

非线性结构总恢复力和荷载非参数化识别*

赵 冶^{1,2}, 许 斌^{1,3}, 宁西占^{1,3}, 李衍辉¹

(1. 华侨大学土木工程学院 厦门, 361021)

(2. 黑龙江科技大学建筑工程学院 哈尔滨, 150022)

(3. 华侨大学福建省智慧基础设施与监测重点实验室 厦门, 361021)

摘要 针对结构非线性行为多样性及荷载未知的问题,提出一种基于扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filter, 简称 EKF)和勒让德多项式的多自由度结构总恢复力和荷载非参数化识别方法。首先,运用勒让德多项式进行非线性结构总恢复力(total restoring force, 简称 TRF)建模;其次,通过 EKF 算法进行非线性结构总恢复力和荷载的非参数化识别;最后,以装有不同类型磁流变阻尼器的 2 个多自由度结构数值模型为例,在不同的激励情况下,考虑 2% 和 4% 的测量噪声影响,通过结构部分自由度加速度和位移响应的数据融合,消除了识别结果低频漂移现象,实现了未知动力响应、荷载及总恢复力的非参数化识别。研究表明,即使考虑不同的测量噪声水平和激励形式,所提出方法仍可以有效地对未知动力响应、荷载及总恢复力进行非参数化识别。

关键词 总恢复力;非参数化识别;荷载识别;扩展卡尔曼滤波;勒让德多项式;数据融合

中图分类号 TU311.3;TN911.7;TH113.1

引 言

近年来,大尺寸土木建筑结构,特别是高层建筑和大跨径桥梁,随着服役时间的增加,其结构健康监测受到越来越多的关注^[1-2]。传统基于模态的损伤识别理论一般仅适用于线弹性结构,而结构在强动力荷载作用下的损伤导致结构表现出明显的非线性行为。因此,在结构损伤识别过程中考虑其非线性行为十分必要。

由于在实际工程中通常难以测量结构所有自由度的动力响应,因此使用部分动力响应的结构识别方法引起了广泛关注^[3-4]。为解决结构非线性位置未知和结构响应局部测量的问题,Lei 等^[5]提出了一种仅利用结构响应部分测量的非线性恢复力检测和参数识别方法。He 等^[6]提出了一种基于时域 EKF 的结构参数和未知激励同时识别的方法,并引入了修正的观测方程。Li 等^[7]提出了一种约束扩展卡尔曼滤波来准确识别 Bouc-Wen 模型参数。

以上方法可对非线性结构参数进行准确识别,通过数学模型计算得到结构的非线性恢复力。然而,由于非线性模型难以事先确定,学者们开展了非参数化的识别方法研究^[8-9]。Lei 等^[10]提出了基于结

构响应部分测量的免模型非线性恢复力(nonlinear restoring force, 简称 NRF)识别方法,其采用幂级数多项式表示。Su 等^[11]将结构中磁流变(magnetorheological, 简称 MR)阻尼器产生的 NRF 作为相应无 MR 阻尼器结构体系的未知虚拟输入,提出了一种新的无模型非线性恢复力识别方法,并验证了该方法的有效性。齐梦晨等^[12]提出了一种免模型 NRF 识别方法,研究不同类型阻尼器的 NRF 识别问题,算例识别结果表明,该方法在非线形模型参数信息未知时依然能够识别 NRF。

针对实际工程中结构外部激励信息不可获取的情况,Xu 等^[13]采用勒让德多项式对 NRF 进行非参数化建模,提出了非参数化的 NRF 和激励识别方法,并证明了所提方法的有效性。Zhao 等^[14]采用第 2 类切比雪夫多项式对 NRF 进行建模,引入投影矩阵更新观测方程,提出了基于有限数据测量的多种阻尼器非线性恢复力和激励的非参数识别方法。

笔者提出一种基于扩展卡尔曼滤波和勒让德多项式的非线性结构总恢复力和荷载非参数化识别方法。在该方法中,总恢复力由弹性恢复力、阻尼力及非线性元件提供的非线性恢复力组成,采用勒让德多项式模型表征;同时,采用部分加速度与位移响应

* 国家自然科学基金资助项目(52378301);华侨大学科研基金资助项目(605-50Y10816);福建省智慧基础设施与监测重点实验室开放研究课题资助项目(IIM-02-01)

