DOI:10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2025.03.017

半监督超边界Fisher分析的转子故障数据降维算法*

原健辉， 赵荣珍， 邓林峰
（兰州理工大学机电工程学院 兰州，730050）

摘要 针对转子故障数据集因“维数灾难”、标签样本有限导致故障辨识精度低的问题，提出了一种基于半监督超边界Fisher分析（semi-supervised hyper-marginal Fisher analysis，简称SHMFA）的故障数据集降维算法。首先，利用标签样本的类内、类间近邻点分别构建类内、类间超图，通过无标签样本的近邻点和远离点构建无监督本征超图和惩罚超图；其次，以压缩类内信息、分离类间信息为准则构造目标函数，实现故障数据集维数约简，SHMFA通过构造超图充分刻画故障数据集的高维空间结构特性；最后，以转子系统振动信号构成的高维故障数据集为对象，采用K近邻分类器（K-nearest neighbor，简称KNN）对该算法的性能进行验证。结果表明，本算法优于传统的数据降维算法，能够优化旋转机械运行状态表征的数据结构模型，并提高故障分类的精度，为数据运算提供理论依据。

关键词 故障诊断；边界Fisher分析；特征提取；超图结构；半监督学习
中图分类号 TP18；TH165

引 言

作为石油、化工、冶金和电力等行业的关键动力装置，旋转机械发挥着不可替代的重要作用。目前，该类装置正朝着保障优质高效运行的智能运维方向发展。对其核心部件——转子系统进行全面监测，探索旋转机械数据资源的科学积累与开发利用，并研究如何实现机器智能的自动诊断技术，对于加快实现旋转机械智能制造具有重要的现实意义[1]。对旋转机械进行故障诊断时，通常从时域、频域以及时频域多个角度提取量化故障特征。这些量化故障特征中通常存在大量相关的冗余特征，造成“维数灾难”问题[2]。因此，消除故障特征数据集中的冗余信息，实现高维数据的维数约简，已成为亟待解决的关键基础问题。

降维算法是降低数据规模、挖掘数据模式和知识资源的最有效且必要手段。经典的降维算法包括邻域保持嵌入（neighborhood preserving embedding，简称NPE）[3]和鉴别保持投影（discriminant locality preserving projections，简称DLPP）[4]等。Yan等[5]基于图嵌入框架（graph embedding，简称GE），提出了边界Fisher分析（marginal Fisher analysis，简称MFA）的监督学习算法。MFA有效利用数据样本的标签信息，通过构造类内本征图和类间惩罚图来提高低维嵌入特征的可分性，进而提高故障分类的精度[6]。然而，MFA算法存在以下不足：①作为有监督学习算法，MFA无法利用相对易于获取的无标签样本，造成信息资源浪费；②MFA算法构造的简单图仅考虑了数据间的一阶关系，而故障数据在高维空间中往往具有复杂的多元结构关系。

针对有监督学习算法存在的缺陷，杨昔阳等[7]将局部信息理论应用到模糊Fisher判别分析中，构造了一种半监督模糊局部Fisher判别分析（semi-supervised fuzzy local Fisher discriminant analysis，简称SFL-FDA）的降维方法。李峰等[8]提出了一种半监督的稀疏保持二维边界Fisher分析（semi-supervised sparsely preserving two-dimensional marginal Fisher analysis，简称SPP2DMFA）降维算法，可完成特征的鉴别提取。这些方法构造的图仍为简单图，而故障样本之间的关系并非简单的一对一关系，为此，超图模型提供了解决思路。Huang等[9]提出了一种鉴别超拉普拉斯（discriminant hyper-Laplacian projections，简称DHLP）方法。Yuan等[10]提出了一种局部全局标准超图嵌入（local-global standard hypergraph embedding，简称LGSHE）的方法，通过构造局部全局标准超图，准确刻画高维故障数据集的内在结构，有效降低数据维度进而提高故障分类精度。

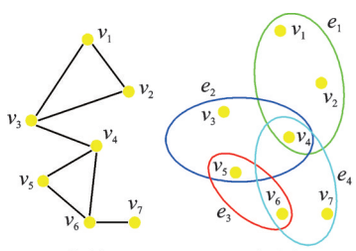
* 国家自然科学基金资助项目（62241308，51675253）；甘肃省优秀研究生“创新之星”资助项目（2022CXZX-415）
收稿日期：2022-12-24；修回日期：2023-03-02

笔者结合半监督学习和超图理论的思想，对传统的边界 Fisher 分析算法加以改进，提出一种依赖于 SHMFA 的转子系统故障数据集降维算法，为积累高价值密度的数据资源和基于工业大数据的旋转机械智能决策技术提供数据运算的理论依据。

1　SHMFA 降维算法

1.1　超图嵌入模型

超图作为简单图的泛化型式，最大差异在于边与超边内包含不同数目的顶点。通常，超图的超边往往比简单图包含更多的顶点，包含多个顶点的超边具有更强的数据连接能力。图 1 为 2 类图的结构示意图。



	e_1	e_2	e_3	e_4
v_1	1	0	0	0
v_2	1	0	0	0
v_3	0	1	0	0
v_4	1	1	0	1
v_5	0	1	1	0
v_6	0	0	1	1
v_7	0	0	0	1

图 1　2 类图的结构示意图

Fig.1　Schematic structure of two types of graphs

超图模型表示为 $G^{\mathrm{H}}=\{V^{\mathrm{H}}, E^{\mathrm{H}}, W^{\mathrm{H}}\}$，其中：$E^{\mathrm{H}}$ 为超边集；V^{H} 为顶点集。超边 $e_i\in E^{\mathrm{H}}$，超边权值为 $w(e^{\mathrm{H}})\in W^{\mathrm{H}}$。关联矩阵 $S=[s(v_i, e_j)]_{i,j}\in R^{|V^{\mathrm{H}}|\times|E^{\mathrm{H}}|}$，表示顶点 v_i 与超边 e_j 的关系。其中，$s(v_i, e_j)=\begin{cases}1 & (v_i\in e_j)\\ 0 & (\text{其他})\end{cases}$。

