

# 小半径曲线磨耗钢轨型面参数化描述方法\*

张斌<sup>1</sup>, 孙奇<sup>1</sup>, 杨宗超<sup>2</sup>, 曾毅<sup>3</sup>, 康龙<sup>4</sup>

(1. 华东交通大学山区土木工程安全与韧性全国重点实验室 南昌, 330013)

(2. 中铁物总运维科技有限公司 北京, 100071)

(3. 中国铁路广州局集团有限公司工务部 广州, 510088)

(4. 湖北武铁山桥轨道装备有限公司 麻城, 438300)

**摘要** 为了研究钢轨磨耗演变规律中的钢轨型面参数,结合集中修打磨作业的钢轨廓形采集和长期跟踪观测,探讨小半径曲线地段磨耗钢轨型面的描述方法。首先,基于钢轨型面曲线曲率关系,选取关键离散点作为型值点;其次,通过累加弦长参数化法反求控制点权因子及控制点坐标,分析钢轨型面不同磨耗区域的控制点权因子与通过总重之间的关系;最后,利用最小二乘法进行多项式回归拟合,建立以总重为自变量、特征参数为因变量的磨耗钢轨型面参数化描述模型,并以曲线上股钢轨为研究对象进行分析。结果表明,不同磨耗阶段实测型面与参数化描述型面之间的法向绝对误差不超过0.03 mm,两类型面在轮轨静态接触方面具有良好的一致性,验证了本研究方法的有效性和适用性,实现了定量描述磨耗钢轨型面的几何特征,为丰富打磨廓形设计成果、推动钢轨磨耗演变规律研究提供了参考依据和实践指导。

**关键词** 小半径曲线;磨耗型面;跟踪观测;特征提取;参数化描述

**中图分类号** U213

## 引言

随着我国铁路运输事业的不断发展,山区铁路、城市轨道交通和部分专业线路等均建设有大量的小半径曲线地段<sup>[1-2]</sup>。相比于直线地段,小半径曲线地段轮轨接触几何匹配性能较差,车辆动力学性能降低,钢轨磨耗与伤损较为严重,轨道养护维修也更为复杂。钢轨打磨是小半径曲线地段养修实践中最为有效的方法之一。目前,在钢轨打磨型面设计过程中,需要反复多次迭代调整设计变量以及更新廓形<sup>[3-6]</sup>。因此,精确、有效的参数化描述磨耗钢轨型面是钢轨打磨型面设计和磨耗演变规律研究中的关键环节。

针对磨耗钢轨型面的表达,国内外学者进行了诸多研究<sup>[7-12]</sup>。在型面参数拟合方面,文献[13]提出了一种3次NURBS曲线构建钢轨廓形的参数化方法。文献[14]开展了运用de Boor算法进行插补值计算以构造参数设计变量和描述新的钢轨外形曲线。在磨耗型面构建方面,文献[15]利用调整控制点权因子对钢轨型面进行重构并提出了经济型打磨型面的方法。文献[16]采用NSGA-II算法对可调

权因子进行多目标优化并构建了钢轨非对称打磨区域轨头型面模型。此外,针对小半径曲线上股热处理钢轨的选择及磨耗规律也开展了系列现场试验<sup>[17]</sup>。综上所述,如何有效表达磨耗钢轨型面对钢轨的选用及打磨维修具有重要意义。

目前,钢轨型面参数通常被简化或近似替代,型面描述普遍存在精确低、适用性不强等缺陷,尤其是多数情况下未考虑钢轨磨耗状态及具体线路运营条件等。本研究选取一条实际运营线路的小半径曲线地段作为跟踪测试对象,探讨磨耗钢轨型面参数化描述方法,以磨耗速率较快的曲线上股钢轨为例,对参数化描述型面与实际观测型面进行误差分析,并通过轮轨静态接触、动力响应计算等对比分析,验证了磨耗钢轨型面参数化描述方法的适用性。

## 1 磨耗钢轨型面长期观测情况

### 1.1 磨耗钢轨型面跟踪试验

为研究列车在小半径曲线地段运行时的钢轨型面发展规律,选取普速铁路沪昆线某区间小半径曲

\* 国家自然科学基金资助项目(52468062);江西省重点研发计划“揭榜挂帅”资助项目(20223BBE51009)

