AASHTO type III highway bridge girders[J]. PCI Journal, 2011, 56(4): 152-163.
- [8] ZHANG J R, PENG H, CAI C S. Destructive testing of a decommissioned reinforced concrete bridge [J]. Journal of Bridge Engineering, 2013, 18(6): 564-569.
- [9] DI J, SUN Y F, YU K, et al. Experimental investigation of shear performance of existing PC hollow slab[J]. Engineering Structures, 2020, 211: 110451.
- [10] QU G Z, ZHOU G L, LV S Z, et al. Flexural capacity and behavior of RC hollow bridge beams after a time service of 24 years[J]. Advances in Civil Engineering, 2020, 6: 1-13.
- [11] 渠广镇,周广利,黄平明,等.在役空心板桥梁拆除构件室内破坏试验[J].长安大学学报(自然科学版),2019,36(6):57-66.
 QU Guangzhen, ZHOU Guangli, HUANG Pingming, et al. In-house destructive test of dismantled component of existing hollow slab bridge[J]. Journal of Chang'an University (Natural Science Edition), 2019, 36(6):57-66.(in Chinese)
- [12] 康省桢. 预应力混凝土空心板梁桥破坏机理试验研究 [D]. 郑州: 郑州大学, 2010.
- [13] 赖小军. 钢筋混凝土梁桥损伤与承载性能关系研究[D]. 西安: 长安大学, 2010.
- [14] 曾鹏, 贾艳敏, 王佳伟. 既有钢筋混凝土空心板梁抗 弯承载力分析[J]. 铁道建筑, 2017, 57(9): 39-42.
 ZENG Peng, JIA Yanmin, WANG Jiawei. Analysis of bending bearing capacity of existing reinforced concrete hollow slab beam [J]. Railway Engineering, 2017, 57(9): 39-42.(in Chinese)
- [15] 郭凯强.既有预应力混凝土空心板梁抗弯承载能力分 析[D].哈尔滨:东北林业大学,2018.
- [16] 刘金亮.基于裂缝计算的季冻区在役 PC 板梁承载力 退化研究[D].哈尔滨:东北林业大学,2018.
- [17] SHEN D J, LIU X Z, ZHOU B Z, et al. Influence of initial cracks on the frequency of a 60-year-old reinforced-concrete box beam[J]. Magazine of Concrete Research, 2019, 73(3): 121-134.
- [18] 宋一凡.桥梁结构动力学[M].2版.北京:人民交通 出版社股份有限公司,2020:2-4.



第一作者简介:徐略勤,男,1983年7月 生,博士、教授、博士生导师。主要研究 方向为桥梁抗震与结构动力学。 E-mail:xulueqin@163.com

通信作者简介:张洪,男,1987年5月生, 博士、教授、博士生导师。主要研究方向 为桥梁健康监测及无损检测。 E-mail:hongzhang@cqjtu.edu.cn