顶点的度 $d(v_i)$ 表示连接顶点的超边权重和，即

$$d(v_i)=\sum_{j=1}^{n} w(e_j)s(v_i, e_j) \tag{1}$$

超边的度 $d(e_i)$ 为每条超边上顶点的个数，定义为

$$d(e_i)=\sum_{i=1}^{n} s(v_i, e_j) \tag{2}$$

由于超边可以包含多个顶点，相比简单图，超图通过超边表征顶点间的多元结构关系，因而超图可更好地描述数据在高维空间中的复杂结构。

1.2　提出的半监督超边界 Fisher 分析

设高维故障特征集为 $X=[X_{\mathrm{b}}, X_{\mathrm{u}}]\in R^{d\times n}$，$d$ 为特征维数，n 为样本总数。其中：标签样本集 $X_{\mathrm{b}}=[(x_{l,1}, l_1), (x_{l,2}, l_2), \cdots, (x_{l,n_l}, l_{n_l})]\in R^{d\times n_l}$，$l_i\in\{1, 2, \cdots, m\}$，$m$ 为样本类别数；无标签样本集 $X_{\mathrm{u}}=[x_{u,1}, x_{u,2}, \cdots, x_{u,n_u}]\in R^{d\times n_u}$，$n_{\mathrm{b}}$ 为标签样本数，n_{u} 为无标签样本数，$n=n_{\mathrm{b}}+n_{\mathrm{u}}$。设降维后得到的低维特征集 $Y=[y_{l,1}, y_{l,2}, \cdots, y_{l,nl}, y_{u,1}, y_{u,2}, \cdots, y_{u,nu}]\in R^{r\times n}$，$Y$ 的维数为 $r(r\ll d)$。令 $Y=A^{\mathrm{T}}X$，其中，$A\in R^{d\times r}$，为投影矩阵。为了将具有 d 维特征的数据集 X 向具有 r 维特征的数据子集 Y 进行投影，提出的 SHMFA 算法描述如下：①利用标签样本构建类内、类间超图；②通过无标签样本构建无监督本征超图和惩罚超图；③以压缩类内信息、分离类间信息为准则构造目标函数，实现故障数据集维数约简。图 2 为 SHMFA 算法原理图。

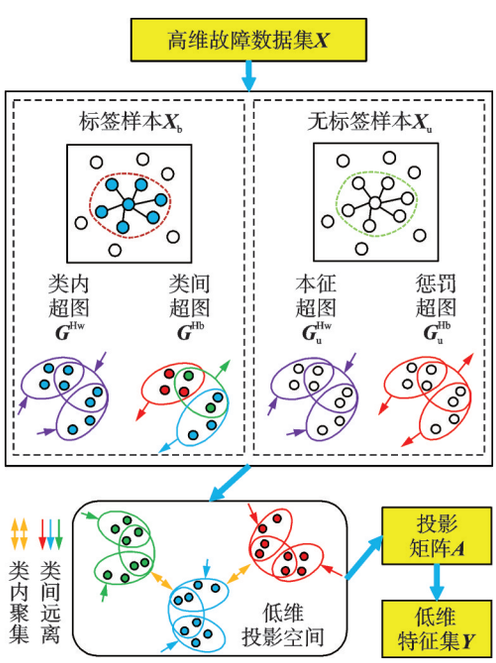


图 2　SHMFA 算法原理图

Fig.2　Schematic diagram of SHMFA algorithm

1.2.1　构建有监督超图

根据图 2，以样本的类别信息与样本间的欧氏距离构建超图，包括类内超图 $G^{\mathrm{Hw}}=\{V^{\mathrm{Hw}}, E^{\mathrm{Hw}}, W^{\mathrm{Hw}}\}$、类间超图 $G^{\mathrm{Hb}}=\{V^{\mathrm{Hb}}, E^{\mathrm{Hb}}, W^{\mathrm{Hb}}\}$。其中：$V^{\mathrm{Hw}}$、$V^{\mathrm{Hb}}$ 为类内、类间超图顶点集；E^{Hw}、E^{Hb} 为类内、类间超边集；W^{Hw}、W^{Hb} 为超边集 E^{Hw}、E^{Hb} 对应的权重矩阵。

类内超边权值定义为

$$w_i^{\mathrm{Hw}}=w(e_i^{\mathrm{w}})=\sum_{v_j\in e_i}\exp\left(-\frac{\|v_i-v_j\|^2}{2(t_i)^2}\right) \tag{3}$$

其中：参数 t_i 为热核参数，$t_i=\frac{1}{k_1}\sum_{v_j\in e_i}\|v_i-v_j\|$；$v_j$ 为 v_i 的类内 k_1 个近邻点。

类内超图的关联矩阵 $\boldsymbol{S}^{\mathrm{w}}$ 定义为

$$\boldsymbol{S}_{ij}^{\mathrm{w}}=\boldsymbol{s}(v_i,e_j^{\mathrm{w}})=\begin{cases}1 & (v_i\in e_j^{\mathrm{w}})\\ 0 & (\text{其他})\end{cases} \tag{4}$$

基于 $\boldsymbol{W}^{\mathrm{Hw}}$ 和 $\boldsymbol{S}^{\mathrm{w}}$ 可计算得到顶点 $v_i\in\boldsymbol{V}^{\mathrm{w}}$ 的度，即

$$d(v_i,e_j^{\mathrm{w}})=\sum_{e_j\in\boldsymbol{E}^{\mathrm{w}}}w(e_j^{\mathrm{w}})=\sum_{j}^{N}w(e_j^{\mathrm{w}})\boldsymbol{s}(v_i,e_j^{\mathrm{w}})=\sum_{j}^{N}w_j^{\mathrm{Hw}}\boldsymbol{S}_{ij}^{\mathrm{w}} \tag{5}$$

类内超边 $e_j^{\mathrm{w}}\in\boldsymbol{E}^{\mathrm{w}}$ 的度为超边内所有顶点的数目

$$d(e_j^{\mathrm{w}})=\sum_{v_i\in\boldsymbol{V}^{\mathrm{w}}}\boldsymbol{s}(v_i,e_j^{\mathrm{w}})=\sum_{i=1}^{M}\boldsymbol{S}_{ij}^{\mathrm{w}} \tag{6}$$