收稿日期:2023-12-12;修回日期:2024-01-10

线地段。线路参数如下:曲线半径为500 m;超高为125 mm;缓和曲线长为120 m;曲线全长为465 m。列车参数如下:货车类型为敞车C70型;轴重为23 t;通过曲线平均速度为72 km/h。轨道为有砟轨道,其结构参数如下:钢轨材质为U75V 60N全长淬火热轨;Ⅱ型弹条扣件;Ⅲ型混凝土枕;轨枕间距为600 mm;碎石道床厚度为60 cm。

对打磨后的钢轨进行型面跟踪观测,以通过总重75 Mt为1个周期,以每通过总重15 Mt为1个测试节点,利用钢轨廓形测量仪采集现场钢轨型面数据。钢轨型面跟踪观测现场如图1所示。



图1 钢轨型面跟踪测试现场

Fig.1 Rail profile tracking observation site

## 1.2 磨耗钢轨型面特征统计分析

对集中修打磨后的钢轨廓形进行跟踪观测,分别采集通过总重15、30、45、60和75 Mt时的钢轨型面数据,以标准CN60钢轨型面为基准,对比发现曲线上股钢轨磨耗区域主要集中在 $[-15, 30]$  mm范围内,其中磨耗最严重的位置发生在钢轨的工作边一侧,特别是轨距角附近。不同磨耗阶段钢轨型面统计分析如图2所示。

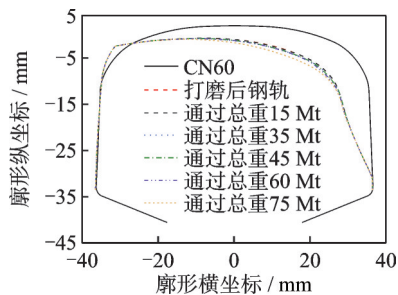


图2 不同磨耗阶段钢轨型面统计分析

Fig.2 Statistical analysis of rail profile in different wear stages

## 2 磨耗钢轨型面特征参数提取

钢轨廓形各部分由不同曲率的曲线连接而成,描述磨耗钢轨型面时,不仅要满足平滑性和连续性等要求,还要清晰地表征廓形的局部变化特性,特别

是参数化描述构造的磨耗钢轨型面要具有曲线灵活可控、局部可修改及强凸包性等性质。因此,本研究提出利用3次非均匀B样条NURBS曲线构造方法拟合磨耗钢轨廓形,将控制点权因子作为特征参数,以通过总重为自变量、特征参数为因变量,建立磨耗钢轨型面参数化描述模型,为定量描述型面磨耗特征及钢轨磨耗演变规律提供参考依据和研究思路。

### 2.1 NURBS曲线定义

为更加准确地描述磨耗钢轨型面特征,采用3次非均匀B样条曲线,并利用de Boor算法求解NURBS曲线的插补值,根据累加弦长参数化法,确定节点矢量。

一条 $k$ 次非均匀有理B样条NURBS曲线可以表示为多项式函数,即

$$C(u) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,k}(u) \omega_i d_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,k}(u) \omega_i} \quad (i=0, 1, \dots, n) \quad (1)$$

其中: $d_i$ 为 $n+1$ 个多边形的控制顶点; $\omega_i$ 为控制顶点 $d_i$ 对应的权因子; $N_{i,k}(u)$ 为 $k$ 次规范B样条基函数,由非周期且非均匀的节点矢量 $U = \{u_0, u_1, \dots, u_{n+k+1}\}$ 决定。

$$\begin{cases} N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & (u \in [u_i, u_{i+1}]) \\ 0 & (u \notin [u_i, u_{i+1}]) \end{cases} \\ N_{i,k}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+k} - u_i} N_{i,k-1}(u) + \frac{u_{i+k+1} - u}{u_{i+k+1} - u_{i+1}} N_{i+1,k-1}(u) \end{cases} \quad (2)$$

节点矢量 $U = \{u_0, u_1, \dots, u_{n+k+1}\}$ ,由累加弦长参数化法确定,即

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_i = u_{i-1} + |\Delta C_{i-1}| \quad (i=1, 2, \dots, n) \end{cases} \quad (3)$$

其中: $\Delta C_{i-1} = C_i - C_{i-1}$ ,为弦线矢量; $|\Delta C_{i-1}|$ 为 $C_{i-1}$ 与 $C_i$ 两点之间的欧氏距离。