收稿日期:2023-10-09;修回日期:2024-07-26

数据融合,消除识别位移与未知输入低频漂移现象。以装有不同参数模型MR阻尼器的多自由度结构为研究对象,进行不同激励下的非线性结构总恢复力和荷载非参数化识别研究。研究结果表明,所提出方法可以有效识别未知动力响应信号、未知荷载及非线性结构总恢复力。

1 基于勒让德多项式的TRF和荷载非参数化识别

1.1 基于勒让德多项式的TRF非参数化建模

当施加在结构的激励未知时,由一个线性结构和非线性元件组成的非线性结构的运动方程可表示为

$$M\ddot{x} + F[\dot{x}, x, \kappa] = \eta^u f^u \quad (1)$$

其中: M 为结构质量矩阵; κ 为结构物理参数,包括刚度、阻尼和非线性参数; $x, \dot{x}$ 及 $\ddot{x}$ 分别为结构的位移、速度及加速度向量; $F[\dot{x}, x, \kappa]$ 为结构总恢复力向量,包括弹性恢复力、阻尼力及非线性元件提供的非线性恢复力; η^u 为未知激励 f^u 的位置影响矩阵。

$$F[\dot{x}, x, \kappa] = C\dot{x} + Kx + R_{\text{non}} \quad (2)$$

其中: R_{non} 为非线性元件提供的恢复力; C 为刚度矩阵; K 为阻尼矩阵。

假设结构的质量、刚度及阻尼矩阵是已知的。在 $[-1, 1]$ 区间上的任意分段连续函数 $z(p, q)$ 用一系列勒让德多项式之和的序列表示,即

$$z(p, q) \approx \sum_{e=0}^E \sum_{n=0}^N \vartheta_{en} U_e(p) U_n(q) \quad (3)$$

其中: ϑ_{en} 为勒让德多项式 $U_e(p)$ 和 $U_n(q)$ 的系数; E 和 N 为正整数。

勒让德多项式的递推关系式为

$$U_e(p) = \sum_{s=0}^e (-1)^s \frac{(2e-2s)!}{2^e s!(e-s)!(e-2)!} p^{e-2s} \quad (4)$$

$$U_n(q) = \sum_{t=0}^n (-1)^t \frac{(2n-2t)!}{2^n t!(n-t)!(n-2)!} q^{n-2t} \quad (5)$$

在本研究中,将非线性结构总恢复力表示为结构层间相对速度和相对位移的函数,并以勒让德多项式的形式表示为

$$F_{i,i-1}[\dot{x}, x, \kappa] \approx \sum_{a=0}^A \sum_{b=0}^B \vartheta_{i,i-1,a,b}^{\text{non}} U_a(v'_{i,i-1}) U_b(d'_{i,i-1}) \quad (6)$$

其中: $F_{i,i-1}[\dot{x}, x, \kappa]$ 为第 i 和 $i-1$ 自由度总恢复力; $\vartheta_{i,i-1,a,b}^{\text{non}}$ 为勒让德多项式系数; A 和 B 为勒让德多项

式阶数,由非线性元件的非线性程度决定,在本研究中取 $A+B=4$; $U_a(v'_{i,i-1})$ 和 $U_b(d'_{i,i-1})$ 为勒让德多项式; $v'_{i,i-1}$ 和 $d'_{i,i-1}$ 为 i 和 $i-1$ 自由度之间归一化的相对速度和相对位移,由文献[14]确定。

1.2 TRF和荷载的非参数化识别

本研究中,扩展状态向量定义为

$$Z = \{x^T, \dot{x}^T, \vartheta^T\}^T \quad (7)$$

其中

$$\vartheta^T = \{\vartheta_{2,1,0,0}^{\text{non}}, \vartheta_{2,1,0,1}^{\text{non}}, \vartheta_{i,i-1,a,b}^{\text{non}}, \dots, \vartheta_{N,N-1,a,b}^{\text{non}}\} \quad (8)$$

式(1)以扩展状态方程的形式表示为

$$\dot{Z} = \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ M^{-1}(\eta^u f^u - F[\dot{x}, x, \kappa]) \\ 0 \end{Bmatrix} = g(Z, f^u) + w \quad (9)$$