类间超图的超边权值可表示为

$$w_i^{\mathrm{Hb}}=w(e_i^{\mathrm{b}})=\sum_{v_j\notin e_i}\exp\left(-\frac{\|v_i-v_j\|^2}{2(t_i)^2}\right) \tag{7}$$

$$\begin{cases}\min\limits_{\boldsymbol{A}}\dfrac{1}{2}\displaystyle\sum_{e_k^{\mathrm{w}}\in\boldsymbol{E}}\sum_{v_i,v_j\in e_k^{\mathrm{w}}}\frac{w(e_k^{\mathrm{w}})\boldsymbol{s}(v_i,e_k^{\mathrm{w}})\boldsymbol{s}(v_j,e_k^{\mathrm{w}})}{d(e_k^{\mathrm{w}})}\|\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}v_i-\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}v_j\|=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{M}\sum_{i,j=1}^{N}\frac{w_k^{\mathrm{Hw}}\boldsymbol{S}_{ik}^{\mathrm{w}}\boldsymbol{S}_{jk}^{\mathrm{w}}}{d_k^{e\mathrm{w}}}\|\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}v_i-\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}v_j\|=\\ \qquad\mathrm{tr}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}\boldsymbol{L}_{\mathrm{H}}^{\mathrm{w}}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})\\ \max\limits_{\boldsymbol{A}}\dfrac{1}{2}\displaystyle\sum_{e_k^{\mathrm{b}}\in\boldsymbol{E}}\sum_{v_i,v_j\in e_k^{\mathrm{b}}}\frac{w(e_k^{\mathrm{b}})\boldsymbol{s}(v_i,e_k^{\mathrm{b}})\boldsymbol{s}(v_j,e_k^{\mathrm{b}})}{d(e_k^{\mathrm{b}})}\|\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}v_i-\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}v_j\|=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{M}\sum_{i,j=1}^{N}\frac{w_k^{\mathrm{Hb}}\boldsymbol{S}_{ik}^{\mathrm{b}}\boldsymbol{S}_{jk}^{\mathrm{b}}}{d_k^{e\mathrm{b}}}\|\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}v_i-\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}v_j\|=\\ \qquad\mathrm{tr}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}\boldsymbol{L}_{\mathrm{H}}^{\mathrm{b}}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})\end{cases} \tag{11}$$

其中：$\boldsymbol{L}_{\mathrm{H}}^{\mathrm{w}}=\boldsymbol{D}_v^{\mathrm{w}}-\boldsymbol{S}^{\mathrm{w}}\boldsymbol{W}^{\mathrm{Hw}}\boldsymbol{D}_e^{\mathrm{w}-1}\boldsymbol{S}^{\mathrm{wT}}$，为类内超图 $\boldsymbol{G}^{\mathrm{Hw}}$ 的拉普拉斯矩阵；$\boldsymbol{L}_{\mathrm{H}}^{\mathrm{b}}=\boldsymbol{D}_v^{\mathrm{b}}-\boldsymbol{S}^{\mathrm{b}}\boldsymbol{W}^{\mathrm{Hb}}\boldsymbol{D}_e^{\mathrm{b}-1}\boldsymbol{S}^{\mathrm{bT}}$，为类间超图 $\boldsymbol{G}^{\mathrm{Hb}}$ 的拉普拉斯矩阵；$\boldsymbol{D}_v^{\mathrm{w}}$、$\boldsymbol{D}_e^{\mathrm{w}}$、$\boldsymbol{W}^{\mathrm{Hw}}$ 分别为类内顶点度、超边度和超边权值的对角矩阵；$\boldsymbol{D}_v^{\mathrm{b}}$、$\boldsymbol{D}_e^{\mathrm{b}}$、$\boldsymbol{W}^{\mathrm{Hb}}$ 分别为类间顶点度、超边度和超边权值的对角矩阵。

进一步化简整理式(11)，得到

$$\begin{cases}\min\limits_{\boldsymbol{A}}\mathrm{tr}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}\boldsymbol{L}_{\mathrm{H}}^{\mathrm{w}}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})\\ \max\limits_{\boldsymbol{A}}\mathrm{tr}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}\boldsymbol{L}_{\mathrm{H}}^{\mathrm{b}}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})\end{cases} \tag{12}$$

1.2.2　构建的无监督超图

在实际应用中，通过无标签样本构建无监督超图以充分表征高维数据的复杂结构。因此，分别选取通过每个样本的近邻点和远离点构建无监督本征超图 $\boldsymbol{G}_{\mathrm{u}}^{\mathrm{Hw}}=\{\boldsymbol{V}^{\mathrm{uw}},\boldsymbol{E}^{\mathrm{uw}},\boldsymbol{W}^{\mathrm{uw}}\}$ 和惩罚超图 $\boldsymbol{G}_{\mathrm{u}}^{\mathrm{Hb}}=\{\boldsymbol{V}^{\mathrm{ub}},\boldsymbol{E}^{\mathrm{ub}},\boldsymbol{W}^{\mathrm{ub}}\}$。

无监督本征超图和惩罚超图的超边权值分别为

$$w(e_i^{\mathrm{uw}})=\sum_{v_j\in e_i^{\mathrm{uw}}}\exp\left(-\frac{\|v_i-v_j\|^2}{2(t_i^{\mathrm{uw}})^2}\right) \tag{13}$$

$$w(e_i^{\mathrm{ub}})=\sum_{v_j\in e_i^{\mathrm{ub}}}\exp\left(-\frac{\|v_i-v_j\|^2}{2(t_i^{\mathrm{ub}})^2}\right) \tag{14}$$

无监督本征超图和惩罚超图的关联矩阵分别为

$$\boldsymbol{S}_{uij}^{\mathrm{w}}=\boldsymbol{s}(v_i,e_j^{\mathrm{uw}})=\begin{cases}1 & (v_i\in e_j^{\mathrm{uw}})\\ 0 & (\text{其他})\end{cases} \tag{15}$$

$$\boldsymbol{S}_{uij}^{\mathrm{b}}=\boldsymbol{s}(v_i,e_j^{\mathrm{ub}})=\begin{cases}1 & (v_i\in e_j^{\mathrm{ub}})\\ 0 & (\text{其他})\end{cases} \tag{16}$$

基于超边权重和关联矩阵，分别计算得到无监督本征超图和惩罚超图中顶点的度，即

$$d(v_i,e_j^{\mathrm{uw}})=\sum_{j}^{N}w(e_j^{\mathrm{uw}})\boldsymbol{s}(v_i,e_j^{\mathrm{uw}}) \tag{17}$$

$$d(v_i,e_j^{\mathrm{ub}})=\sum_{j}^{N}w(e_j^{\mathrm{ub}})\boldsymbol{s}(v_i,e_j^{\mathrm{ub}}) \tag{18}$$

