

黏弹性隔振器多自由度动刚度测试方法研究*

孙小娟, 任嘉辉, 左佑亮, 吴礼凯, 刘朝锐

(太原科技大学机械工程学院 太原, 030024)

摘要 针对标准黏弹性隔振器多自由度动刚度间接测试方法操作复杂、效率较低的问题,基于锤击法原理,提出了一种改进的动刚度测试方法。首先,通过动力学建模分析证明,改进方法所得结果与标准测试方法一致,能够满足多自由度动刚度测试需求;其次,以某结构硅油-橡胶耦联隔振器为测试样件,在 0~320 Hz 频率范围内分别开展垂向动刚度测试和水平/转动解耦测试,并与其橡胶主簧实验结果进行对比分析;最后,通过测得的频响函数计算垂向、水平和转动动刚度,以及水平和转动自由度之间的耦合动刚度。结果表明,在不同自由度下,该耦联隔振器中硅油呈现出不同的刚度和阻尼动态特性。垂向低频时以阻尼特性为主导,耦联隔振器具有良好的抑制共振作用;随着频率的升高,硅油的弹性特性逐渐增强,而阻尼特性减弱,频率在 196.8 Hz 以后,耦联隔振器的阻尼几乎完全由橡胶主簧提供;在水平方向,硅油亦表现出较明显的阻尼特性,而在转动方向则主要体现为弹性特性。所提出的测试方法操作简便、结果可靠,具有重要的工程应用价值。

关键词 动刚度;黏弹性隔振器;多自由度;测试方法;锤击法

中图分类号 TH113;TB113

0 引言

动刚度是从频域中同时描述黏弹性隔振元件动态刚度和阻尼的一个重要概念,是评价橡胶和类橡胶等隔振器动态性能的关键参数,对机械、土木等系统动态建模和性能分析的研究至关重要。研究表明,橡胶和硅油等黏弹性材料的动刚度在 1~1 000 Hz 范围内可能产生 20%~40% 的变化^[1],且表现出显著的频率依赖性。高速轨道交通^[2]、精密仪器隔振^[3]、工程机械驾驶室隔振系统^[4-5]及新能源汽车悬架系统^[6]等领域的发展,对宽频带、高精度的动刚度测试提出了更高要求。

ISO 10846 系列标准(对应我国 GB/T 22159 系列标准^[7])中规定了 3 种黏弹性隔振器动刚度标准测试方法:直接法、间接法和驱动点法,但这些方法在实施过程中均有其局限性,只有间接法(ISO 10846-3)能够进行多自由度动刚度测试。实际测试中为了获得更宽频率范围内的动刚度或者方便测量,研究人员对间接法发展了一些改进方法^[8-9]。Gejguš 等^[10]基于间接法设计了一个高频测试平台,用于在 50~3 000 Hz 的频率范围内测量电动汽车上电机橡胶悬置的动刚度。Dickens 等^[11]使用浮动质量来减

小间接测量的低频限值,能够测量静载荷为 30 kN 以内,频率为 10~2 000 Hz 的隔振器特性。Thompson 等^[12]通过测量弹性元件的动态变形(相对位移)和下质量块的位移响应,来改进间接法,使其能够用于较低频率范围的测量,从 100 Hz 降到大约 40~50 Hz。这种改进方法在文献[13-14]中使用。Li 等^[15]在 Thompson 方法的基础上通过引入一个频响函数,进一步改进了低频测量方法。

目前,对隔振器动刚度的精确测量,尤其是多自由度动刚度的精确获得,仍面临诸多挑战。黏弹性隔振器具有平动和转动的多自由度动态特性,但是实际测试中旋转自由度动刚度的获取一直是难点。间接测试法能够实现较宽的较高频率范围平动和转动多自由度动刚度测量,关键之一是将被测件置于 2 个质量块之间。研究人员采用导纳法^[16]、模态法^[17]、频响函数法^[18-19]、频响子结构法^[20-21]及其逆子结构法^[20-22]进行隔振器多自由度动刚度的测试研究,这些方法相比标准测试法虽然不需要采用笨重的测试装置,但是均需要研究比较复杂的参数识别方法,且所获得的动刚度均有一定局限性,或者无法考虑隔振器的预载^[16,19-22],或者只能获得相对某点的点动刚度,不适用于高频测量^[17-18]等。

* 国家自然科学基金资助项目(52202478)

收稿日期:2025-06-24;修回日期:2025-08-29

隔振器动刚度测试实验中,通常使用振动台或者激振器提供激励。由于锤击法在测试技术中是一种简单而高效的方法,力锤也被经常使用,以替代实验装置中的振动台或者激振器^[23-25],尤其在测量横向和转动动刚度实验中^[13,26]。

