

多自由度产品包装非线性离散系统加速度响应*

杨松平^{1,2}

(1.暨南大学包装工程学院 珠海,519070)

(2.暨南大学力学与建筑工程学院 广州,510632)

摘要 针对随机振动激励下多自由度产品包装非线性离散系统的加速度响应动力学问题,基于累积截断和数值模拟验证,提出了多自由度产品包装正切型离散系统的加速度响应谱解析理论。首先,结合缓冲包装材料的本构关系,将考虑多个关键部件的产品包装件模型化为多自由度产品包装正切型离散系统;其次,理论推导了该 $n+1$ 个自由度系统一般形式的加速度响应谱近似解,并以 $3+1$ 个自由度正切型产品离散包装系统为例,通过与四阶龙格库塔算法所得到的响应数值解比较,验证了所提理论的有效性,并讨论了其适用范围;最后,进行系统响应的参数研究,探索了外界激励以及系统参数对于响应的影响。结果表明:外界激励强度的提升更易引发系统正切型硬弹簧作用,引起系统相应加速度响应峰值点逐渐增大;通过改变系统正切型特征参数 β 、阻尼比、频率比、关键部件与产品的质量比来对系统响应调谐调频以达到减振效果。该方法可用于预测多自由度产品包装非线性离散系统加速度响应谱,为缓冲包装动力学研究和优化设计提供参考。

关键词 多自由度;产品包装;正切型;离散系统;加速度响应谱

中图分类号 O324;TH113

引言

振动是物流运输环境中引发产品损坏和功能失效的主要因素,每年因包装防振不当而造成产品损坏,导致上百亿的经济损失^[1]。因物流流通、路面不平、发动机不规则振动等因素,使产品受到的振动作用具有随机性的特点^[2]。因此,用随机激励来表征包装件所受外界激励能够更加真实反映实际情况^[3],分析包装随机动力学响应特性有较好的工程价值。

朱大鹏^[4]提出了具有三次非线性特征的包装件随机振动响应分析模型,并以实际振动功率谱为激励,研究了产品内关键部件穿越损坏概率。温海焜等^[5]将雪橇-南极望远镜包装建模为两自由度弹簧-质量-阻尼系统,进行了系统的减振设计。Yang等^[6]提出了一种新的两自由度包装系统随机振动方法,用来分析双曲正切型包装系统的加速度响应。上述研究主要是考虑产品主体或包含单个关键部件的产品包装系统的随机振动问题。郑志银等^[7]将含多个易损弹性部件离散为简支梁,并研究该线性系统在简谐位移激励时的响应。Suhir等^[8]针对带弹性板易损件的产品包装系统,建立多自由度简支梁动力学模型,分析弹性板的跌落冲击特性。彭国

勋^[9]建立了多自由度产品包装弹簧-质量-阻尼离散系统。Wang等^[10]引入多自由度产品离散线性包装模型,建立了产品随机振动加速试验理论,并验证了其有效性。由于缓冲包装材料大多服从非线性本构关系,因此需要将该系统扩展到非线性领域。

笔者在研究产品包装件及考虑单个关键部件的运输包装件加速度响应谱理论的基础上^[11-12],将含有多个关键部件耦合的运输包装件模型简化为多自由度系统。一般来说,非结构型、非发泡型的植物纤维材料服从正切型荷载-变形关系^[1],且许多结构型植物纤维缓冲包装材料在一定的变形范围内也遵循正切型荷载-变形关系^[13]。因此,缓冲包装材料的正切型刚度恢复力为系统非线性特征。笔者研究了随机激励下多自由度产品包装正切型离散系统的动力学响应特性,用数值模拟和理论分析相结合的方法给出了系统的加速度响应;研究了系统参数及外界激励对于复杂系统加速度响应的影响效应、关键部件之间及关键部件与产品主体的耦合作用效应,分析随机激励下运输包装动力学响应特性有更强的工程价值,对于产品防护设计及优化设计具有很好的指导价值。

* 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(21623419);广东省青年创新人才自然科学基金类资助项目(20175100)

收稿日期:2024-05-28;修回日期:2024-08-03

1 考虑多个关键部件的产品离散包装动力学模型

产品由 n 个部件组成,采用集中质量法将各关键部件和产品主体均视为集中质量。含有多个关键部件的产品包装件动力学模型如图1所示。其中: m_p 、 m_i 分别为产品主体和第 i 个关键部件的质量; $F(\delta)$ 、 k_i 分别为缓冲包装材料的刚度恢复力以及第 i 个关键部件与产品连接部的刚度; c_p 、 c_i 分别为产品主体缓冲系统阻尼和第 i 个关键部件连接部的阻尼; $y(t)$ 、 $x_p(t)$ 、 $x_i(t)$ 分别为随机振动的位移激励、产品主体响应位移和第 i 个关键部件的响应位移。