无监督本征超图和惩罚超图中，超边的度表示

超边内所有顶点的数目，分别定义为

$$d(e_j^{\mathrm{uw}})=\sum_{v_i\in V^{\mathrm{uw}}}\boldsymbol{s}(v_i,e_j^{\mathrm{uw}}) \tag{19}$$

$$d(e_j^{\mathrm{ub}})=\sum_{v_i\in V^{\mathrm{ub}}}\boldsymbol{s}(v_i,e_j^{\mathrm{ub}}) \tag{20}$$

联合上述定义，得到无监督超图的目标函数为

$$\begin{cases}\min\limits_{\boldsymbol{A}}\dfrac{1}{2}\sum\limits_{e_k^{\mathrm{uw}}\in\boldsymbol{E}}\sum\limits_{v_i,v_j\in e_k^{\mathrm{uw}}}\dfrac{w(e_k^{\mathrm{uw}})\boldsymbol{s}(v_i,e_k^{\mathrm{uw}})\boldsymbol{s}(v_j,e_k^{\mathrm{uw}})}{d(e_k^{\mathrm{uw}})}\times\\ \quad\|\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}v_i-\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}v_j\|=\mathrm{tr}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}\boldsymbol{L}_{\mathrm{Hu}}^{\mathrm{w}}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})\\ \max\limits_{\boldsymbol{A}}\dfrac{1}{2}\sum\limits_{e_k^{\mathrm{ub}}\in\boldsymbol{E}}\sum\limits_{v_i,v_j\in e_k^{\mathrm{ub}}}\dfrac{w(e_k^{\mathrm{ub}})\boldsymbol{s}(v_i,e_k^{\mathrm{ub}})\boldsymbol{s}(v_j,e_k^{\mathrm{ub}})}{d(e_k^{\mathrm{ub}})}\times\\ \quad\|\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}v_i-\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}v_j\|=\mathrm{tr}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}\boldsymbol{L}_{\mathrm{Hu}}^{\mathrm{b}}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})\end{cases} \tag{21}$$

进一步优化式(21)，得到

$$\begin{cases}\min\limits_{\boldsymbol{A}}\mathrm{tr}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_{\mathrm{u}}\boldsymbol{L}_{\mathrm{Hu}}^{\mathrm{w}}\boldsymbol{V}_{\mathrm{u}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})\\ \max\limits_{\boldsymbol{A}}\mathrm{tr}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_{\mathrm{u}}\boldsymbol{L}_{\mathrm{Hu}}^{b}\boldsymbol{V}_{\mathrm{u}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})\end{cases} \tag{22}$$

其中：$\boldsymbol{L}_{\mathrm{Hu}}^{\mathrm{w}}=\boldsymbol{D}_{vu}^{\mathrm{w}}-\boldsymbol{S}_{\mathrm{u}}^{\mathrm{Hw}}\boldsymbol{W}_{\mathrm{u}}^{\mathrm{Hw}}\boldsymbol{D}_{eu}^{\mathrm{w}\,-1}\boldsymbol{S}_{\mathrm{u}}^{\mathrm{w\,T}}$；$\boldsymbol{L}_{\mathrm{Hu}}^{\mathrm{b}}=\boldsymbol{D}_{vu}^{\mathrm{b}}-\boldsymbol{S}_{\mathrm{u}}^{\mathrm{Hb}}\boldsymbol{W}_{\mathrm{u}}^{\mathrm{Hb}}\boldsymbol{D}_{eu}^{\mathrm{b}\,-1}\boldsymbol{S}_{\mathrm{u}}^{b\,\mathrm{T}}$；$\boldsymbol{V}_{\mathrm{u}}$为无标签顶点集。

1.2.3 SHMFA目标函数

为兼顾数据样本的标签样本信息和无标签样本信息，SHMFA在低维嵌入过程中需使类内信息聚集、类间信息远离。以此为构造目标函数准则，结合式(12)和式(22)，定义SHMFA的最终目标函数为

$$\begin{aligned}\arg\max_{\boldsymbol{A}}\{&[\alpha(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}\boldsymbol{L}_{\mathrm{H}}^{\mathrm{b}}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}+\\&(1-\alpha)\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_{\mathrm{u}}\boldsymbol{L}_{\mathrm{Hu}}^{b}\boldsymbol{V}_{\mathrm{u}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})]-[\beta(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}\boldsymbol{L}_{\mathrm{H}}^{\mathrm{w}}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}+\\&(1-\beta)\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_{\mathrm{u}}\boldsymbol{L}_{\mathrm{Hu}}^{\mathrm{w}}\boldsymbol{V}_{\mathrm{u}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})]\}\end{aligned} \tag{23}$$

其中：参数$\alpha,\beta\in[0,1]$；α为类间超图和无监督本征超图的平衡系数；β为类内超图和无监督惩罚超图的平衡系数。

根据拉格朗日乘子法，将式(23)中的最优化问题转化为广义特征值的求解问题，即

$$\begin{aligned}&[(\alpha\boldsymbol{M}_{\mathrm{H}}^{\mathrm{b}}+(1-\alpha)\boldsymbol{M}_{\mathrm{Hu}}^{\mathrm{b}})-(\beta\boldsymbol{M}_{\mathrm{H}}^{\mathrm{w}}+(1-\\&\beta)\boldsymbol{M}_{\mathrm{Hu}}^{\mathrm{w}})]\boldsymbol{A}=\lambda\boldsymbol{A}\end{aligned} \tag{24}$$

其中：$\boldsymbol{M}_{\mathrm{H}}^{\mathrm{w}}=\boldsymbol{V}\boldsymbol{L}_{\mathrm{H}}^{\mathrm{w}}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}$；$\boldsymbol{M}_{\mathrm{Hu}}^{\mathrm{w}}=\boldsymbol{V}_{\mathrm{u}}\boldsymbol{L}_{\mathrm{Hu}}^{\mathrm{w}}\boldsymbol{V}_{\mathrm{u}}^{\mathrm{T}}$；$\boldsymbol{M}_{\mathrm{H}}^{\mathrm{b}}=\boldsymbol{V}\boldsymbol{L}_{\mathrm{H}}^{\mathrm{b}}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}$；$\boldsymbol{M}_{\mathrm{Hu}}^{\mathrm{b}}=\boldsymbol{V}_{\mathrm{u}}\boldsymbol{L}_{\mathrm{Hu}}^{\mathrm{b}}\boldsymbol{V}_{\mathrm{u}}^{\mathrm{T}}$。