本研究在标准间接测试法(ISO 10846-3)基础上,对装置进行一定改进,采用锤击法进行隔振器多自由度动刚度实验,使测试更易操作。为了说明实验方法的可靠性,对测试理论进行详细推导,结果与标准实验理论对比可知,改进后的实验装置与标准间接法测试原理一致。选用某硅油-橡胶耦联隔振器作为被测件,并与其组成部件橡胶主簧测试结果进行对比。根据动刚度计算公式的特点,将测量中需要获得的加速度响应变换为直接测量相应的频响函数(frequency response functions,简称FRFs),以提高测试精度。测试结果表明,硅油在不同自由度下表现出不同的刚度和阻尼特性。在垂向,由于硅油的阻尼作用,耦联隔振器具有较好的低频抑振效果;当频率较高时,硅油的弹性特性更突出,耦联隔振器具有更高的刚度。在水平方向,硅油也主要表现为阻尼特性,耦联隔振器的损耗因子有所增加;而在转动方向,硅油主要表现为弹性特性。研究内容具有重要的工程实际意义,直接服务于工程测试和结构动力学研究。

1 理论模型推导

1.1 实验测试装置

标准间接法动刚度实验装置和垂向理论模型^[12]如图1所示。图1(a)用于多自由度动刚度宽频测量,被测样件被安装在两个质量块之间,下质量块下方和上质量块上方分别由非常软的辅助橡胶垫支撑,在上质量块上方通过激振器等装置施加预载和动态载荷。被测样件的预载由上质量块和激振器作动器共同提供。标准测试中,垂向动刚度通常通过扫频激励进行测量,水平和转动自由度动刚度通过力锤从侧面敲击测量。

本研究对标准实验装置进行一定简化改进,使所有自由度动刚度测量均通过锤击法进行。图2为改进后的动刚度实验装置和垂向理论模型。如图2(a)所示,被测样件上质量块上端自由,预载仅由上质量块提供,以方便实施锤击测量。图2(b)为其对应的理论模型。

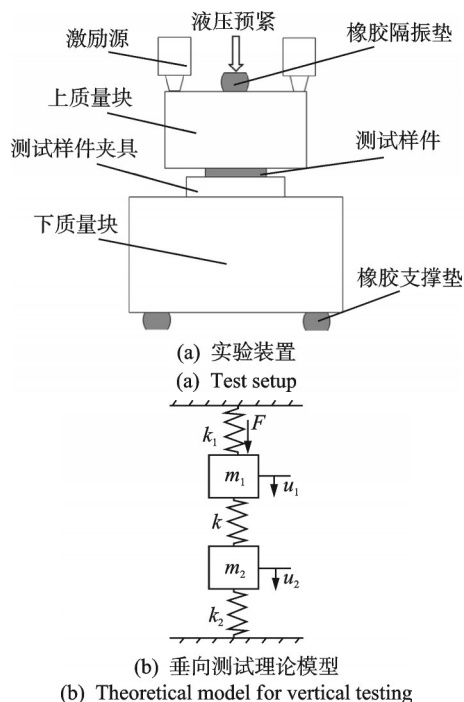


图1 标准间接法动刚度实验装置和垂向理论模型^[12]

Fig.1 Test setup for standard indirect dynamic stiffness measurements and its vertical theoretical model^[12]

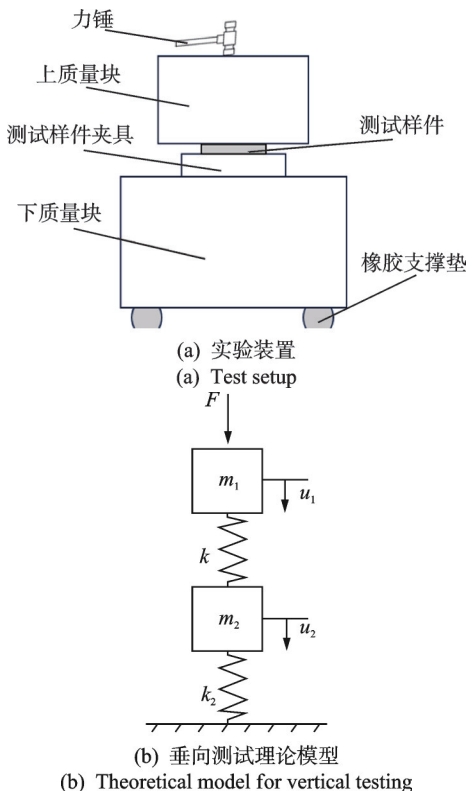


图2 改进后的动刚度实验装置和垂向理论模型

Fig.2 Updated test setup for dynamic stiffness measurements and its vertical theoretical model