当 $k=3$ 时, $C$ 就为一条3次NURBS曲线的多项式函数。

### 2.2 特征参数提取

通过分析磨耗钢轨廓形的几何特点,利用钢轨型面曲率选取一定数量的型值点。型值点过少会导致拟合度较低,造成钢轨廓形与实际廓形偏差大;型值点过多会影响拟合效率,且拟合度提高不明显。

这里选取一个钢轨型面的 $n$ 组实测廓形数据进行研究。首先,基于钢轨型面曲率,将 $n$ 组廓形分别选取

关键离散点作为型值点,通过累加弦长参数化法,分别反求  $n$  组廓形的 B 样条曲线控制点权因子及控制点坐标值,通过寻求  $n$  组廓形的最优控制点权因子,得到  $n$  组拟合度最高的型面;其次,分析钢轨型面不同磨耗区域的控制点权因子  $w_i(i=0,1,\dots,n)$  与通过总重之间的关系,提取高相关性的控制点权因子作为特征参数;最后,利用最小二乘法进行多项式回归拟合,建立以通过总重为自变量、特征参数为因变量的磨耗钢轨型面参数化描述模型,定量描述钢轨型面几何变化。钢轨磨耗型面特征参数提取流程如图 3 所示。

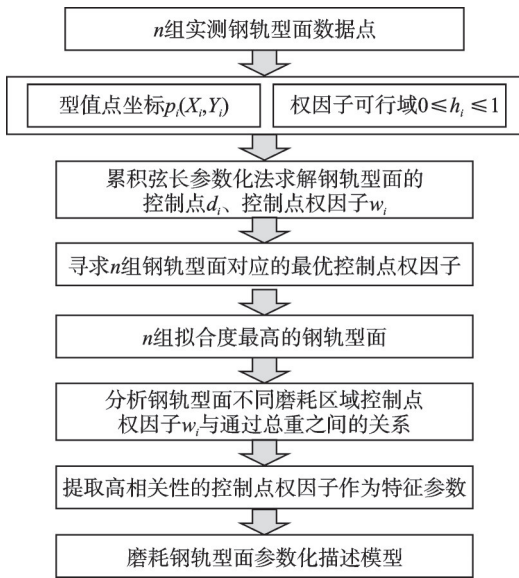


图 3 钢轨磨耗型面特征参数提取流程

Fig.3 Flow chart of extracting characteristic parameter of wear rail profile

2.2.1 型值点的确定

根据集中修打磨后运营线路定期现场观测情况,以通过总重 60 Mt 时的曲线上股为例,分析钢轨型面数据。钢轨型面曲线曲率关系如图 4 所示。

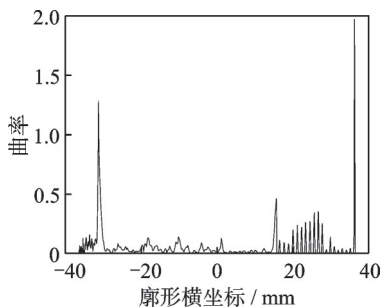


图 4 钢轨型面曲线曲率关系

Fig.4 Curve curvature relationship of rail profile

由图 4 可以看出,轨距角附近曲率变化较大,而轨顶范围曲率变化则相对较小。结合轮轨接触情况来看,轨距角部分对轮轨之间相互作用影响显著,表

现为磨耗量较大。为了精确表达并在提升拟合效果的同时提高计算效率,轨距角区域选取的型值点较为集中,轨顶区域选取的型值点则相对稀疏。因此,本研究共选取 13 个关键离散点作为型值点。钢轨型面型值点  $p_i(X_i, Y_i)$  坐标见表 1。

表 1 钢轨型面型值点  $p_i(X_i, Y_i)$  坐标

Tab.1 Coordinates of rail profile value points  $p_i(X_i, Y_i)$

型值点			坐标			型值点			坐标		
$i$	$X_i$	$Y_i$	$i$	$X_i$	$Y_i$	$i$	$X_i$	$Y_i$	$i$	$X_i$	$Y_i$
1	-36.50	-33.50	8	9.17	-2.23						
2	-34.88	-10.11	9	15.34	-3.74						
3	-29.20	-2.11	10	25.50	-9.02						
4	-25.45	-1.64	11	29.20	-16.66						
5	-15.32	-0.88	12	33.80	-26.22						
6	-8.96	-0.68	13	36.50	-33.52						
7	0.12	-0.99									