对式(24)进行特征值分解，将得到的特征值按从大到小排序，投影矩阵$\boldsymbol{A}\in R^{d\times r}$为排序后前$r$个特征值对应的特征向量，低维特征子集为$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}$。

1.2.4 提出的SHMFA算法步骤

提出的SHMFA算法用于降低数据维数的步骤如下：

1）构建有监督类内超图$\boldsymbol{G}^{\mathrm{Hw}}$和类间超图$\boldsymbol{G}^{\mathrm{Hb}}$，计算$\boldsymbol{G}^{\mathrm{Hw}}$、$\boldsymbol{G}^{\mathrm{Hb}}$的拉普拉斯矩阵$\boldsymbol{L}_{\mathrm{H}}^{\mathrm{w}}$、$\boldsymbol{L}_{\mathrm{H}}^{\mathrm{b}}$；

2）构建无监督本征超图$\boldsymbol{G}_{u}^{\mathrm{Hw}}$和无监督惩罚超图$\boldsymbol{G}_{\mathrm{u}}^{\mathrm{Hb}}$，计算$\boldsymbol{G}_{\mathrm{u}}^{\mathrm{Hw}}$、$\boldsymbol{G}_{\mathrm{u}}^{\mathrm{Hb}}$的拉普拉斯矩阵$\boldsymbol{L}_{\mathrm{Hu}}^{\mathrm{w}}$、$\boldsymbol{L}_{\mathrm{Hu}}^{\mathrm{b}}$；

3）建立式(24)所示的最优目标函数，对其进行特征值分解；

4）按照特征值由大到小的顺序排列，取前r个特征值所对应的特征向量组成投影矩阵$\boldsymbol{A}=[a_1,a_2,\cdots,a_r]$，得到低维嵌入特征为$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}$。

1.3 SHMFA算法在故障诊断上的应用

根据提出的SHMFA降维算法，将其应用于实际故障诊断中。图3为故障诊断流程图。输入：高维故障特征集$\boldsymbol{X}=[\boldsymbol{X}_{\mathrm{b}},\boldsymbol{X}_{\mathrm{u}}]\in R^{d\times n}$，标签样本集$\boldsymbol{X}_{\mathrm{b}}=[(x_{l,1},l_1),(x_{l,2},l_2),\cdots,(x_{l,n_l},l_{n_l})]\in R^{d\times n_l}$；无标签样本集$\boldsymbol{X}_{\mathrm{u}}=[x_{u,1},x_{u,2},\cdots,x_{u,n_u}]\in R^{d\times n_u}$。构建有监督简超图时所需的类内、类间近邻点数目分别为k_1、k_2；无监督超图所需近邻点和远离点数目分别为K_{U_1}，K_{U_2}，低维空间维数d；式(24)中的平衡参数α,β。输出：投影矩阵$\boldsymbol{A}$，低维敏感特征子集$\boldsymbol{Y}$。步骤如下：

1）采集转子振动信号并提取表1所示的故障特征参数；

2）对原始故障特征集进行归一化处理，分为训练集$\boldsymbol{X}_1$和测试集$\boldsymbol{X}_2$；

3）将$\boldsymbol{X}_1$输入SHMFA算法中进行训练，得到投影矩阵$\boldsymbol{A}$；

4）用$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}$对$\boldsymbol{X}_1$、$\boldsymbol{X}_2$进行降维，得到低维特征集$\boldsymbol{Y}_1$、$\boldsymbol{Y}_2$；

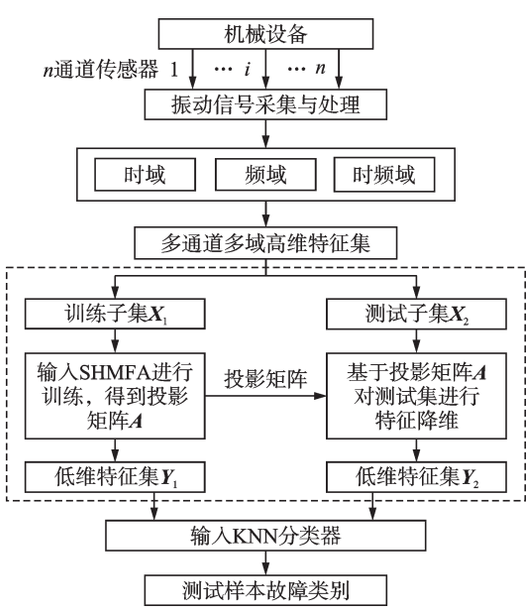


图3 故障诊断流程图

Fig.3 Procedure of fault diagnosis

表 1　特征参数

Tab.1　Feature parameters

序号	特征	序号	特征	序号	特征
1	均值	9	最大值	17	均值频率
2	均方值	10	最小值	18	均方根频率
3	方根幅值	11	峰峰值	19	频率标准差
4	均方根值	12	波形指标	20	频率中心
5	绝对均值	13	峰值指标	21	频率峭度
6	歪度	14	脉冲指标	22	频谱二阶矩
7	峭度	15	裕度指标	23～	4层小波包分解
8	方差	16	峭度指标	38	频带能量特征

1～16为时域特征；17～22为频域特征；23～38为时频域特征

5）将得到的 Y_1、Y_2输入到K近邻分类器中进行故障模式辨识。

2　实验研究

为验证本研究方法的有效性，选择无锡厚德仪表公司的HZXT-DS-001型实验台进行转子故障模拟分析。图4为转子振动实验台。该实验台共使用6个电涡流传感器采集振动信号，分别采集2个轴承座径向（y）和2个质量盘处转子径向（x、y）的振动信号。在转速为3 000 r/min，采样频率为10 kHz状态下，模拟转子不对中、质量不平衡、动静碰摩、气流扰动、轴承座松动和正常状态共6种典型振动状态。采集每种状态的数据样本各100组，选取30组标记样本、20组无标记样本进行训练，其余50组作为测试样本。对每个通道传感器采集的振动信号分别提取如表1所示的38个特征参数，6个通道共得到6×38＝228个特征。