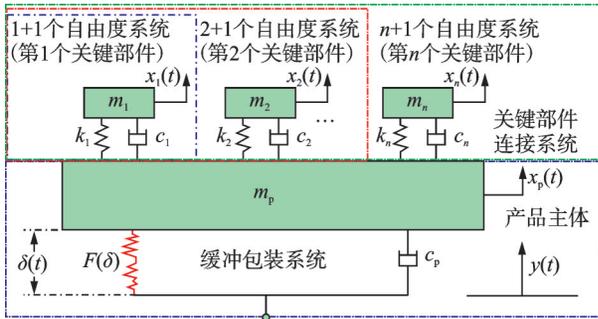


图1 $n+1$ 个自由度非线性离散产品包装系统简化模型
Fig.1 Simplified model of nonlinear discrete product packaging system with $n+1$ degrees of freedom

建立系统在位移激励下的运动微分方程为

$$\begin{cases} m_p \ddot{x}_p = -c_p(\dot{x}_p - \dot{y}) + \sum_{i=1}^n c_i(\dot{x}_i - \dot{x}_p) - \\ F(x_p - y) + \sum_{i=1}^n k_i(x_i - x_p) \\ m_i \ddot{x}_i = -c_i(\dot{x}_i - \dot{x}_p) - k_i(x_i - x_p) \end{cases} \quad (1)$$

令产品主体与外界激励的相对位移 $\delta_p = x_p - y$, 产品第 i 个关键部件与产品位移之间的相对位移 $\delta_i = x_i - x_p$ ($i = 1, 2, \dots, n$), 则运动微分方程为

$$\begin{cases} \ddot{\delta}_p + 2\xi_p \omega_p \dot{\delta}_p - \sum_{i=1}^n 2a_i \xi_i \omega_i \dot{\delta}_i + F(\delta_p)/m_p - \\ \sum_{i=1}^n a_i \omega_i^2 \delta_i = \omega(t) \\ \ddot{\delta}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{\delta}_i + \omega_i^2 \delta_i - 2\xi_p \omega_p \dot{\delta}_p + \sum_{i=1}^n 2a_i \xi_i \omega_i \dot{\delta}_i - \\ F(\delta_p)/m_p + \sum_{i=1}^n a_i \omega_i^2 \delta_i = 0 \end{cases} \quad (2)$$

其中: $\omega(t) = -\ddot{y}$, 为振动的加速度激励(均值为0的高斯白噪声信号)。

同时假设 $k_p/m_p = \omega_p^2$, $k_i/m_i = \omega_i^2$, $m_i/m_p = a_i$, $c_p/\sqrt{k_p m_p} = 2\xi_p$, $c_i/\sqrt{k_i m_i} = 2\xi_i$ 。其中: k_p 为缓冲

包装材料初始线弹性阶段的刚度。

考虑正切型缓冲包装材料受压时,缓冲包装材料正切型荷载-位移关系如图2所示。

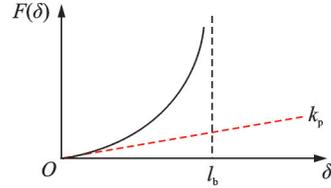


图2 缓冲包装材料正切型荷载-位移关系

Fig.2 Tangential load-displacement relation of cushioning packaging material

正切型刚度恢复力表示为

$$F(\delta_p) = 2 \frac{k_p l_b}{\pi} \tan \frac{\pi \delta_p}{2l_b} \quad (3)$$

其中: l_b 为材料的压缩极限位移。

由于关键部件连接部分特性, k_1 与 c_1 做线性化假设。正切型刚度恢复力表征材料初始压缩变形呈现线弹性,非线性变形和力的上升关系以及材料密实化阶段的有限变形下力-位移关系。考虑此缓冲包装材料特性,多自由度正切型产品包装离散系统的动力学方程为

$$\begin{cases} \ddot{\delta}_p + 2\xi_p \omega_p \dot{\delta}_p - \sum_{i=1}^n 2a_i \xi_i \omega_i \dot{\delta}_i + \frac{\omega_p^2}{\beta} \tan(\beta \delta_p) - \\ \sum_{i=1}^n a_i \omega_i^2 \delta_i = \omega(t) \\ \ddot{\delta}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{\delta}_i + \omega_i^2 \delta_i - 2\xi_p \omega_p \dot{\delta}_p + \sum_{i=1}^n 2a_i \xi_i \omega_i \dot{\delta}_i - \\ \frac{\omega_p^2}{\beta} \tan(\beta \delta_p) + \sum_{i=1}^n a_i \omega_i^2 \delta_i = 0 \end{cases} \quad (4)$$