2.2.2 控制点及控制点权因子的确定

钢轨型面的 3 次 NURBS 曲线描述方法是通过在钢轨廓形上选取的多个离散点来构建的,该描述方法根据  $i$  个型值点  $p_i(i=1,2,\dots,n)$  及其对应的  $i+2$  个型值点权因子  $h_i(i=0,1,\dots,n+1)$ ,进行控制点坐标值的逆向计算。

型值点权因子  $h_i$  与控制点权因子  $w_i$  之间存在如下关系

$$h_{i+1} = h(u_{i+3}) = \sum w_i N_{i,3}(u_{i+3}) \quad (i=0,1,\dots,n-1) \quad (4)$$

结合钢轨廓形曲线几何特征,对切矢边界条件进行补充,即

$$\frac{3(w_1 - w_0)}{u_4 - u_3} = h_1 = h_0 \quad (5)$$

$$\frac{3(w_{n+1} - w_n)}{u_{n+2} - u_{n+1}} = h_n = h_{n+1} \quad (6)$$

根据式(4)可以列出  $i$  个方程,通过计算即可确定 NURBS 曲线的  $i+2$  个控制点  $d_i(i=0,1,\dots,n,n+1)$  的坐标值。

型值点权因子代表型值点对型面曲线的重要程度。某个型值点对应的型值点权因子越大,则该型值点对曲线上其附近点的影响程度越显著。

轨距角区域曲率变化大,轮轨接触对磨耗存在较大影响,建议型值点权因子设置在  $[0.80, 1.00]$  区间。轨顶区域型面曲线较为平缓,轮轨接触均匀,磨耗深度较小,建议型值点权因子设置在  $[0.60, 0.80]$  区间。非接触区域即钢轨非作用边一侧基本无磨

耗,建议型值点权因子设置在[0.50,0.60]区间。

根据上例中钢轨型面的 13 个型值点坐标值,利用累加弦长参数化法,反求出 15 个控制点坐标值,磨损钢轨型面可以由该 15 个控制点的 3 次 NURBS 曲线拟合而成。钢轨型面型值点和控制点分布如图 5 所示。

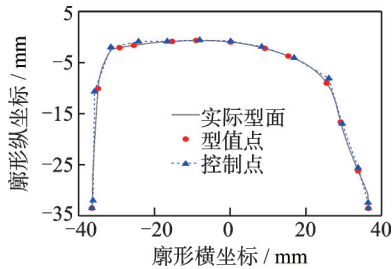


图 5 钢轨型面型值点和控制点分布

Fig.5 Distribution of rail profile value points and control points

2.2.3 特征参数的确定

线路运营时,钢轨磨损不断累积。根据长期观测结果发现,曲线上股钢轨磨损主要发生在型面[-15,30] mm 区域内,并且随着磨损增长,钢轨型面不同区域产生显著的特征差异。因此,磨损区域内的控制点  $d_6, d_7, d_8, d_9, d_{10}$  及  $d_{11}$  所对应的控制点权因子对型面曲线的影响较大,并且会随着磨损增长而发生变化;磨损区域外的控制点  $d_0, d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_{12}, d_{13}$  及  $d_{14}$  所对应的控制点权因子对型面曲线的影响基本不变。不同磨损阶段型面控制点权因子见表 2。

由表 2 可知,描述磨损钢轨型面时,由于控制点权因子是影响钢轨型面拟合度的关键因素,并且磨损区域内控制点对应的控制点权因子  $w_6, w_7, w_8, w_9, w_{10}, w_{11}$  与通过总重之间存在高相关性,即通过改变这些控制点权因子可以起到调整 NURBS 曲线拟合度的作用,因此提取磨损区域内这 6 个控制点权因子作为特征参数。

3 参数化描述方法及模型

3.1 模型的建立

采用磨损区域内控制点权因子  $w_6, w_7, w_8, w_9, w_{10}$  及  $w_{11}$  作为特征参数,分析特征参数与通过总重之间的关系。特征参数随通过总重的变化趋势如图 6 所示。

由图 6 可以看出,总体上特征参数随列车通过总重的增加呈非线性增加,且变化速率逐渐增大。这里以通过总重为自变量、特征参数为因变量,利用最小二乘法进行多项式回归拟合,建立磨损钢轨型