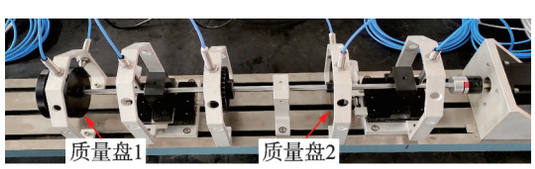


图4　转子振动实验台

Fig.4　Experiment of rotor vibration

2.1　设定的算法参数

设SHMFA算法中有监督超图类内、类间近邻点数 k_1＝11，k_2＝7；无监督超图近邻点数和远离点数 uK_1＝uK_2＝6；低维空间的维数 d 为类别数减1[11-12]，即 d＝6－1＝5；平衡参数 α 和 β 的区间均设为 $\{0, 0.1, \cdots, 1\}$。不同平衡参数 α，β 的故障识别率如图5所示。可见，随着 α 和 β 的增大，故障识别率呈现先增大、后减小的总体趋势，本研究中 α＝0.7，β＝0.3。

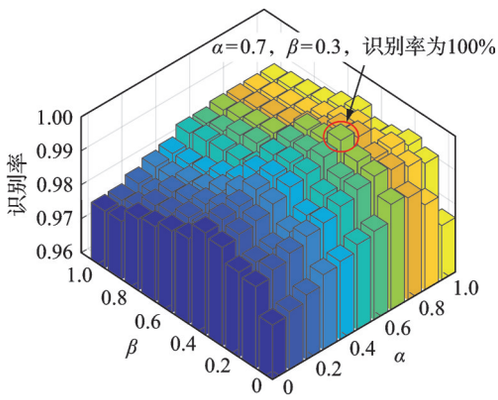


图5　不同平衡参数 α 和 β 的故障识别率

Fig.5　The recognition rate with different α and β

2.2　降维的可视化效果

为了验证SHMFA的有效性，将高维数据集经MFA[6]、GLMFA[13]、SFL-FDA[7]、SPP2DMFA[8]和SHMFA进行降维。其中：MFA和GLMFA为有监督算法，只利用训练样本中的带标签数据进行学习；SFL-FDA和SPP2DMFA为半监督学习算法，采用与SHMFA相同的样本进行训练。使用网格搜寻法得到各算法的最佳参数，具体如下：MFA的类内、类间近邻数 K_{intra}、K_{intre} 分别定为6、10；GLMFA的近邻数 k_1＝5、k_2＝11；正则化参数 ξ＝0.5、θ＝0.5；SFL-FDA算法的近邻数 k＝7，用于调节算法中PCA模块和FL-FDA模块的贡献度系数 β，取 β＝0.5；SPP2DMFA的同类近邻数 k_1＝4、异类近邻数 k_2＝13，用于调节稀疏项贡献度的调节系数 α（α＝0.2）。各算法降维后其特征子集的前3维特征可视化结果如图6所示。

从图6可知，未经任何改进的MFA算法的降维效果最差，GLMFA的降维效果次之；2个改进的半监督Fisher算法的可视化效果较好，各类故障已经逐步分离，但仍有部分混叠现象；经SHMFA降维后的可视化效果最好，各类故障清晰可见，已被完全分离。

2.3　降维效果衡量指标

为了说明SHMFA算法的优势，引入可分性指标评价低维特征子集的聚类与分类效果[14]。假定数据集有 C 类，第 k 类样本拥有 n_j 个样本点的数据记为 y_{ki}（k＝1, 2, …, C；i＝1, 2, …, n），每类样本的聚

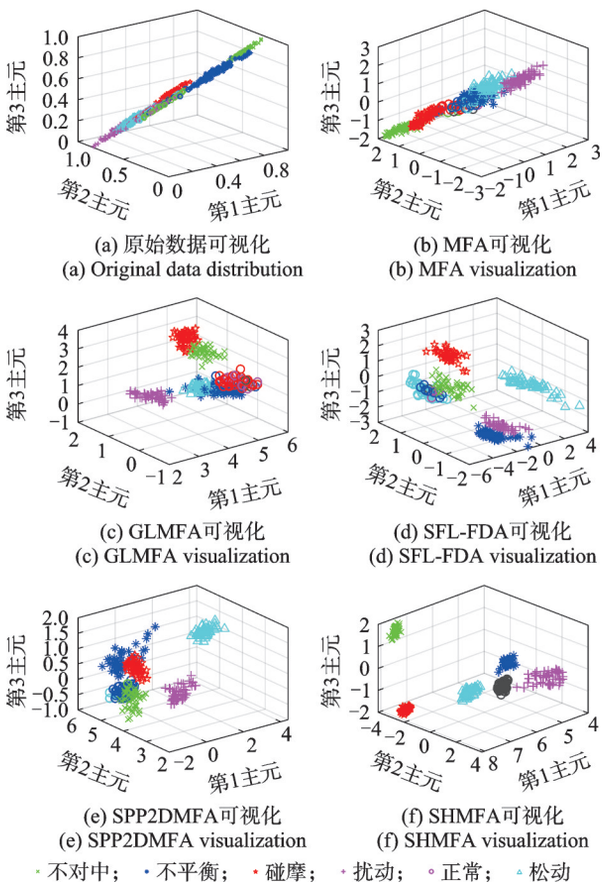


图 6 降维效果可视化结果

Fig.6 The visualization effect of dimension reduction

类中心为$\overline{y_k}=\frac{1}{nj}\sum_{i=1}^{nj}y_{ki}$，$(k=1,2,\cdots,C)$。

特征子集的类间距离d_b表征不同类样本之间的离散程度，即

$$d_b=\frac{2}{C(C-1)}\sum_{k=1}^{C-1}\sum_{l=k+1}^{C}\|\overline{y_k}-\overline{y_l}\| \tag{25}$$

类内距离d_w表征同类样本之间的紧致程度，即

$$d_w=\frac{1}{C}\frac{1}{nj}\sum_{k=1}^{C}\sum_{i=1}^{nj}\|y_{ki}-\overline{y_k}\| \tag{26}$$