其中: $\omega_p^2 = k_p/m_p$, 为缓冲系统的频率参数; $\beta = \pi/2l_b$, 为系统的正切型特征参数。

2 多自由度产品离散包装系统加速度响应谱近似解理论

2.1 多自由度产品离散包装系统加速度响应谱近似解

多自由度产品离散包装系统加速度响应谱近似解建立步骤如下。

1) 系统的非线性成分主要存在正切型恢复力中,引入等效刚度 a_e , 根据等效系统与原始系统差最小原理^[14], 得到

$$a_e \omega_p^2 = \frac{E \left[\delta_p \left(\frac{\omega_p^2}{\beta} \tan(\beta \delta_p) \right) \right]}{E[\delta_p^2]} \quad (5)$$

在此条件下,原动力学方程转换为等效化线性系统

$$\left\{ \begin{aligned} &\ddot{\delta}_p + 2\xi_p \omega_p \dot{\delta}_p - \sum_{i=1}^n 2a_i \xi_i \omega_i \dot{\delta}_i + a_e \omega_p^2 \delta_p - \\ &\quad \sum_{i=1}^n a_i \omega_i^2 \delta_i = \omega(t) \\ &\ddot{\delta}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{\delta}_i + \omega_i^2 \delta_i - 2\xi_p \omega_p \dot{\delta}_p + \sum_{i=1}^n 2a_i \xi_i \omega_i \dot{\delta}_i - \\ &\quad a_e \omega_p^2 \delta_p + \sum_{i=1}^n a_i \omega_i^2 \delta_i = 0 \end{aligned} \right. \quad (6)$$

结合正切函数的泰勒展开式,得到

$$\tan(\beta \delta_p) = \beta \delta_p + \frac{(\beta \delta_p)^3}{3} + \frac{2(\beta \delta_p)^5}{15} + \frac{17(\beta \delta_p)^7}{315} \quad (7)$$

由式(5)和式(7)可得

$$a_e = 1 + \frac{\beta^2 m_{4000}}{3m_{2000}} \quad (8)$$

其中: m_{2000} 和 m_{4000} 为第二阶和第四阶累积量。

由于高阶累积量较小,故可忽略高于4阶以上的累积量。

2) 令 $X_1 = \delta_p$, $X_2 = \dot{\delta}_p$, $X_i = \delta_i$, $X_{i+1} = \dot{\delta}_{i+1}$, ($i = 1, 2, \dots, n$), 得到伊藤方程^[15]为

$$\left\{ \begin{aligned} &dX_1 = X_2 dt \\ &dX_2 = \left(-2\xi_p \omega_p X_2 + \sum_{i=1}^n 2a_i \xi_i \omega_i X_{i+1} + \right. \\ &\quad \left. \sum_{i=1}^n a_i \omega_i^2 X_i - a_e \omega_p^2 X_1 \right) + \sqrt{2\pi K} dB(t) \\ &dX_i = X_{i+1} dt \\ &dX_{i+1} = \left[-\sum_{i=1}^n (1 + 2a_i) \xi_i \omega_i X_{i+1} - \sum_{i=1}^n (1 + a_i) \omega_i^2 X_i + \right. \\ &\quad \left. 2\xi_p \omega_p X_2 + a_e \omega_p^2 X_1 \right] dt \end{aligned} \right. \quad (9)$$