1.2 测试理论

1.2.1 垂向动刚度测试

图2(b)中,上下质量块的质量分别为 m_1 和 m_2 ,

测试样件垂向动刚度矩阵设为 k ,具体写为

$$k = \begin{bmatrix} k_{1,1} & -k_{1,2} \\ -k_{2,1} & k_{2,2} \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中: $k_{1,1}$ 和 $k_{2,2}$ 分别为试件点动刚度; $k_{1,2}$ 和 $k_{2,1}$ 分别为试件传递动刚度,且 $k_{1,2} = k_{2,1}$ 。

系统的运动微分方程组为

$$m_1 \ddot{u}_1 + k_{1,1} u_1 - k_{1,2} u_2 = F \quad (2)$$

$$m_2 \ddot{u}_2 - k_{2,1} u_1 + k_{2,2} u_2 + k_2 u_2 = 0 \quad (3)$$

其中: u_1 和 u_2 分别为质量块 m_1 和 m_2 的位移响应; k_2 为下质量块下端橡胶垫总刚度; F 为通过力锤施加的激励力。

假设在谐波响应下,式(2)、(3)可进一步写为

$$-\omega^2 m_1 u_1 + k_{1,1} u_1 - k_{1,2} u_2 = F \quad (4)$$

$$-\omega^2 m_2 u_2 - k_{2,1} u_1 + k_{2,2} u_2 + k_2 u_2 = 0 \quad (5)$$

通过求解式(4)、(5)阻抗矩阵的秩,可以得到实验装置的2个共振频率^[12]。当频率足够低时,则有 $k = k_{2,1} = k_{2,2}$ 。根据式(5)可以得到

$$k(u_1 - u_2) = (k_2 - \omega^2 m_2) u_2 \quad (6)$$

在下质量块 m_2 足够大而且激振频率 f 足够高时, $k_2 \ll \omega^2 m_2$ 。因此,传递动刚度 k 可以表示为

$$k \approx -(2\pi f)^2 m_2 \left(\frac{u_2}{u_1 - u_2} \right) = - (2\pi f)^2 m_2 \left(\frac{\ddot{u}_2}{\ddot{u}_1 - \ddot{u}_2} \right) \quad (f > 3f_1') \quad (7)$$

频率 f_1' 的计算式^[12]为

$$f_1' = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} \quad (8)$$

由此可知:传递动刚度 k 的推导依赖于下质量块的运动方程;比较图1(a)和图2(a)这2个装置,所改进的实验装置与标准试验装置^[12]下质量块和支撑保持不变,因此传递动刚度公式保持不变。

根据式(7),得到存储刚度和损耗刚度分别为

$$k' = -(2\pi f)^2 m_2 \operatorname{Re} \left(\frac{\ddot{u}_2}{\ddot{u}_1 - \ddot{u}_2} \right) \quad (9)$$

$$k'' = -(2\pi f)^2 m_2 \operatorname{Im} \left(\frac{\ddot{u}_2}{\ddot{u}_1 - \ddot{u}_2} \right) \quad (10)$$

损耗因子 η 的计算公式为

$$\eta = k''/k' \quad (11)$$

1.2.2 水平和转动动刚度测试

水平和转动运动总是高度耦合,很难单独测量实验件这些自由度的动刚度。根据文献[12]并通过以下解耦方法,可以很好地将沿一个方向的水平动刚度和与其耦合的转动动刚度测量获得。图3为水平和转动自由度动刚度测试原理图。

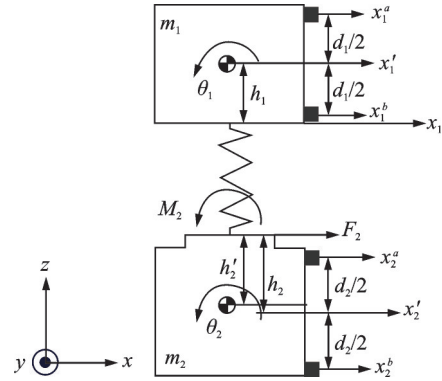


图3 水平和转动自由度动刚度测试原理图

Fig.3 Schematic diagram of the measurement geometry for lateral and rotational dynamic stiffness

如图3所示,在上质量块底部施加水平激励,上质量块和下质量块的侧面上部和下部位置分别布置加速度传感器。图示模型中的动刚度矩阵表达式为

$$\begin{pmatrix} F_2 \\ M_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_{F,x} & k_{F,\theta} \\ k_{M,x} & k_{M,\theta} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

其中: x_1 和 θ_1 分别为测试件上端的水平位移和转角; F_2 和 M_2 分别为测试件下端受到的力和力矩; $k_{F,x}$ 为 x 方向水平动刚度; $k_{M,\theta}$ 为绕 y 轴转动动刚度; $k_{F,\theta}$ 和 $k_{M,x}$ 为2个耦合动刚度项。

$$x_1' = (x_1^a + x_1^b)/2 \quad (13)$$

$$\theta_1 = (x_1^a - x_1^b)/d_1 \quad (14)$$

$$x_2' = (x_2^a + x_2^b)/2 \quad (15)$$

$$\theta_2 = (x_2^a - x_2^b)/d_2 \quad (16)$$

其中: $x_1^a, x_1^b, x_2^a, x_2^b$ 分别为上质量块和下质量块上所测量的位移; d_1 和 d_2 分别为上下2个质量块加速度传感器中线之间的距离。