可分性指标定义为

$$\beta=d_b/d_w \tag{27}$$

显然，d_b越大、d_w越小，则β越大，表明特征集的可分性越好。

根据式(27)计算各算法的可分性指标β，得到各算法降维后的可分性指标如表 2 所示。可见，相较于 MFA、GLMFA、SFL-FDA 和 SPP2DMFA 等算法，SHMFA 算法具有较大的可分性指标，表明建立的 SHMFA 具有较好的降维能力。

故障诊断的目标是实现故障自动辨识，故选择 KNN 分类器验证各降维算法的识别准确率，如表 3 所示。

表 2 各算法降维后的可分性指标

Tab.2 The separability index of different algorithm

降维算法	可分性指标β
MFA	18.735 5
GLMFA	22.273 3
SFL-FDA	62.125 4
SPP2DMFA	42.257 8
SHMFA	128.284 2

表 3 各降维算法的识别准确率

Tab.3 Recognition accuracy of each algorithm %

降维算法	振动状态						平均识别
	不对中	不平衡	碰磨	扰动	松动	正常	准确率
未降维	100	36	42	48	40	38	50.70
MFA	98	84	98	92	90	86	91.33
GLMFA	94	86	96	98	88	90	92.00
SFL-FDA	96	94	100	98	100	96	97.33
SPP2DMFA	92	90	96	100	100	96	95.66
SHMFA	100	100	100	100	100	100	100.00

结合图 6、表 2 和表 3 可知：

1) 数据未经任何算法降维，直接进行模式识别其效果最差，这说明利用降维算法对高维数据进行处理，增强了数据的可分性。

2) MFA 和 GLMFA 的识别率较低，降维效果较差。原因在于这 2 种算法均为监督学习算法，在只使用标签样本进行训练时，忽略了大量的无标签样本信息，造成由于过拟合导致的分类精度较低。GLMFA 的效果略优于 MFA，这是因为 GLMFA 在原始的 MFA 算法中添加了正则化项，使得该算法能够兼顾数据的全局结构，进而获得较好的降维效果。

3) SFL-FDA 和 SPP2DMFA 的识别准确率与降维效果仅次于 SHMFA，原因在于这 2 种算法是改进的半监督 Fisher 分析算法，能综合利用标签样本和无标签样本，使算法利用训练样本学习时效较好。其中，SFL-FDA 对模糊 Fisher 判别分析加以改进，构造了局部模糊类内和类间散度矩阵，而模糊集合比普通的集合具有更强的类别表达能力。SFL-FDA 还通过 PCA 获得最佳投影方案。SPP2DMFA 在 MFA 的基础上重构了类内和类间权重矩阵，利用稀疏表示算法计算出的稀疏表示项来实现鉴别信息的融合，提高分类精度。但是，这 2 种算法在计算类内和类间散度矩阵时，仍采用普通图而非超图，导致样本间的信息丢失，进而降低了降维效果。

4）SHMFA 的识别准确率及降维效果优于其他算法，原因在于 SHMFA 属于半监督降维算法，能通过充分利用标签样本和无标签样本构建超图，解决了监督算法中标签样本较少时产生的过拟合问题。同时，SHMFA 还采用超图嵌入的方式表征数据结构，可以准确刻画出高维数据的结构，使得低维嵌入特征的可分性更好。

2.4　算法运行时间分析

运行时间是衡量算法质量的一个重要指标。各算法的运行时间如表 4 所示。实验的具体操作环境如下：CPU 为 Intel Core i7，2.3 GHz，内存为 8 GB，操作系统为 Windows 10，软件平台为 Matlab2016a。由表 4 可知：监督算法 MFA 和 GLMFA 所需的运行时间较少；由于 GLMFA 在原始算法中添加了正则

表 4　各算法的运行时间

Tab.4　Running time for each algorithm　　s

降维算法	第 1 次	第 2 次	第 3 次	平均值
MFA	1.125	1.258	1.096	1.159 7
GLMFA	3.548	3.728	3.654	3.643 3
SFL-FDA	15.158	14.964	15.024	15.048 7
SPP2DMFA	10.779	11.128	10.186	10.697 7
SHMFA	12.693	12.925	12.979	12.865 7

化项，兼顾数据的全局信息，因此运行时间略有增加；3 种半监督 Fisher 分析算法的运行时间都有所增长，其中 SFL-FDA 由于增加了 PCA 获取最优降维方向，所需时间最长；SHMFA 相较于 SPP2DMFA 而言，时间有所增加（增加的时间仍在一个数量级内），但相对于识别率的提升，仍是可以接受的。

2.5　SHMFA 处理少标签样本性能验证

为验证 SHMFA 算法综合利用标签样本与无标签样本的能力，分别依次设置训练样本中标签样本与无标签样本的比例为 5/45、10/40、15/35、20/30、25/25、30/20、35/15、40/10 和 45/5。选择 3 种半监督算法 SFL-FDA、SPP2DMFA 和 SHMFA 进行实验。标签样本数量不同时各算法的分类准确率如图 7 所示。

分析图 7 可知，在不同比例下，SHMFA 的平均识别率明显优于其他 2 种半监督 Fisher 分析算法，在标签样本数量仅为 5 或者 10 时，SHMFA 也能保持 90% 以上的识别准确率。这表明 SHMFA 具有优秀的小样本处理能力及较强的稳定性。

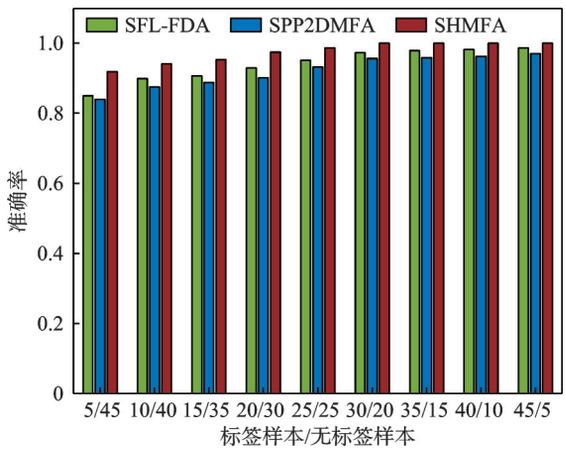


图 7　标签样本数量不同时各算法的分类准确率

Fig.7　Classification accuracy of of each method with different number of label samples