其中: $\omega(t)dt = \sqrt{2\pi K} dB(t)$; $B(t)$ 为维纳过程。

3) 在伊藤方程两边同时乘以 $X_1(t)$ 和 $X_i(t)$,并做集合平均,得到

$$\left\{ \begin{aligned} &\frac{dR_{11}(\tau)}{d\tau} = R_{12}(\tau) \\ &\frac{dR_{12}(\tau)}{d\tau} = -2\xi_p \omega_p R_{12}(\tau) + \sum_{i=1}^n 2a_i \xi_i \omega_i R_{1,i+1}(\tau) - \\ &\quad a_e \omega_p^2 R_{11}(\tau) + \sum_{i=1}^n a_i \omega_i^2 R_{1i}(\tau) \\ &\frac{dR_{1i}(\tau)}{d\tau} = R_{1,i+1}(\tau) \\ &\frac{dR_{1,i+1}(\tau)}{d\tau} = -\sum_{i=1}^n (1 + 2a_i) \xi_i \omega_i R_{1,i+1}(\tau) + \\ &\quad 2\xi_p \omega_p R_{12}(\tau) + a_e \omega_p^2 R_{11}(\tau) - \sum_{i=1}^n (1 + a_i) \omega_i^2 R_{1i}(\tau) \end{aligned} \right. \quad (10)$$

$$\left\{ \begin{aligned} &\frac{dR_{2i}(\tau)}{d\tau} = R_{2i}(\tau) \\ &\frac{dR_{2i}(\tau)}{d\tau} = -2\xi_p \omega_p R_{2i}(\tau) + \sum_{i=1}^n 2a_i \xi_i \omega_i R_{i,i+1}(\tau) - \\ &\quad a_e \omega_p^2 R_{1i}(\tau) + \sum_{i=1}^n a_i \omega_i^2 R_{ii}(\tau) \\ &\frac{dR_{ii}(\tau)}{d\tau} = R_{i,i+1}(\tau) \\ &\frac{dR_{i,i+1}(\tau)}{d\tau} = -\sum_{i=1}^n (1 + 2a_i) \xi_i \omega_i R_{i,i+1}(\tau) + \\ &\quad 2\xi_p \omega_p R_{2i}(\tau) + a_e \omega_p^2 R_{1i}(\tau) - \sum_{i=1}^n (1 + a_i) \omega_i^2 R_{ii}(\tau) \end{aligned} \right. \quad (11)$$

4) 根据积分变换规则,转变为频域方程,即

$$\left\{ \begin{aligned} &i\omega \Phi_{11}(\omega) - \frac{1}{\pi} m_{2000} = \Phi_{12}(\omega) \\ &i\omega \Phi_{12}(\omega) - \frac{1}{\pi} m_{1100} = -2\xi_p \omega_p \Phi_{12}(\omega) + \\ &\quad \sum_{i=1}^n 2a_i \xi_i \omega_i \Phi_{1,i+1}(\omega) - a_e \omega_p^2 \Phi_{11}(\omega) + \sum_{i=1}^n a_i \omega_i^2 \Phi_{1i}(\omega) \\ &i\omega \Phi_{1i}(\omega) - \frac{1}{\pi} m_{1010} = \Phi_{1,i+1}(\omega) \\ &i\omega \Phi_{1i}(\omega) - \frac{1}{\pi} m_{1001} = -\sum_{i=1}^n (1 + 2a_i) \xi_i \omega_i \Phi_{1,i+1}(\omega) + \\ &\quad 2\xi_p \omega_p \Phi_{12}(\omega) + a_e \omega_p^2 \Phi_{11}(\omega) - \sum_{i=1}^n (1 + a_i) \omega_i^2 \Phi_{1i}(\omega) \end{aligned} \right. \quad (12)$$

$$\left\{ \begin{aligned} &i\omega \Phi_{2i}(\omega) - \frac{1}{\pi} m_{1010} = \Phi_{2i}(\omega) \\ &i\omega \Phi_{2i}(\omega) - \frac{1}{\pi} m_{0110} = -2\xi_p \omega_p \Phi_{2i}(\omega) + \\ &\quad \sum_{i=1}^n 2a_i \xi_i \omega_i \Phi_{1,i+1}(\omega) - a_e \omega_p^2 \Phi_{1i}(\omega) + \sum_{i=1}^n a_i \omega_i^2 \Phi_{ii}(\omega) \\ &i\omega \Phi_{ii}(\omega) - \frac{1}{\pi} m_{0020} = \Phi_{i,i+1}(\omega) \\ &i\omega \Phi_{i,i+1}(\omega) - \frac{1}{\pi} m_{0011} = -\sum_{i=1}^n (1 + 2a_i) \xi_i \omega_i \Phi_{i,i+1}(\omega) + \\ &\quad 2\xi_p \omega_p \Phi_{23}(\omega) + a_e \omega_p^2 \Phi_{13}(\omega) - \sum_{i=1}^n (1 + a_i) \omega_i^2 \Phi_{ii}(\omega) \end{aligned} \right. \quad (13)$$