将 θ_1 作为参考通道以降低测量误差,则

$$x_1/\theta_1 = (x_1'/\theta_1) + h_1 = (\ddot{x}_1'/\ddot{\theta}_1) + h_1 \quad (17)$$

$$h_c = h_2 - h_2' \quad (18)$$

$$\frac{F_2}{\theta_1} = -\omega^2 m_2 \left(\frac{x_2'}{\theta_1} - h_c \frac{\theta_2}{\theta_1} \right) = -\omega^2 m_2 \left(\frac{\ddot{x}_2'}{\ddot{\theta}_1} - h_c \frac{\ddot{\theta}_2}{\ddot{\theta}_1} \right) \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{M_2}{\theta_1} = & -\omega^2 \left(m_2 h_2' \frac{x_2'}{\theta_1} + I_2 \frac{\theta_2}{\theta_1} - m_2 h_2' h_c \frac{\theta_2}{\theta_1} \right) = \\ & -\omega^2 \left(m_2 h_2' \frac{\ddot{x}_2'}{\ddot{\theta}_1} + I_2 \frac{\ddot{\theta}_2}{\ddot{\theta}_1} - m_2 h_2' h_c \frac{\ddot{\theta}_2}{\ddot{\theta}_1} \right) \end{aligned} \quad (20)$$

其中: h_1 为上质量块质心位置到上质量块下表面与隔振器安装点的距离; h_2 为下夹具上表面安装点到下质量块中心点的距离; h_2' 为下夹具上表面安装点到下质量块质心点的距离; I_2 为下质量块相对于其转动轴的惯性矩。

分别测量 2 组数据,求解式(12)中的刚度矩阵,即

$$\begin{bmatrix} k_{F,x} & k_{M,x} \\ k_{F,\theta} & k_{M,\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x_1/\theta_1)^{(1)} & 1 \\ (x_1/\theta_1)^{(2)} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (F_2/\theta_1)^{(1)} & (M_2/\theta_1)^{(1)} \\ (F_2/\theta_1)^{(2)} & (M_2/\theta_1)^{(2)} \end{bmatrix} \quad (21)$$

其中:右侧上标(1)和(2)表示 2 组实验数据。

式(21)求解的准确度取决于求逆矩阵的条件数,即

$$\text{cond} \begin{bmatrix} (x_1/\theta_1)^{(1)} & 1 \\ (x_1/\theta_1)^{(2)} & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

若使用 x_1 作为参考通道,则需要计算条件数,即

$$\text{cond} \begin{bmatrix} 1 & (\theta_1/x_1)^{(1)} \\ 1 & (\theta_1/x_1)^{(2)} \end{bmatrix} \quad (23)$$

在实验研究中将分别选取不同参考通道,按照式(22)、(23)分别求解条件数,取条件数较小的参考通道进行测试结果分析。

2 案例分析

2.1 测试样件

图 4 为隔振器样件图。图 4(a)为一种硅油-橡胶耦联隔振器,主要用于挖掘机等工程机械驾驶室悬置,该隔振器的内部构造和工作原理详见文献^[5,9]。图 4(b)为隔振器中的橡胶主簧。

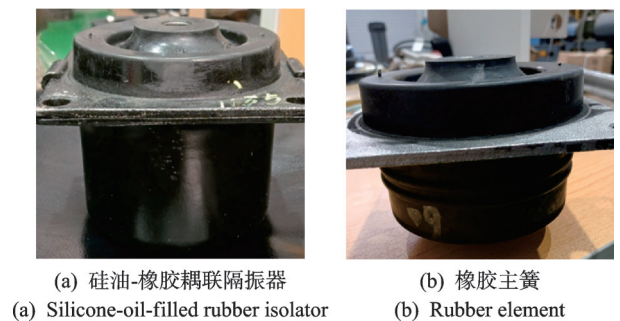


图 4 隔振器样件图

Fig.4 Sample diagram of the vibration isolator sample

2.2 实验方案

图 5 为实验装置实体图和示意图。实验采用 48 通道西门子数据采集仪 SCM2E09,PCB 加速度传感器 356A16 以及冲击力锤 086C03。实验装置主要参数如表 1 所示。

实验分别对硅油-橡胶耦联隔振器和橡胶主簧进行测试。由于耦联隔振器主要用于较低频率的隔振,分析频率设置为 320 Hz,谱线数设置为 400;每个测点均分别敲击 5 次,进行平均处理以提高信噪比。