2.6　SHMFA 的泛化性能验证

为验证所提出的 SHMFA 的泛化性能，在不同转速下（分别为 1 600，2 400 和 3 000 r/min），将各算法降维得到的低维特征集输入到 KNN 中进行故障辨识。图 8 为不同转速下各算法的分类准确率。可以看出，SHMFA 算法获得了明显高于其他 4 种算法的识别准确率，这表明 SHMFA 算法具有较高的泛化性。

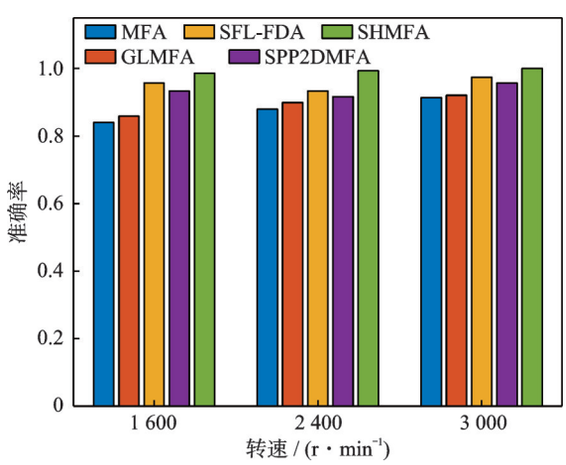


图 8　不同转速下各算法的分类准确率

Fig.8　Classification accuracy of of each method with different speeds

3　结束语

针对转子故障数据集因“维数灾难”、标签样本有限而导致的故障辨识精度低的问题，提出了一种基于 SHMFA 的故障数据集降维算法。该算法利用标签样本构建类内、类间超图；通过无标签样本构建无监督本征超图和惩罚超图，在低维嵌入空间中增

强同类样本的聚集性和异类样本的远离性，实现了转子故障数据集维数约简。该方法能够充分刻画故障数据集的高维空间结构特性，用转子实验台采集的故障数据对所提算法性能进行验证，结果表明：相比较于MFA及Fisher分析算法，SHMFA的降维效果更好，模式识别精度更高。该算法可为旋转机械智能故障决策提供一种新的解决方案。

参 考 文 献

[1] 柴天佑. 工业人工智能发展方向[J]. 自动化学报，2020，46(10)：2003-2012.
CHAI Tianyou. Development directions of industrial artificial intelligence[J]. Acta Automatica Sinica，2020，46(10)：2003-2012.(in Chinese)

[2] 左红艳，刘晓波，洪连环. FDM和RCMDE结合的特征提取与故障诊断[J]. 振动、测试与诊断，2021，41(3)：539-546.
ZUO Hongyan，LIU Xiaobo，HONG Lianhuan. Feature extraction and fault diagnosis based on FDM and RCMDE[J]. Journal of Vibration，Measurement & Diagnosis，2021，41(3)：539-546.(in Chinese)

[3] SHA X，LUO C M，DIAO N Z. A robust fault detection method based on neighborhood preserving embedding[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement，2022，71：1-12.

[4] HEY L，LI K，ZHANG N，et al. Fault diagnosis using improved discrimination locality preserving projections integrated with sparse autoencoder[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement，2021，70：1-8.

[5] YAN S C，XU D，ZHANG B Y，et al. Graph embedding and extensions：a general framework for dimensionality reduction[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence，2007，29(1)：40-51.

[6] 王晓晗，王韬，李雄伟，等. 一种基于压缩边界Fisher分析的硬件木马检测方法[J]. 电子与信息学报，2019，41(12)：3043-3050.
WANG Xiaohan，WANG Tao，LI Xiongwei，et al. A hardware Trojan detection method based on compression marginal fisher analysis[J]. Journal of Electronics & Information Technology，2019，41(12)：3043-3050.(in Chinese)

[7] 杨昔阳，邓朝阳，李志伟. 半监督模糊Fisher降维分析[J]. 厦门大学学报(自然科学版)，2015，54(6)：869-875.
YANG Xiyang，DENG Zhaoyang，LI Zhiwei. A semi-supervised fuzzy dimension reduction method[J]. Journal of Xiamen University (Natural Science)，2015，54(6)：869-875.(in Chinese)

[8] 李峰，王正群，周中侠，等. 半监督的稀疏保持二维边界Fisher分析降维算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报，2014，26(6)：923-931.
LI Feng，WANG Zhengqun，ZHOU Zhongxia，et al. Semi-supervised sparsity preserving two-dimensional marginal fisher analysis dimensionality reduction algorithm[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics，2014，26(6)：923-931.(in Chinese)

[9] HUANG S，YANG D，GE Y X，et al. Discriminant hyper-laplacian projections and its scalable extension for dimensionality reduction[J]. Neurocomputing，2016，173：145-153.

[10] YUAN J，ZHAO R，CHEN P，et al. Dimensionality reduction using local-global standard hypergraph embedding for rotor fault diagnosis[J]. Measurement Science and Technology，2023，34(3)：034006.

[11] 王翔，王金平，许万军. 基于S-SLLE的风电机组齿轮箱故障诊断方法研究[J]. 太阳能学报，2022，43(3)：343-349.
WANG Xiang，WANG Jinping，XU Wanjun. Fault diagnosis method of wind turbine gearbox based on S-SLLE[J]. Acta Energiae Solaris Sinica，2022，43(3)：343-349.(in Chinese)

[12] YUAN J H，ZHAO R Z，HE T J，et al. Fault diagnosis of rotor based on semi-supervised multi-graph joint embedding[J]. ISA Transactions，2022，131：516-532.

[13] ZHAO X L，JIA M P. Fault diagnosis of rolling bearing based on feature reduction with global-local margin Fisher analysis[J]. Neurocomputing，2018，315：447-464.

[14] 徐搏超. 高维空间可分性指标在转子诊断系统优化中的应用[J]. 中国机械工程，2019，30(10)：1239-1243.
XU Bochao. Applications of separability index of high-dimensional space in rotor diagnosis system optimization[J]. China Mechanical Engineering，2019，30(10)：1239-1243.(in Chinese)

第一作者简介：原健辉，男，1997年6月生，硕士生。主要研究方向为旋转机械智能故障诊断。
E-mail：15135455053@163.com

通信作者简介：赵荣珍，女，1960年12月生，博士、教授、博士生导师。主要研究方向为旋转机械故障诊断、机械系统动力学、机械工程动态测试技术。
E-mail：zhaorongzhen@lut.edu.cn