其中: w 为零均值、协方差矩阵为 Q 的模型噪声误差。

为了防止识别位移和未知激励的低频漂移,将测量的部分加速度响应与位移响应进行数据融合。观测的非线性离散方程为

$$y_{k+1} = \begin{bmatrix} a_{k+1} \\ d_{k+1} \end{bmatrix} = h(Z_{k+1}, f_{k+1}^u) = \begin{bmatrix} L_a M^{-1}(\eta^u f^u - F[\dot{x}, x, \kappa]) \\ L_d x_{k+1} \end{bmatrix} + v_{k+1} \quad (10)$$

其中: a_{k+1} 和 d_{k+1} 分别为在 $t=(k+1)\Delta t$ 时刻的加速度和位移测量; Δt 为采样时间步长; L_a 和 L_d 分别为与观测加速度和位移位置相关的矩阵; v_{k+1} 为零均值的高斯白噪声向量,其协方差矩阵为 R_{k+1} 。

将式(9)和(10)分别在 Z_k 和 f_k^u 的估计值 $\hat{Z}_{k|k}$ 和 $\hat{f}_{k|k}^u$ 处进行线性化,即

$$g(Z, f^u) \approx g(\hat{Z}_{k|k}, \hat{f}_{k|k}^u) + B_{k|k}(Z - \hat{Z}_{k|k}) + W_{k|k}^u(f^u - \hat{f}_{k|k}^u) \quad (11)$$

$$h(Z_{k+1}, f_{k+1}^u) \approx h(\tilde{Z}_{k+1|k}, \hat{f}_{k|k}^u) + H_{k+1|k}(Z_{k+1} - \tilde{Z}_{k+1|k}) + D_{k+1|k}^u(f_{k+1}^u - \hat{f}_{k|k}^u) \quad (12)$$

其中:

$$B_{k|k} = \partial g(Z, f^u) / \partial Z|_{Z=\hat{Z}_{k|k}, f^u=\hat{f}_{k|k}^u};$$

$$W_{k|k}^u = \partial g(Z, f^u) / \partial f^u|_{Z=\hat{Z}_{k|k}, f^u=\hat{f}_{k|k}^u};$$

$$H_{k+1|k} = \partial h(Z, f^u) / \partial Z|_{Z=\tilde{Z}_{k+1|k}, f^u=\hat{f}_{k|k}^u};$$

$$D_{k+1|k}^u = \partial h(Z, f^u) / \partial f^u|_{Z=\tilde{Z}_{k+1|k}, f^u=\hat{f}_{k|k}^u};$$

$\tilde{Z}_{k+1|k}$ 的估计式为

$$\tilde{Z}_{k+1|k} = \hat{Z}_{k|k} + \int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t} g(\hat{Z}_{k|k}, \hat{f}_{k|k}^u) dt \quad (13)$$

基于扩展卡尔曼滤波原理,获得结构状态的后验估计为

$$\hat{Z}_{k+1|k+1} = \tilde{Z}_{k+1|k} + K_{k+1} [y_{k+1} - h(\tilde{Z}_{k+1|k}, f_{k|k}^u) - D_{k+1|k}^u (f_{k+1|k+1}^u - \hat{f}_{k|k}^u)] \quad (14)$$

其中: K_{k+1} 为卡尔曼增益矩阵。

K_{k+1} 的计算式为

$$K_{k+1} = \tilde{P}_{k+1|k}^Z H_{k+1|k}^T (H_{k+1|k} \tilde{P}_{k+1|k}^Z H_{k+1|k}^T + R_{k+1|k})^{-1} \quad (15)$$

$\hat{f}_{k+1|k+1}^u$ 是未知的,通过最小二乘原理获得未知输入的估计值^[13],即

$$\hat{f}_{k+1|k+1}^u = S_{k+1} D_{k+1|k}^{uT} (I - H_{k+1|k} K_{k+1}) [y_{k+1} - h(\tilde{Z}_{k+1|k}, \hat{f}_{k|k}^u) + D_{k+1|k}^u \hat{f}_{k|k}^u] \quad (16)$$

其中

$$S_{k+1} = [D_{k+1|k}^{uT} R_{k+1|k}^{-1} (I - H_{k+1|k} K_{k+1}) D_{k+1|k}^u]^{-1} \quad (17)$$