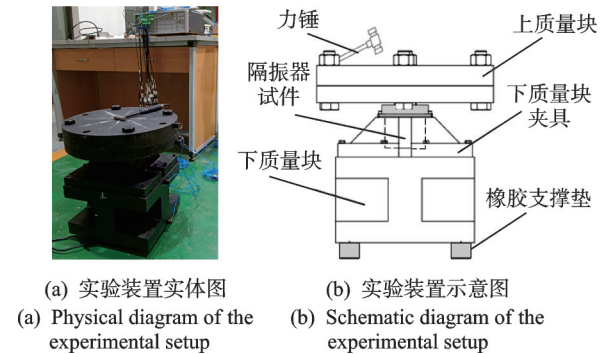


图 5 实验装置实体图和示意图

Fig.5 Physical diagram and schematic diagram of the experimental setup

表 1 实验装置主要参数

Tab.1 Main parameters of the experimental setup		
参数名称	符号/单位	数值
上质量块质量	m_1/kg	91
下质量块质量(包括下夹具质量)	m_2/kg	155
下块惯性矩	$I_2/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	2.196 2
上块质心距	h_1/m	0.05
下块中心距	h_2/m	0.2
下块质心距	h_2'/m	0.15
上块传感器距离	d_1/m	0.037
下块传感器距离	d_2/m	0.09

垂向振动测试的实验布置,采用力锤在上质量块上表面中心施加垂直激励 F ,在靠近上质量块中心处布置一个加速度传感器以获得加速度 $\ddot{u}_1$ 及其 FRFs。隔振器下部连接点无法直接布置传感器测量,将 2 个加速度传感器分别布置在靠近下夹具安装位置,对测量获得的垂向加速度进行平均处理,获得 $\ddot{u}_2$ 及其 FRFs。

根据动刚度计算公式(7)、(12)以及式(17~21)可知,动刚度的获得实际上是对 2 个质量块振动响应的测量,而计算公式中响应均以比值形式出现,因此,为了减小激励对测量的影响以及提高测量精度,实验结果的计算中均采用 FRF 值代替加速度响应值。

2.3 结果与讨论

2.3.1 垂向实验

图 6 为垂向动刚度测试获得的上质量块垂向加速度响应对比。可以看到,橡胶主簧出现了 2 个频率峰值,硅油-橡胶耦联隔振器出现了 1 个频率峰值。其中:较低的频率峰值对应测试系统共振频率;橡胶主簧响应曲线中出现的第 2 个较高频率峰值 f_{r2} 对应上质量块共振频率;而耦联隔振器低频具有更高的阻尼,表现出很好的抑制共振效果,这个峰值被完全抑制了。

从测试结果可知,系统共振频率 f_1 约为 9.6 Hz。由于测试样件质量相比质量块总质量小得多,其质

量的影响非常小,因此可以忽略不计,则系统的橡胶支撑垫总刚度为

$$k_2 = (2\pi f_1)^2 (m_1 + m_2) \quad (24)$$

计算得到 $k_2 \approx 895.03 \text{ kN/m}$, 根据式(7)和(8), 得到下限频率 $f' = 3f_1' \approx 36.28 \text{ Hz}$ 。

垂向实验结果对比如图 7 所示。从图 7(a) 可以看到, 在 $f > f'$ 频率范围, 硅油-橡胶耦联隔振器垂向动刚度的模大于橡胶主簧动刚度。从图 7(b)、(c) 和 (d) 可以看到: 在低于 196.8 Hz 的频率范围内, 耦联隔振器有更高的损耗因子, 且频率越低, 较橡胶主簧的损耗因子越大, 说明硅油在低频段主要起阻尼作用; 随着频率的升高, 硅油的刚度特性越来越突出, 而阻尼特性变小; 当频率高于 196.8 Hz 后, 耦联