表 2 不同磨损阶段型面控制点权因子

Tab.2 Weight factors of surface control points in different wear stages

$w_i$	15 Mt	30 Mt	45 Mt	60 Mt	75 Mt
$w_0$	1.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0
$w_1$	0.582 3	0.582 3	0.582 3	0.582 3	0.582 3
$w_2$	0.614 2	0.614 2	0.614 2	0.614 2	0.614 2
$w_3$	0.682 5	0.682 5	0.682 5	0.682 5	0.682 5
$w_4$	0.702 5	0.702 5	0.702 5	0.702 5	0.702 5
$w_5$	0.746 2	0.746 2	0.746 2	0.746 2	0.746 2
$w_6$	0.865 8	0.871 4	0.885 2	0.907 2	0.937 5
$w_7$	0.915 7	0.920 2	0.931 1	0.943 6	0.967 9
$w_8$	0.936 8	0.939 8	0.946 1	0.960 2	0.989 1
$w_9$	0.968 5	0.974 5	0.982 0	0.990 1	1.000 0
$w_{10}$	0.917 2	0.922 1	0.934 4	0.950 4	0.978 9
$w_{11}$	0.896 9	0.902 2	0.911 2	0.930 3	0.959 6
$w_{12}$	0.827 5	0.827 5	0.827 5	0.827 5	0.827 5
$w_{13}$	0.714 1	0.714 1	0.714 1	0.714 1	0.714 1
$w_{14}$	1.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0

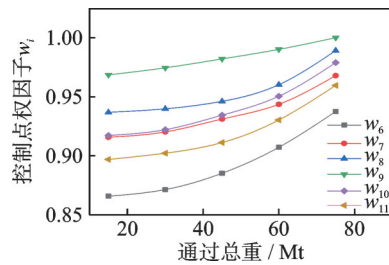


图 6 特征参数随通过总重的变化趋势

Fig.6 Variation trend of characteristic parameters with the total weight

面参数化描述模型,即

$$W = \sum_{i=0}^2 a_i x^i \tag{7}$$

其中:  $W$  为通过总重;  $x$  为特征参数;  $a_i (i=0,1,2)$  为拟合系数。

最小二乘法拟合系数见表 3。可以看出,最小

表 3 最小二乘法拟合系数

Tab.3 Fitting coefficient of the least square method

$w_i$	$a_i$		
	$a_0$	$a_1$	$a_2$
$w_6$	0.000 018 3	-0.000 451 0	0.868 460 0
$w_7$	0.000 013 1	-0.000 325 1	0.917 960 0
$w_8$	0.000 018 9	-0.000 869 5	0.946 700 0
$w_9$	0.000 002 7	0.000 284 0	0.963 640 0
$w_{10}$	0.000 016 2	-0.000 443 0	0.920 540 0
$w_{11}$	0.000 018 4	-0.000 636 7	0.903 040 0

二乘法通过最小化误差的平方和寻找自变量与因变量之间的最佳函数匹配。因此,通过该模型可以便捷地拟合出不同磨损阶段的钢轨型面,并使得拟合型面与实际型面之间误差的平方和为最小。

### 3.2 模型误差分析及验证

#### 3.2.1 误差分析

为检验模型的可行性,运用本研究提出的参数化描述方法及模型,描述通过总重 60 Mt 时曲线上股钢轨型面。实际钢轨型面与拟合型面对比如图 7 所示。

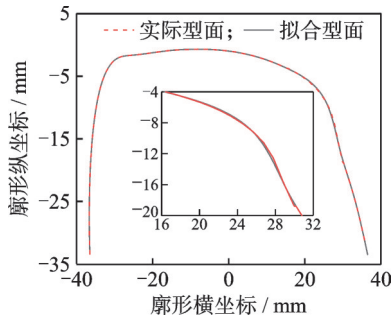


图 7 钢轨实际型面与拟合型面对比  
Fig.7 Comparison between actual rail profile and fitting rail profile