状态更新误差的协方差矩阵为

$$\hat{P}_{k+1|k+1}^Z = (I + K_{k+1} D_{k+1|k}^u S_{k+1} D_{k+1|k}^{uT} \times R_{k+1|k}^{-1} H_{k+1|k}^T) (I - H_{k+1|k} K_{k+1}) \tilde{P}_{k+1|k}^Z \quad (18)$$

基于式(17), $\hat{P}_{k+1|k+1}^f$ 误差协方差矩阵为

$$\hat{P}_{k+1|k+1}^f = S_{k+1} \quad (19)$$

$\hat{P}_{k|k}^{Zf}$ 误差协方差矩阵为

$$\hat{P}_{k+1|k+1}^{Zf} = -K_{k+1} D_{k+1|k}^u S_{k+1} \quad (20)$$

$\tilde{P}_{k+1|k}^Z$ 表示为

$$\tilde{P}_{k+1|k}^Z = [\Phi_{k|k}^Z \Delta t W_{k|k}^u] \begin{bmatrix} \hat{P}_{k|k}^Z & \hat{P}_{k|k}^{Zf} \\ \hat{P}_{k|k}^{fZ} & \hat{P}_{k|k}^f \end{bmatrix} [\Phi_{k|k}^{ZT} \Delta t W_{k|k}^{uT}] + Q_k \quad (21)$$

其中: $\Phi_{k|k}^Z = I + \Delta t B_{k|k}$; $\hat{P}_{k|k}^{Zf} = \hat{P}_{k|k}^{fZ}$ 。

2 数值验证

为验证所提出方法对非线性结构总恢复力、未知动力响应和荷载识别的可行性和有效性,进行不同结构、不同激励形式的数值模拟研究。

2.1 算例 1

装有 MR 阻尼器的 5 层剪切框架模型如图 1 所示。框架结构的楼层质量、层间刚度和层间阻尼系数分别为 $m_i=400$ kg, $k_i=240$ kN/m, $c_i=120$ (N·s)/m ($i=1, 2, \dots, 5$)。MR 阻尼器的非线性恢复力采用修正的 Dahl 模型表示为

$$F_{\text{non}}^{\text{DH}} = K_0^{\text{DH}} s_{i,i-1} + C_0^{\text{DH}} v_{i,i-1} + F_d^{\text{DH}} Z - f_0^{\text{DH}} \quad (22)$$

其中: $F_{\text{non}}^{\text{DH}}$ 为 MR 阻尼器在第 i 自由度和 $i-1$ 自由度

之间提供的水平方向的 NRF; K_0^{DH} 和 C_0^{DH} 分别为 MR 阻尼器的刚度系数和阻尼系数; F_d^{DH} 为由电流强度决定的库仑摩擦力; $s_{i,i-1}$ 和 $v_{i,i-1}$ 分别为安装在第 i 自由度和 $i-1$ 自由度之间的 MR 阻尼器在水平方向的相对位移和相对速度; f_0^{DH} 为初始力。

Z 的表达式为

$$\dot{Z} = \sigma v_{i,i-1} (1 - Z \text{sgn}(v_{i,i-1})) \quad (23)$$

其中: σ 为常滞回系数。

在本研究中,式(22)和(23)的参数取值为 $\sigma=6\ 500$ s/m, $K_0^{\text{DH}}=100$ kN/m, $C_0^{\text{DH}}=1.995$ (kN·s)/m, $F_d^{\text{DH}}=0.030$ kN, $f_0^{\text{DH}}=0$ 。

$F(t)=\sin(4\pi t)+\sin(5\pi t)$, 施加在剪切框架模型的第 3 层,作用时间为 5 s,采用 Runge-Kutta 积分法计算结构的动力响应,积分时间间隔为 0.001 s。假设结构第 1 层、第 3 层和第 4 层的加速度响应以及第 2 层和第 4 层位移响应可测。多项式系数初始值取为实际值的 80%,测量噪声协方差矩阵和模型误差协方差矩阵分别为对应维度的 0.2 倍单位矩阵和 10^{-6} 倍的单位矩阵。