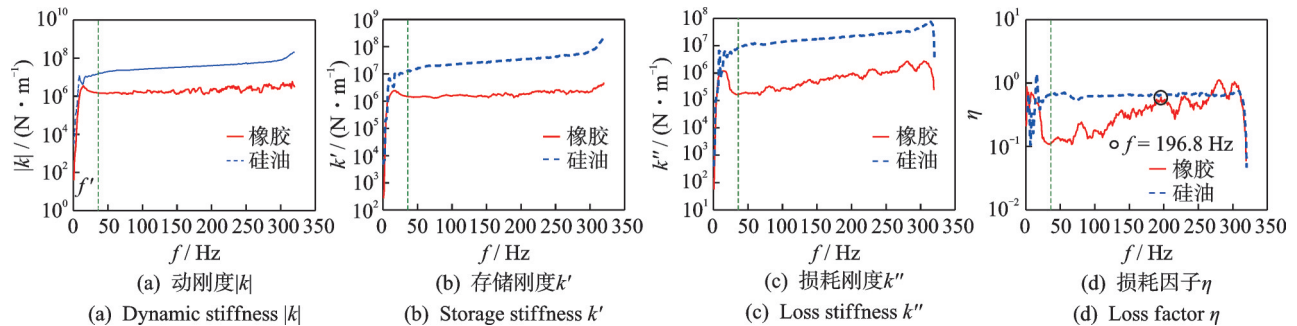


图 7 垂向实验结果对比

Fig.7 Comparison of vertical measurement results

2.3.2 水平/转动解耦实验

图 8~10 分别为水平、转动以及耦合动刚度的

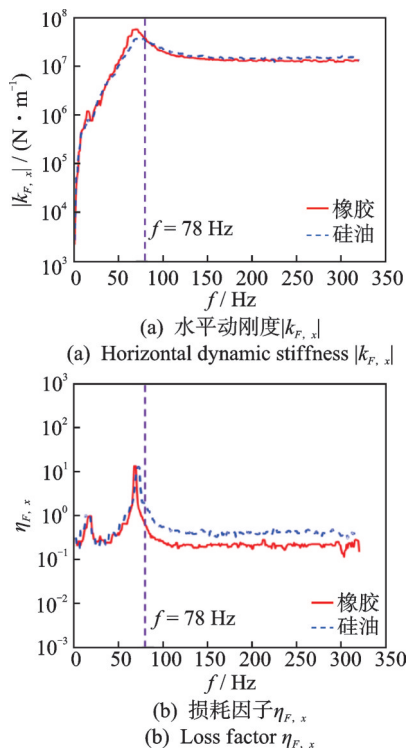


图 8 水平动刚度比较

Fig.8 Comparison of horizontal dynamic stiffness

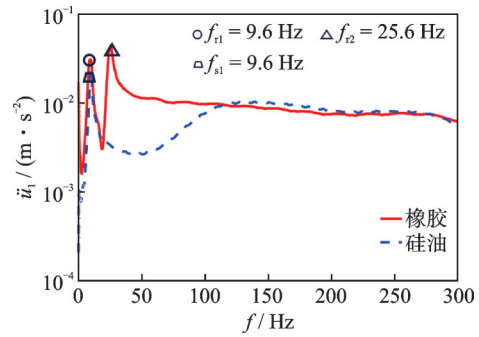
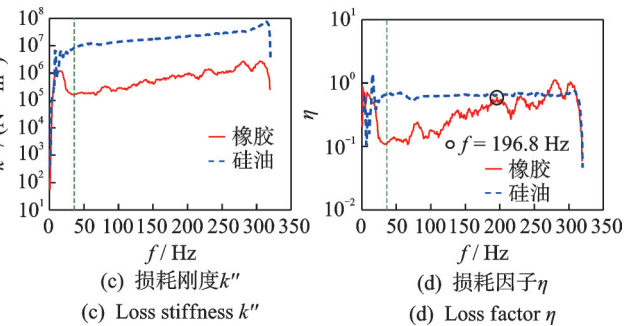


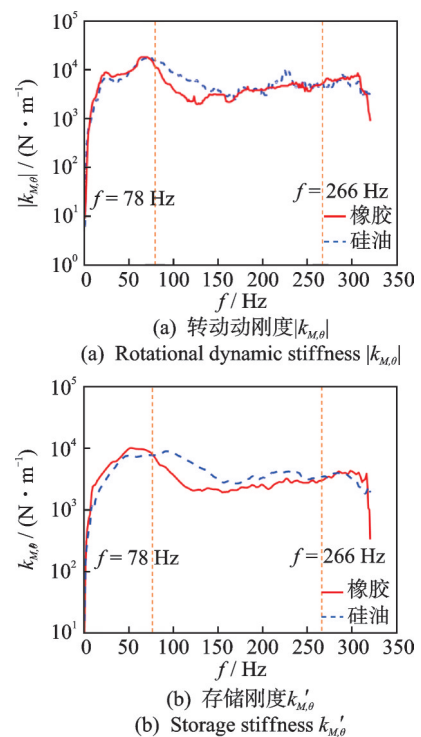
图 6 上质量块垂向加速度响应对比

Fig.6 Comparison of the vertical acceleration responses of the upper block

隔振器的损耗因子与橡胶主簧接近, 说明硅油主要表现出刚度特性。



比较。可以看到: 在水平以及水平-转动耦合自由度, 硅油主要起阻尼作用, 尤其在 78~300 Hz 范围内, 相较橡胶主簧, 耦联隔振器的损耗因子有较明显的增加; 而在转动自由度, 硅油主要表现为弹性特性,