上述公式中的多阶统计矩 $m_{ijkl} = E[X_i^j X_j^k X_i^l X_{i+1}^l]$ (i, k 取0, 1, 2; j, l 取0, 1), 可从式(9)得到,再结合式(12)和(13),得到 $\Phi_{11}(\omega)$ 和 $\Phi_{ii}(\omega)$,求解其实部函数,得到响应的谱描述。对实数部分 ω 简化并优化,其他参数赋具体值,以此获得 $\Phi_{\delta_p, \delta_p}(\omega)$ 和 $\Phi_{\delta_i, \delta_i}(\omega)$ 的加速度响应理论功率谱。多自由度涉及方程较多,依据上述步骤利用Mathematica工具编程求解 $n+1$ 个自由度系统一般形式的加速度响应谱近似解。

2.2 加速度响应谱理论的数值验证

以3+1个自由度正切型运输包装系统为例,此时系统动力学方程为式(6)($i=3$),即考虑系统具有3个关键部件和非线性缓冲系统的恢复力。假设 $\omega_p=30$, $\omega_1=50$, $\omega_2=60$, $\omega_3=70$, $a_i=0.05$, $\xi_p=0.05$, $\xi_i=0.05$,利用数值模拟方法得到 $\mu=0$, $\sigma^2=0.1$, $S=0$, $K=3$ 的高斯信号,依据理论谱求解步骤,利用Mathematica工具编程得到3+1个自由度正切型产品离散包装系统加速度响应理论谱。同时,获取系统加速度响应数值解,利用Matlab数值模拟方法生成高斯信号,采样间隔为0.001 s,采样长度为1 000 s,采用四阶龙格库塔算法^[6]求解系统的响应数值。获得所有时间分割点上的位移、速度和加速度值,根据式(4)得到 $\ddot{x}_i(t)$,利用Pwelch函数得到响应数值。3+1个自由度系统响应功率谱密度(power spectral density,简称PSD)对比如图3所示。可以看出,各产品部件的加速度PSD数值解与理论解吻合较好,从而佐证了理论与数值解的正确性。

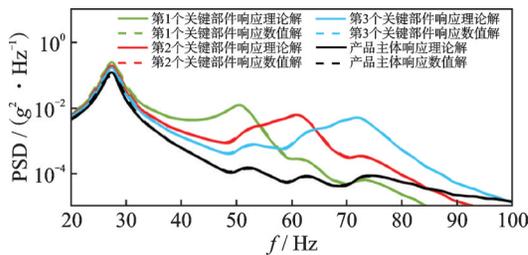


图3 3+1个自由度系统响应功率谱密度对比

Fig.3 Comparison of PSD of 3+1 degrees of freedom system responses

2.3 系统加速度响应谱理论适用范围

在包装随机振动过程中,采用加速度功率谱表征运输物流过程的振动激励,很多路面道路振动加速度功率谱幅值具有较小的量级,触发的产品包装件位移响应也在一定的范围内,更多的是振动的往复作用引起疲劳破损。所以在这样的情况下,产品包装件的振动位移量并不是很大。此外,若 β 取值较小时,即弱非线性,能够较好满足式(7)的要求,即 $(\beta\delta_p)^2/3 \ll 1$,则 $\beta\delta_p \gg (\beta\delta_p)^3/3$,上述方法能得到比较精确的解。等效参数 $a_e=1+\beta^2 m_{4000}/3m_{2000}$,当 $\beta^2 m_{4000}/3m_{2000} \ll 1$ 时,同样可获得较为准确的解。

3 加速度响应谱参数

3.1 激励水平

假设 $a_i=1/20$, $\xi_i=0.05$ 有不同的等效刚度,分别为 $\omega_1^2=2\ 500$, $\omega_2^2=3\ 600$, $\omega_3^2=4\ 900$ 。设缓冲