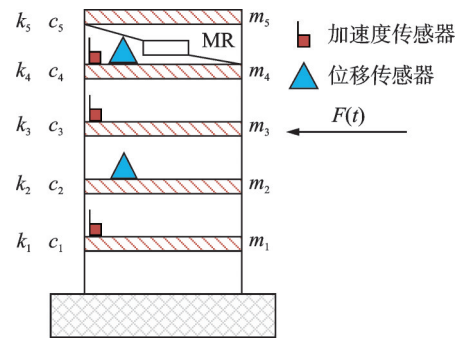


图 1 装有 MR 阻尼器的 5 层剪切框架模型

Fig.1 Five-story shear frame model with MR damper

在实际工程中,测量的加速度信号会受到不同测量噪声的影响,在模拟实际物理测量过程,向已知加速度信号中分别加入信噪比为 2% 和 4% 的高斯白噪声,并将其与部分已知位移信号进行数据融合,用于所提出方法的非参数化识别。

图 2 为未知动力响应识别结果。真实值是指通过数值计算得到的结构动力响应。可以看出,识别值与真实值吻合良好,表明本研究方法具有较高的识别精度。图 3 为未知激励识别结果,真实值是施加在结构的荷载信号。可以看出,无论在时域还是频域,未知荷载的识别值与真实值均具有较高的吻合程度。

图 4 为总恢复力及耗能识别结果。第 5 层非线性结构总恢复力识别值与理论值的对比如图 4(a) 所示。其耗能时程曲线如图 4(b) 所示。可以看出,

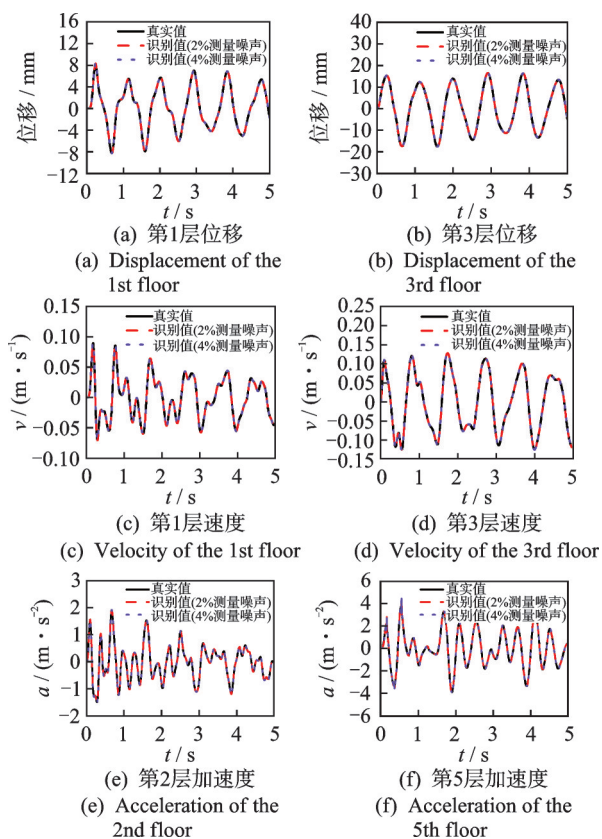


图2 未知动力响应识别结果

Fig.2 Identification results of unknown dynamic response

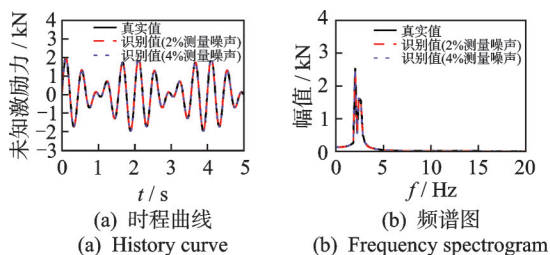


图3 未知激励识别结果

Fig.3 Unknown excitation identification results

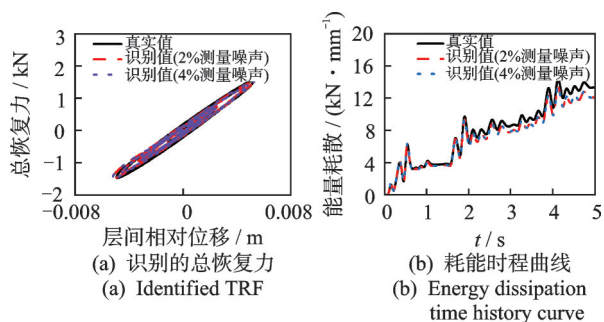


图4 总恢复力及耗能识别结果

Fig.4 Identified results of the total restoring force and energy dissipation

结构总恢复力识别值与理论值具有较好的一致性。

为了量化所提出方法的有效性,笔者列出了不同测量噪声情况下,识别的动力响应、荷载和总恢复

力时间历程相对应的相对均方根误差(relative root-mean-square error,简称 RRMSE)^[13]结果。不同识别对象的RRMSE结果如表1所示。可见,不同识别对象的RRMSE结果都较小,表明在考虑2%和4%测量噪声时,所提出方法的识别结果与真实值均吻合较好,具有较好的鲁棒性。