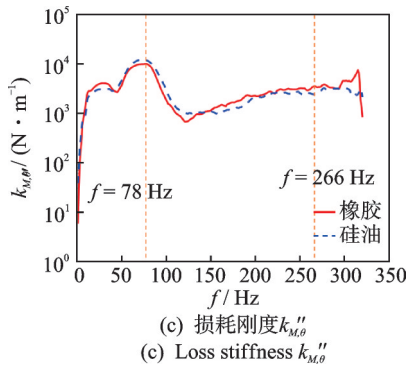
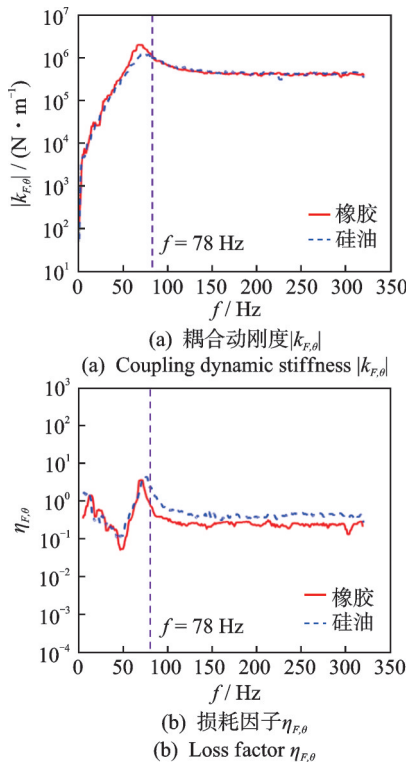


图9 转动动刚度比较

Fig.9 Comparison of rotational dynamic stiffness

图10 耦合动刚度 $k_{F,\theta}$ 比较Fig.10 Comparison of coupling dynamic stiffness $k_{F,\theta}$

即在一定程度增加了耦联隔振器的刚度;在78~266 Hz范围内,耦联隔振器的转动存储刚度有所增加,而转动损耗刚度没有明显变化。

3 结论

1) 改进后的实验装置上质量块为悬置状态,根据理论分析可知,所获得的垂向动刚度与标准间接测试方法一致,锤击法能够保证测试准确性。

2) 在标准实验中,水平和转动动刚度的测试原理忽略了上下质量块弹性支撑的影响。因此,改进后的实验装置不改变水平和转动动刚度的测试原理。

3) 根据实验样件测试结果可知:在36.28~320 Hz频率范围内,由于硅油的刚度和阻尼作用,硅油-橡胶耦联隔振器的垂向动刚度值大于其橡胶主簧;硅油的阻尼特性在较低频率段表现得更加明显,从而具有更好地抑制共振效果;而在196.8 Hz以后,硅油主要表现为弹性特性。在水平方向,硅油在300 Hz以内的低频段同样表现出更多的阻尼特性;而在转动方向,硅油表现出更多的弹性特性。

参 考 文 献

- [1] 张京玉. 橡胶硅油组合减振环的制备及其刚度和阻尼特性研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2020.
- [2] 马凯, 汤晏宁, 贺义, 等. 高速列车包间噪声特性及降噪方案设计验证[J]. 振动、测试与诊断, 2024, 44(4): 778-784.
MA Kai, TANG Yaning, HE Yi, et al. Noise characteristics and validation of noise reduction for high-speed train compartments[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2024, 44(4): 778-784. (in Chinese)
- [3] 韩翔宇, 邓伟, 田晓洁, 等. 基于传递功率流评价的船载精密仪器隔振系统[J]. 船舶工程, 2021, 43(5): 16-21.
HAN Xiangyu, DENG Wei, TIAN Xiaojie, et al. Vibration isolation system of shipborne precision instrument based on power flow evaluation[J]. Ship Engineering, 2021, 43(5): 16-21. (in Chinese)
- [4] SUN X J, YANG Y M. Modelling comparison for harmonic dynamic characteristics of a silicone-oil-filled rubber isolator and response analysis of a single DOF system[J]. International Journal of Heavy Vehicle Systems, 2023, 30(4): 401-425.
- [5] SUN X J, ZHANG C, FU Q D, et al. Measurement and modelling for harmonic dynamic characteristics of a liquid-filled isolator with a rubber element and high-viscosity silicone oil at low frequency[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 140: 106659.
- [6] 寇发荣, 武江浩, 景强强, 等. 1/4车辆电磁混合主动悬架容错控制[J]. 振动、测试与诊断, 2022, 42(1): 96-102.
KOU Farong, WU Jianghao, JING Qiangqiang, et al. Fault-tolerant control of 1/4 vehicle electromagnetic hybrid active suspension[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2022, 42(1): 96-102. (in Chinese)
- [7] 李斌商, 李俊, 徐欣, 等. 弹性元件振-声传递特性的测试与分析: GB/T 22159系列标准的技术综述[J]. 噪声与振动控制, 2014, 34(增刊1): 49-51.
LI Binshang, LI Jun, XU Xin, et al. Measurement and analysis of vibro-acoustic transfer properties of resilient