由图 7 可以看出,通过总重为 60 Mt 时实际磨损钢轨型面与其拟合型面之间吻合良好,表明本研究提出的参数化描述方法及模型是可行的。

构建不同磨损阶段的型面参数化模型,分析不同磨损阶段实测型面与拟合型面的差异。不同磨损阶段钢轨拟合型面法向绝对误差值如图 8 所示。通过误差分析可知,每条拟合曲线法向绝对误差均在 0.03 mm 以内,证明拟合效果较好。其中,通过总重为 60 Mt 的算例分析,其拟合曲线法向绝对误差最大值不超过 0.02 mm。

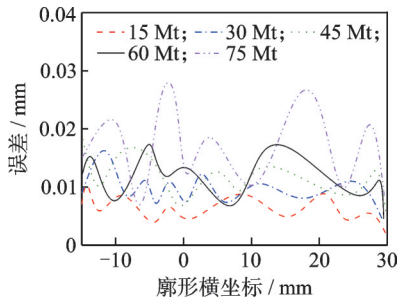


图 8 不同磨损阶段钢轨拟合型面法向绝对误差值  
Fig.8 The normal absolute error value of fitting rail profile in different wear stages

#### 3.2.2 轮轨接触静态验证

基于轮轨接触几何关系,分析通过总重为 60 Mt 时曲线上股钢轨实际型面与参数化描述拟合型面的轮轨接触差异。钢轨型面轮轨静态接触对比如图 9 所示。可以看出,两者轮轨静态接触状态基本保持一致,说明所提出的参数化描述方法及模型可以有效地反映磨损钢轨型面的几何特征。

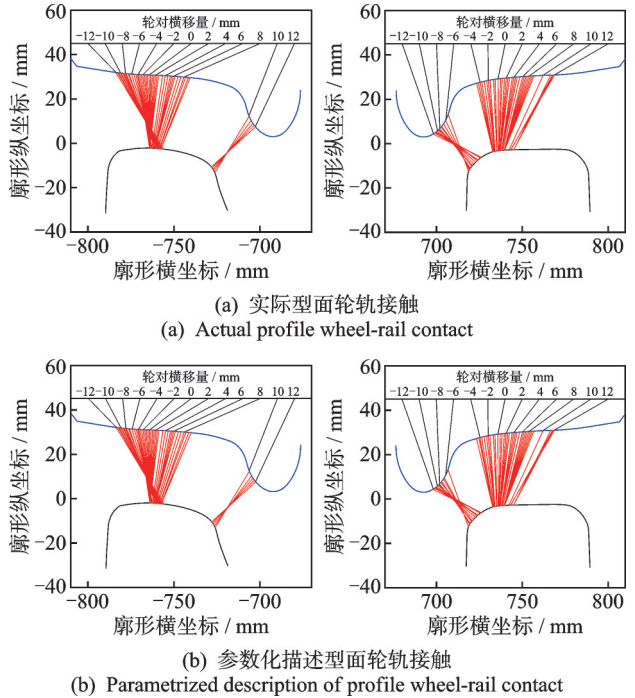


图 9 钢轨型面轮轨静态接触对比  
Fig.9 Wheel-rail static contact comparison of rail contact profiles

#### 3.2.3 轮轨接触动态验证

基于车辆轨道动力学,选取上述小半径曲线地段集中修打磨后通过总重为 60 Mt 时曲线上股为例,比较钢轨实际型面与参数化描述拟合型面工况下轮轨系统动力学响应。

轮轨横向力对比如图 10 所示。可以看出,曲线地段产生的轮轨横向水平力较大,特别是小半径曲线地段,存在严重的侧磨,往往会造成钢轨伤损。同时,实际型面与参数化拟合型面所引起的动力响应变化情况吻合较好。

车体横向加速度对比如图 11 所示。列车通过小半径曲线时车体横向加速度明显增大,直接影响行车的平稳性。可以看出,2 种计算工况下车体的振幅及大小均较为接近,说明参数化拟合型面较好地表征了实际钢轨廓形的几何特征。