表1 不同识别对象的RRMSE结果

Tab.1 RRMSE results of different identification objects

识别对象 (2% 测量噪声)	RRMSE/ %	识别对象 (4% 测量噪声)	RRMSE/ %
第1层位移	0.30	第1层位移	0.31
第3层位移	0.33	第3层位移	0.34
第5层位移	0.62	第5层位移	0.63
第1层速度	0.05	第1层速度	0.05
第3层速度	0.08	第3层速度	0.08
第5层速度	0.11	第5层速度	0.11
第2层加速度	0.94	第2层加速度	0.94
第5层加速度	3.59	第5层加速度	3.67
$F(t)$	1.08	$F(t)$	1.09
总恢复力	2.35	总恢复力	2.36

向已知加速度信号中加入2%测量噪声,图5为仅噪声加速度测量的激励和位移识别结果比较。可以看出,在未使用数据融合时,未知荷载和位移识别结果具有明显差异,且产生数据漂移现象。将图5与图3(a)和图2(b)的识别结果对比发现,部分加速度和位移响应的数据融合可有效改善数据漂移现象。

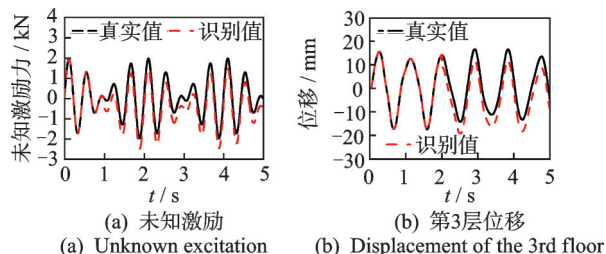


图5 仅噪声加速度测量的激励和位移识别结果比较

Fig.5 Comparisons of identified excitation and displacement with only noisy acceleration measurements

2.2 算例2

以顶层装有MR阻尼器的6层剪切型框架结构为研究对象,进行1~30 Hz宽带激励下的非参数化识别研究。装有MR阻尼器的6层剪切框架模型如图6所示。在本算例中,楼层质量、层间刚度和层间阻尼系数取值分别为 $m_i=400$ kg, $k_i=500$ kN/m, $c_i=300$ (N·s)/m($i=1, 2, \dots, 6$)。与算例1不同,MR阻尼器使用Bingham模型^[14],表示为

$$F_{\text{non}}^{\text{Bh}} = f_c^{\text{Bh}} \text{sgn}(v_{i,i-1}) + C_0^{\text{Bh}} v_{i,i-1} + f_0^{\text{Bh}} \quad (24)$$

其中： $F_{\text{non}}^{\text{Bh}}$ 为Bingham模型的非线性恢复力； $f_c^{\text{Bh}} = 10\text{ N}$ ； $C_0^{\text{Bh}} = 5\,000\text{ Ns/m}$ ； $f_0^{\text{Bh}} = 20\text{ N}$ 。

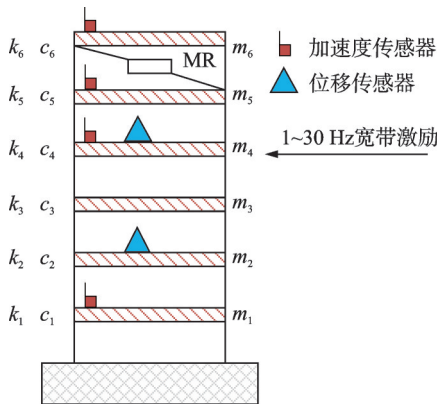


图 6 装有 MR 阻尼器的 6 层剪切框架模型
Fig.6 Six-story shear frame model with MR damper

在非线性数值模型的第 4 层施加宽带激励。采用第 1 层、第 4 层、第 5 层及第 6 层的加速度响应和第 2 层及第 4 层的位移响应进行非线性结构总恢复力和荷载非参数化识别。其中，积分时间间隔为 0.001 s，噪声水平考虑 4% 测量噪声。测量噪声协方差矩阵和模型误差协方差矩阵分别假设为对应维度的 1 倍单位矩阵和 1×10^{-8} 倍的单位矩阵。