- elements; technical review of GB/T 22159 series standards[J]. *Noise and Vibration Control*, 2014, 34(S1): 49-51. (in Chinese)
- [8] SUN X J, THOMPSON D. Measurement modelling and analysis of the dynamic properties of resilient elements used for vibration isolation[J]. *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, 2023, 145(6): 060801.
- [9] 孙小娟. 硅油-橡胶耦联隔振器动态建模与实验方法[M]. 北京: 冶金工业出版社, 2024: 17-19, 33.
- [10] GEJGUŠ T, SCHRÖDER J, LOOS K, et al. Advanced characterisation of soft polymers under cyclic loading in context of engine mounts[J]. *Polymers*, 2022, 14(3): 429.
- [11] DICKENS J D, NORWOOD C J. Universal method to measure dynamic performance of vibration isolators under static load[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, 244(4): 685-696.
- [12] THOMPSON D J, VAN VLIET W J, VERHEIJ J W. Developments of the indirect method for measuring the high frequency dynamic stiffness of resilient elements[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, 213(1): 169-188.
- [13] LIU X W, THOMPSON D, SQUICCIARINI G, et al. Measurements and modelling of dynamic stiffness of a railway vehicle primary suspension element and its use in a structure-borne noise transmission model[J]. *Applied Acoustics*, 2021, 182: 108232.
- [14] ZHANG X Y, THOMPSON D, JEONG H, et al. Measurements of the high frequency dynamic stiffness of railway ballast and subgrade[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2020, 468: 115081.
- [15] LI Q, DAI B R, ZHU Z H, et al. Improved indirect measurement of the dynamic stiffness of a rail fastener and its dependence on load and frequency[J]. *Construction and Building Materials*, 2021, 304: 124588.
- [16] KIM S, SINGH R. Multi-dimensional characterization of vibration isolators over a wide range of frequencies[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, 245(5): 877-913.
- [17] RAMESH R S, FREDETTE L, SINGH R. Identification of multi-dimensional elastic and dissipative properties of elastomeric vibration isolators[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 118: 696-715.
- [18] LONG D, CHEN Q, XIANG D, et al. Simultaneous identification of vertical and horizontal complex stiffness of preloaded rubber mounts: transformation of frequency response functions and decoupling of degrees of freedom[J]. *Experimental Mechanics*, 2023, 63(9): 1479-1492.
- [19] ZHENG L X, YANG M Y, SHENG X Z, et al. Measurement and analysis of medium to high frequency dynamic stiffness for rail fastener systems[J]. *International Journal of Applied Mechanics*, 2024, 16(10): 2450118.
- [20] HÄUBLER M, KLAASSEN S W B, RIXEN D J. Experimental twelve degree of freedom rubber isolator models for use in substructuring assemblies[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2020, 474: 115253.
- [21] HAEUSSLER M, KOBUS D C, RIXEN D J. Parametric design optimization of e-compressor NVH using blocked forces and substructuring[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 150: 107217.
- [22] NEIHGUK D, HERRIN D W, DE KLERK D. Experimental characterization of a steel spring mount using virtual point transformation[J]. *SAE International Journal of Advances and Current Practices in Mobility*, 2025, 7(6): 2966-2975.
- [23] 孙海波, 圣小珍, 何光辉, 等. 基于锤击试验的钢轨扣件动刚度矩阵的测定[J]. *噪声与振动控制*, 2023, 43(6): 282-288.
- SUN Haibo, SHENG Xiaozhen, HE Guanghui, et al. Determination of dynamic stiffness matrices of rail fasteners based on hammering test[J]. *Noise and Vibration Control*, 2023, 43(6): 282-288. (in Chinese)
- [24] OOI L E, RIPIN Z M. Dynamic stiffness and loss factor measurement of engine rubber mount by impact test[J]. *Materials & Design*, 2011, 32(4): 1880-1887.
- [25] SEGOVIA-EULOGIO E G, TORRES J, CARBAJO J, et al. Determination of the elastic parameters of a material from a standardized dynamic stiffness testing[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2019, 460: 114885.
- [26] COSCO F, SERRATORE G, GAGLIARDI F, et al. Experimental characterization of the torsional damping in CFRP disks by impact hammer modal testing[J]. *Polymers*, 2020, 12(2): 493.



第一作者简介:孙小娟,女,1984年11月生,博士、副教授。主要研究方向为机械系统动力学、结构动态设计与测试方法等。曾发表《Measurement and modeling for harmonic dynamic characteristics of a liquid-filled isolator with a rubber element and high-viscosity silicone oil at low frequency》(《Mechanical Systems and Signal Processing》2020, Vol. 140, No.106659)等论文。
E-mail: xiaoj_sun@126.com