系统频率参数 $\omega_p^2=900$,正切型特征参数 $\beta=30$ 。激励水平对系统加速度响应影响如图4所示。

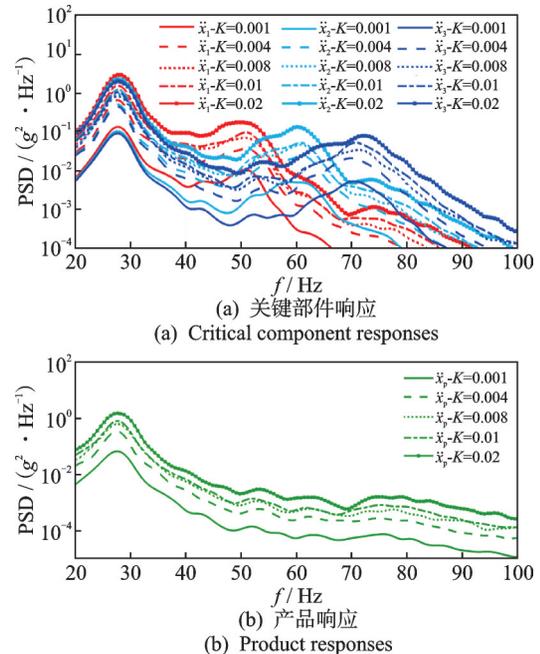


图4 激励水平对系统加速度响应影响

Fig.4 Influence of excitation levels on system acceleration responses

可见,随着激励水平的不断提高,产品主体及关键部件加速度响应逐渐增强。同时,因为系统的非线性刚度,即正切型硬弹簧作用,使1阶共振频率出现向右偏移并逐渐变大;同一激励下,产品关键部件响应比产品主体的响应大很多。由于关键部件与产品主体连接系统具有不同的频率参数,因此使产品主体触发了4阶共振,但后3阶响应远小于1阶响应。关键部件与产品主体耦合效应使关键部件彼此之间相互作用,关键部件除了有明显的1阶响应,有时并未触发其他关键部件共振,但会在其他关键部件连接系统频率参数范围内出现明显的扰动,随着激励的增加,会出现共振,响应的峰坡度愈加明显。

3.2 系统响应用于缓冲材料特征参数的敏感性

结合正切型刚度的特点,图5为不同 β 的系统加速度响应,显示了不同缓冲材料正切型特征参数 $\beta(3, 135, 270)$ 在激励等级 $K=0.001\ g^2/Hz$ 下的响应变化规律。

产品主体及关键部件的加速度1阶响应随着缓冲材料特征参数的增大而逐渐变大,1阶峰值点频率呈现相同的变化规律,使得1、2阶响应峰值之间带宽逐渐缩小。由于产品主体关键部件耦合因素触发了4阶共振频率,因此产品关键部件易受 β 的影响,存在两阶明显受其影响,而其他关键部件的频率附近仍会出现明显扰动的现象。

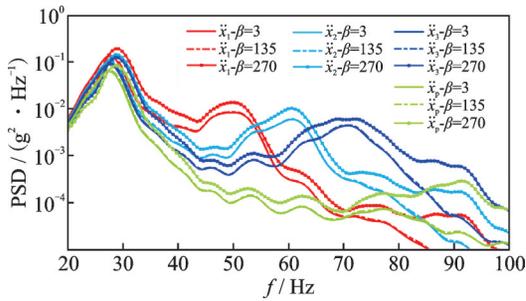


图 5 不同 β 的系统加速度响应

Fig.5 System acceleration responses for various β

对于正切型缓冲材料而言,在产品质量一定的情况下,缓冲系统频率参数 ω_p 增大,代表着初始线弹性刚度 k_p 增大, l_b 减小,特征参数 β 增大,缓冲材料特征参数对于系统响应的作用十分明显,且 k_p 和 β 对于响应的影响规律相同。 k_p 增大,意味着缓冲材料对相同变形量产生了更大的缓冲力,缓冲效果愈加明显,更软的缓冲材料使产品主体和关键部件的加速度响应快速下降。同时,整个系统的 1、2 阶共振频率进一步增大,使产品主体和关键部件的共振区域向相对高频区域漂移。