未知动力识别结果如图 7 所示。未知宽带激励

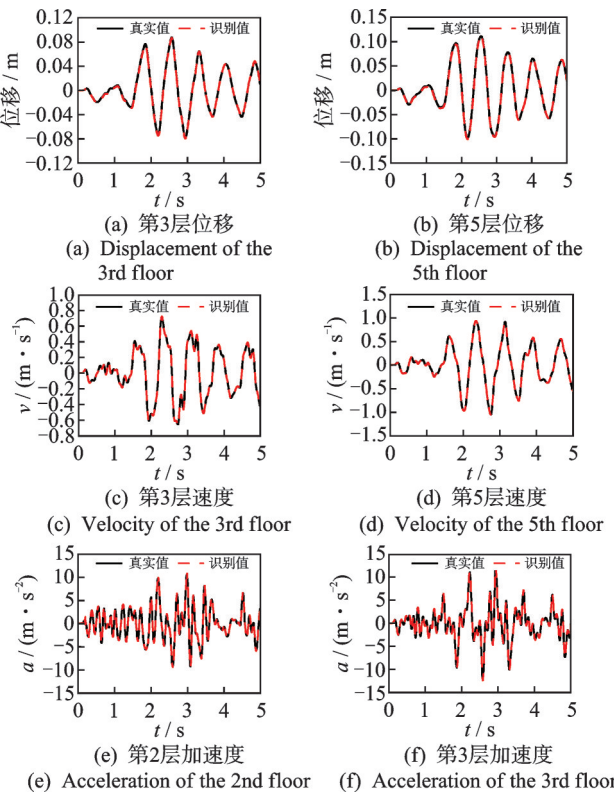


图 7 未知动力识别结果
Fig.7 The identified results of unknown dynamic

识别结果如图 8 所示。可以看出，识别的未知动力及未知宽带激励与真实值之间具有较好的一致性。

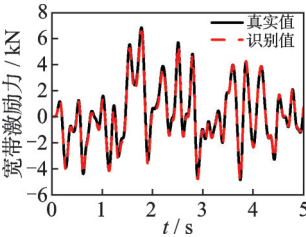


图 8 未知宽带激励识别结果
Fig.8 The identified result of unknown wide-band excitation

图 9 为宽带激励下总恢复力识别结果。图 9(a) 为第 6 层非线性结构总恢复力识别值，其对应的耗能时程曲线如图 9(b) 所示。可以看出，非线性结构总恢复力的识别值与真实值具有较好的一致性。因此，所提出的非线性结构总恢复力和荷载非参数化识别方法具有较好的一般性。

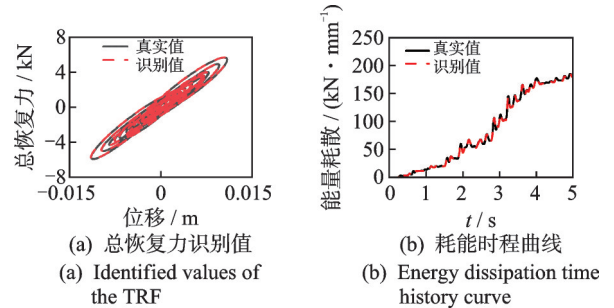


图 9 宽带激励下总恢复力识别结果
Fig.9 Identified results of TRF under wide-band excitation

表 2 为不同识别对象的 RRMSE 结果。可以看出，RRMSE 值很小，表明所提出方法可以准确识别未知的动力响应、未知宽带激励及非线性结构总恢复力。

表 2 不同识别对象的 RRMSE 结果	
Tab.2 RRMSE results of different identification objects	
识别对象	RRMSE/%
第 1 层位移	2.61
第 3 层位移	2.85
第 5 层位移	2.72
第 6 层位移	2.63
第 1 层速度	0.21
第 3 层速度	0.27
第 5 层速度	0.29
第 6 层速度	0.32
第 2 层加速度	2.13
第 3 层加速度	1.35
宽带激励	7.60
总恢复力	0.57