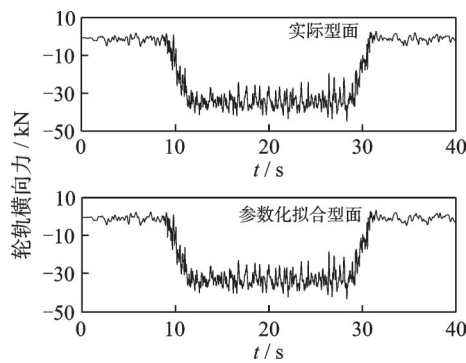


图10 轮轨横向力对比

Fig.10 Comparison of wheel-rail lateral force

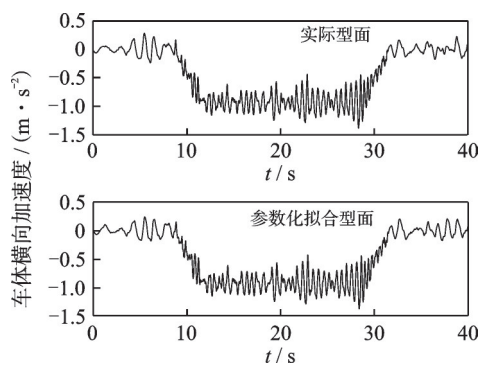


图11 车体横向加速度对比

Fig.11 Comparison of car body lateral acceleration

## 4 结 论

1) 本研究方法以通过总重为自变量、特征参数为因变量,构建了基于3次NURBS曲线的磨耗钢轨型面参数化描述模型,可充分挖掘定量描述型面磨耗特征的能力,提升小半径曲线地段钢轨廓形的表征水平。

2) 将跟踪观测采集到的不同磨耗阶段钢轨型面数据建立廓形库,把打磨廓形设计任务分解为钢轨型面描述问题,并引入最小二乘法进行多项式回归拟合,实现了型面参数化的精准表达。

3) 在普速铁路沪昆线某区间集中修后的曲线地段钢轨上股采用本研究方法进行实测,计算结果验证了所提方法具有良好的适用性。

## 参 考 文 献

[1] 赵卫华, 黄子惠. 基于NURBS的固定辙叉心轨廓形参数化设计方法[J]. 铁道科学与工程学报, 2023, 20(3): 909-919.  
ZHAO Weihua, HUANG Zihui. Parametric design method of nose rail profile in fixed-nose crossing based on NURBS[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2023, 20(3): 909-919.(in Chinese)

[2] 王志强, 雷震宇. 地铁车辆起动区段钢轨波磨成因分析[J]. 振动、测试与诊断, 2023, 43(3): 442-449.  
WANG Zhiqiang, LEI Zhenyu. Cause analysis of rail corrugation in vehicle starting section of metro[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2023, 43(3): 442-449.(in Chinese)

[3] LIN F T, ZHOU S, DONG X Q, et al. Design method of LM thin flange wheel profile based on NURBS[J]. Vehicle System Dynamics, 2021, 59(1): 17-32.

[4] XU J M, WANG J, WANG P, et al. Study on the derailment behaviour of a railway wheelset with solid axles in a railway turnout[J]. Vehicle System Dynamics, 2020, 58(1): 123-143.

[5] 杨春雷, 黄运华, 丁军君. 重载轨道曲线几何参数对轮轨耦合动力特性的影响[J]. 交通运输工程学报, 2021, 21(3): 215-227.  
YANG Chunlei, HUANG Yunhua, DING Junjun. Influences of curve geometric parameters of heavy haul track on wheel/rail coupling dynamic characteristics[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2021, 21(3): 215-227.(in Chinese)

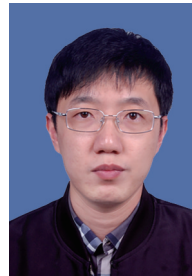
[6] 寇杰, 张济民, 周和超, 等. 磨耗状态下城际动车组轮轨曲线磨耗特性[J]. 交通运输工程学报, 2021, 21(3): 279-288.  
KOU Jie, ZHANG Jimin, ZHOU Hechao, et al. Wheel-rail wear characteristics of intercity EMUs on curve in worn stages[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2021, 21(3): 279-288.(in Chinese)

[7] 丁军君, 吴朋朋, 王军平, 等. 基于轮轨关系的钢轨打磨代表廓形计算方法研究[J]. 铁道学报, 2019, 41(7): 135-140.  
DING Junjun, WU Pengpeng, WANG Junping, et al. Study on algorithm of representative profile for rail grinding based on wheel-rail relationship[J]. Journal of the China Railway Society, 2019, 41(7): 135-140.(in Chinese)