3.3 关键部件与产品质量比

假设 $\beta = 30, K = 0.001 \text{ g}^2/\text{Hz}$,图 6 为质量比变化下系统的加速度响应。

多个具有相同质量的关键部件的参数同时变化,对于系统的产品及每个关键部件加速度响应影

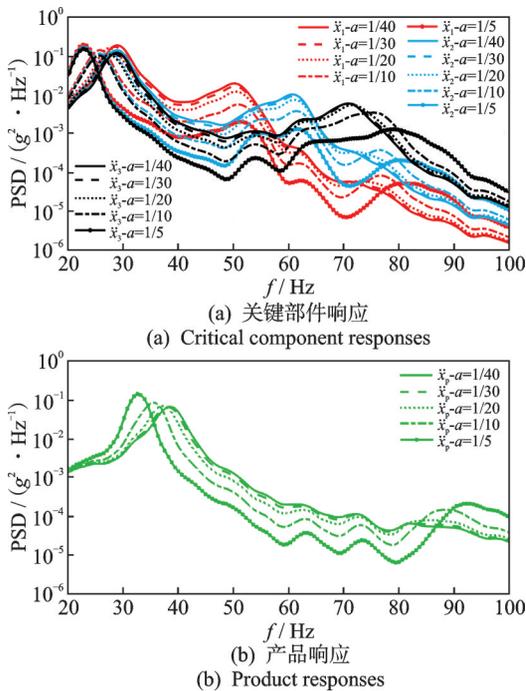


图 6 质量比变化下系统的加速度响应

Fig.6 System acceleration responses under various mass ratios

响结果与单个质量比变化大致相同。质量比的变化发挥了一阶调谐和调频带宽的作用,能够有效降低系统响应峰值频率范围,起到调整峰值的作用。

3.4 缓冲系统频率参数

缓冲系统频率参数重点考察了产品主体及关键部件加速度响应对于缓冲系统频率参数的敏感性,令关键部件与产品的质量比为 1/20,其他参数保持不变,仅使缓冲系统频率参数发生变化,此时不同缓冲系统频率系数的系统加速度响应如图 7 所示。

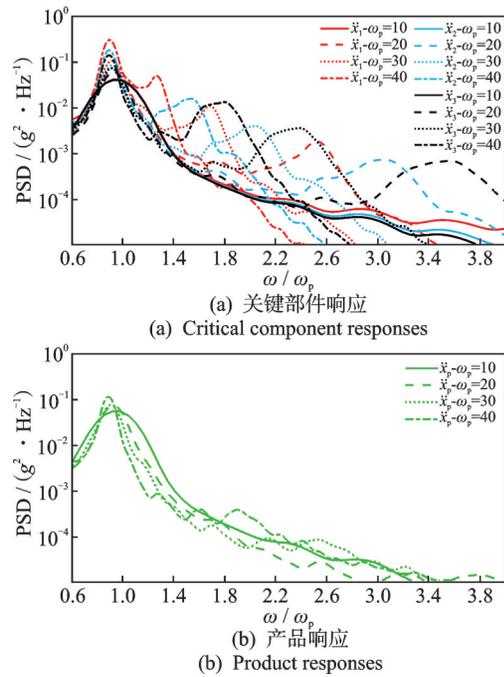


图 7 不同缓冲系统频率参数的系统加速度响应

Fig.7 Acceleration responses of the system with different frequency parameters of cushion system

可以看出,缓冲系统频率参数能够有效调整系统响应频带,固定其他参数,系统 1 阶响应由缓冲系统频率参数主导,其他响应受关键部件连接系统的频率参数控制,当 ω_p/ω_i 接近 1,最接近红色点划线所示的关键部件连接系统频率参数,第 i 个关键部件响应最大,可以从两自由度问题找到相似结论。 ω_p 对系统各阶响应峰值点影响较为规律,随着 ω_p 增加,正切型系统 1 阶共振处响应峰值点频率向右偏移并逐渐减小,响应频带不断变窄。

3.5 系统阻尼比

假定正切型缓冲系统频率参数 $\omega_p^2 = 900$,其他参数相同,图 8 为不同缓冲系统阻尼比的系统加速度响应。可见, ξ_p 增大使系统 1 阶响应逐渐变小,高频处 3、4 阶响应反而增大,但 3、4 阶响应远小于前两阶响应,体现出缓冲材料对于减少系统对应频率处响应以及包装减振设计十分重要。

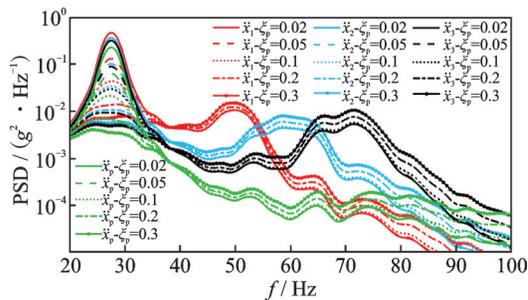


图8 不同缓冲系统阻尼比的系统加速度响应

Fig.8 System acceleration responses for various damping ratios of cushion system

4 结论

1) 随着激励水平的不断提高,产品主体及关键部件加速度响应逐渐增强,外界激励强度的提升更易引发系统正切型硬弹簧作用,引起系统加速度一阶响应峰值点逐渐增大。

2) 系统一阶峰值点频率呈现相同的变化规律,使得1、2阶响应峰值点频率带宽逐渐变小。产品关键部件响应二阶共振处峰值对正切型特征参数 β 呈现规律变化,而在其他关键部件的频率附近仍然会出现明显的扰动现象。