3 结 论

1) 当非线性元件的参数化模型信息未知时,所提出的非线性结构总恢复力、荷载和动力响应非参数化识别方法是有效的。

2) 数值算例结果显示,对于不同的激励、噪声水平和不同类型的MR阻尼器,所提出方法都具有较好的识别结果和鲁棒性。

3) 通过部分加速度和位移响应数据融合,可以消除位移和未知激励识别过程中的漂移现象,实现非线性结构总恢复力、荷载及未知动力响应的非参数化识别。

参 考 文 献

- [1] 梁韬,叶涛萍,李守文,等.结合多通道MTF和CNN的框架结构损伤识别方法[J].振动、测试与诊断,2024,44(2):217-224.
LIANG Tao, YE Taoping, LI Shouwen, et al. Damage identification method using multi-channel Markov transition field and convolutional neural network for frame structures[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2024, 44(2): 217-224. (in Chinese)
- [2] ZHANG C W, MOUSAVI A A, MASRI S F, et al. Vibration feature extraction using signal processing techniques for structural health monitoring: a review [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 177: 109175.
- [3] 雷鹰,江永强.输入输出信息有限观测下的结构损伤诊断[J].振动、测试与诊断,2012,32(5):736-740.
LEI Ying, JIANG Yongqiang. Structural damage detection technique with limited input and output measurement signals[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012, 32(5): 736-740. (in Chinese)
- [4] XU B, DENG B C, LI J, et al. Structural nonlinearity and mass identification with a nonparametric model using limited acceleration measurements[J]. Advances in Structural Engineering, 2019, 22(4): 1018-1031.
- [5] LEI Y, HUA W, LUO S J, et al. Detection and parametric identification of structural nonlinear restoring forces from partial measurements of structural responses[J]. Structural Engineering and Mechanics, 2015, 54(2): 291-304.
- [6] HE J, ZHANG X X, XU B. Identification of structural parameters and unknown inputs based on revised observation equation: approach and validation [J]. International Journal of Structural Stability and Dynamics, 2019, 19(12): 1950156.
- [7] LI D, WANG Y. Parameter identification of a differen-

tiable Bouc-Wen model using constrained extended Kalman filter [J]. Structural Health Monitoring, 2021, 20(1): 360-378.

- [8] KARAAĞAÇLI T, ÖZGÜVEN H N. A frequency domain nonparametric identification method for nonlinear structures: describing surface method [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 144: 106872.
- [9] LIU Q H, HOU Z H, ZHANG Y, et al. Nonlinear restoring force identification of strongly nonlinear structures by displacement measurement [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2022, 144(3): 31022.
- [10] LEI Y, LUO S J, HE M Y. Identification of model-free structural nonlinear restoring forces using partial measurements of structural responses [J]. Advances in Structural Engineering, 2017, 20(1): 69-80.
- [11] SU H, YANG X J, LIU L J, et al. Identifying nonlinear characteristics of model-free MR dampers in structures with partial response data [J]. Measurement, 2018, 130: 362-371.
- [12] 齐梦晨,张肖雄,贺佳.基于改进观测方程的非线性恢复力免模型识别方法[J].铁道科学与工程学报,2020,17(11):2729-2737.
QI Mengchen, ZHANG Xiaoxiong, HE Jia. Identification of nonlinear restoring force in a model-free manner based on revised observation equation [J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2020, 17 (11) : 2729-2737.(in Chinese)
- [13] XU B, ZHAO Y, DENG B C, et al. Nonparametric nonlinear restoring force and excitation identification with Legendre polynomial model and data fusion [J]. Structural Health Monitoring, 2022, 21(2): 264-281.
- [14] ZHAO Y, XU B, DENG B C, et al. Various damper forces and dynamic excitation nonparametric identification with a double Chebyshev polynomial using limited fused measurements[J]. Measurement, 2022, 193: 110940.



第一作者简介:赵冶,男,1993年11月生,博士。主要研究方向为结构非线性行为识别。曾发表《Various damper forces and dynamic excitation nonparametric identification with a double Chebyshev polynomial using limited fused measurements》(《Measurement》2022, Vol.193)等论文。

E-mail: zhaoye@usth.edu.cn

通信作者简介:许斌,男,1972年3月生,博士、教授。主要研究方向为结构非线性行为识别。

E-mail: binxu@hqu.edu.cn