[8] 祁亚运, 戴焕云, 高浩, 等. 考虑驱动系统的高速列车动力学分析[J]. 振动工程学报, 2019, 32(1): 176-183.  
QI Yayun, DAI Huanyun, GAO Hao, et al. Dynamic analysis of high-speed train with considering drive system[J]. Journal of Vibration Engineering, 2019, 32(1): 176-183.(in Chinese)

[9] 周橙, 池茂儒, 梁树林, 等. 城市轻轨低地板列车通过道岔区脱轨安全性评价研究[J]. 振动工程学报, 2019, 32(1): 168-175.  
ZHOU Cheng, CHI Maoru, LIANG Shulin, et al. An

- investigation into the derailment safety evaluation of the urban light rail train passing through the turnout area [J]. Journal of Vibration Engineering, 2019, 32(1): 168-175.(in Chinese)
- [10] 唐彦玲, 吴磊, 董勇, 等. 重载铁路曲线钢轨廓形多目标优化设计[J]. 机械, 2020, 47(12): 1-9.  
TANG Yanling, WU Lei, DONG Yong, et al. Multi-objective optimization design of rail profiles on curve tracks of heavy haul railway[J]. Machinery, 2020, 47(12): 1-9.(in Chinese)
- [11] FAN W G, HOU G Y, WANG W X, et al. Design and dynamic analysis of a new rail grinding device using closed abrasive belt[J]. International Journal of Simulation Modeling, 2019, 18(3): 531-542.
- [12] 吴宵, 李应平, 杨怀志, 等. 高速铁路钢轨廓形磨耗发展规律及打磨周期研究[J]. 铁道建筑, 2021, 61(3): 120-123.  
WU Xiao, LI Yingping, YANG Huaizhi, et al. Research on the development law and grinding period of rail profile wear in high speed railway[J]. Railway Engineering, 2021, 61(3): 120-123.(in Chinese)
- [13] YANG Y, QIU W S, ZENG W, et al. A prediction method of rail grinding profile using non-uniform rational B-spline curves and Kriging model[J]. Journal of Central South University, 2018, 25(1): 230-240.
- [14] 温士明. 地铁线路小半径曲线钢轨打磨廓形研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2018.
- [15] 林凤涛, 胡伟豪. 磨耗钢轨经济性打磨型面研究[J]. 铁道科学与工程学报, 2020, 17(10): 2493-2502.  
LIN Fengtao, HU Weihao. Study on the economical grinding surface of wear rail[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2020, 17(10): 2493-2502. (in Chinese)
- [16] 王亮, 向伟彬, 刘宏达, 等. 小半径曲线钢轨非对称打磨目标型面优化[J]. 机械科学与技术, 2021, 40(6): 949-954.  
WANG Liang, XIANG Weibin, LIU Hongda, et al. Target profile optimization of asymmetrical grinding for rail with sharp-radius curve[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2021, 40(6): 949-954.(in Chinese)
- [17] 董华利. 小半径曲线上股热处理钢轨的选择及磨耗规律研究[J]. 铁道建筑, 2021, 61(6): 121-123, 134.  
DONG Huali. Study on selection and wear regularity of heat treatment rails used on upper track of small radius curves[J]. Railway Engineering, 2021, 61(6): 121-123, 134.(in Chinese)



**第一作者简介:**张斌,男,1985年1月生,博士、副教授、硕士生导师。主要研究方向为轨道结构动力学。  
E-mail: zhangbin010@126.com

## 欢迎订阅《振动、测试与诊断》

《振动、测试与诊断》由工业和信息化部主管,南京航空航天大学 and 全国高校机械工程测试技术研究会联合主办,是反映振动、动态测试及故障诊断学科领域的科研成果及其应用情况的技术性刊物。主要刊登国内外以振动测试与故障诊断为中心的动态测试理论、方法和手段的研究及应用方面的技术文献,包括实验测试技术、测试仪器的研制、方法和系统组成、信号分析、数据处理、参数识别与故障诊断以及有关装置的设计、使用、控制、标定和校准等,不拘泥于行业和测试项目。

本刊为EI Compendex数据库收录期刊和中文核心期刊,双月刊,每逢双月末出版,每本定价30元,全年180元。欢迎订阅和投稿,欢迎在本刊刊登各类广告和科技信息。

编辑部地址:南京市御道街29号 邮政编码:210016 电话:(025)84893332

邮发代号:28-239 E-mail:qchen@nuaa.edu.cn 网址:http://zdc.nuaa.edu.cn