3) 系统的关键部件与产品的质量比、阻尼比均是响应的敏感参数,质量比起到调谐调频的作用,能够有效地降低产品主体、其自身及其他关键部件响应(会在缓冲及连接系统的频率附近发生明显的扰动)峰值频率范围。缓冲系统阻尼比能够有效控制系统的加速度响应。

参 考 文 献

- [1] 王志伟. 运输包装[M]. 北京:中国轻工业出版社, 2020: 11-14.
- [2] 杨松平,王志伟. 运输包装随机振动的加速度响应谱分析[J]. 振动与冲击, 2023, 42(16): 37-46.
YANG Songping, WANG Zhiwei. Acceleration spectrum analysis for transport packaging under random vibration [J]. Journal of Vibration and Shock, 2023, 42(16): 37-46. (in Chinese)
- [3] 赵礼辉,施玉东,翁硕. 多轴随机振动下制动器防尘罩失效分析与优化[J]. 振动、测试与诊断, 2023, 43(6): 1176-1182.
ZHAO Lihui, SHI Yudong, WENG Shuo. Improvement method of vehicle floor vibration based on transfer path analysis method [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2023, 43(6): 1176-1182. (in Chinese)
- [4] 朱大鹏. 非线性包装系统中关键部件振动可靠度分析[J]. 振动与冲击, 2019, 38(18): 109-114.
ZHU Dapeng. Vibration reliability analysis for critical component of nonlinear package system[J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(18): 109-114. (in Chinese)
- [5] 温海焜,宫雪非,崔鹏惠,等. 一种双层浮筏式南极望远镜运输减振方案设计[J]. 振动、测试与诊断, 2019,

39(6): 1291-1297.

WEN Haikun, Gong Xuefei, Cui Penghui, et al. Double layer floating raft vibration attenuation system for antarctic survey telescope transport[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2019, 39(6): 1291-1297. (in Chinese)

- [6] YANG S P, SU R Q, WANG Z W, et al. A new approach for non-Gaussian vibration analysis of hyperbolic tangent package with a critical component [J]. Mathematical Methods in the Applied Sciences, 2024, 47(5): 3596-3613.
- [7] 郑志银,奚德昌. 具有外伸式弹性部件的物品的防振[C]//全国首次包装动力学与包装结构设计学术讨论会. 杭州:[s.n.], 1987: 1-5.
- [8] SUHIR E, BURKE R. Dynamic response of a rectangular plate to a shock load, with application to portable electronic products[J]. IEEE Transactions on Components, Packaging, and Manufacturing Technology (Part B), 1994, 17(3): 449-460.
- [9] 彭国勋. 物流运输包装设计[M]. 北京:印刷工业出版社, 2006: 96-97.
- [10] WANG Z W, WANG L J. Accelerated random vibration testing of transport packaging system based on acceleration PSD[J]. Packaging Technology and Science, 2017, 30(10): 621-643.
- [11] YANG S P, WANG Z W. Acceleration spectrum analysis of hyperbolic tangent package under random excitation[J]. Packaging Technology and Science, 2021, 34(9): 579-587.
- [12] YANG S P, LIU Z C. Reliability analysis for product package via probability density function of acceleration random response[J]. Journal of Vibration and Control, 2024, 30(7/8): 1841-1854.
- [13] 郭蓓蓓,王军. 正切型非线性包装系统跌落冲击响应的同伦摄动法与修正[J]. 振动与冲击, 2018, 37(22): 111-114.
GUO Beibei, WANG Jun. Correction of the homotopy perturbation method for analyzing dropping shock response of a tangent nonlinear packaging system[J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(22): 111-114. (in Chinese)
- [14] YOUNESPOUR A, GHAFFARZADEH H, AZAR B F. An equivalent linearization method for nonlinear Van der Pol oscillator subjected to random vibration using orthogonal functions[J]. Control Theory and Technology, 2018, 16(1): 49-57.
- [15] ITO K. On stochastic differential equations[J]. Memoirs of the American Mathematical Society, 1951(4): 289-302.



作者简介:杨松平,男,1983年9月生,博士、讲师、硕士生导师。主要研究方向为随机动力学理论及运输包装优化设计。
E-mail: tysp@jnu.edu.cn