

摇摆变姿态环境滚动轴承转子系统振动特性分析*

郭明军, 林彰雄, 韦忠良

(广西科技大学机械与汽车工程学院 柳州, 545616)

摘要 滚动轴承是舰船涡轮动力系统的關鍵支撑部件,其极易磨损,且鲜有研究涉及摇摆变姿态环境下滚动轴承转子系统的动力学特性。针对此问题,本研究以滚动轴承支承的双盘转子系统为研究对象,考虑滚动轴承的非线性接触力、摇摆运动引起的附加刚度、阻尼、附加激励力和转盘的偏心相位差等因素,基于有限元分析理论,建立基础纵摇运动作用下的滚动轴承转子系统动力学模型,研究系统在不同转速、偏心相位差及摇摆参数下的振动特性。仿真分析结果表明:相对于无摇摆工况,纵摇状态下的转子系统振动范围会变宽,转子系统水平方向与垂直方向的振动响应相对大小关系会发生变化,且频谱图中会出现与摇摆运动相关频率成分,其中,水平方向的摇摆频率等于摇摆运动频率,而垂直方向的摇摆频率是摇摆运动频率的两倍。偏心相位差对基频振动有显著的抑制作用,且当偏心相位差等于 90° 时,基频振动抑制效果最佳,但其不会改变摇摆运动相关频率的幅值大小。在恒定转速下,一方面,摇摆运动相关频率的幅值随纵摇幅度增大而增大,并最终超过基频幅值;另一方面,水平方向频谱图中的摇摆频率幅值随摇摆频率增大而增大,并最终超过基频幅值,而基频幅值及垂直方向频谱图中的摇摆频率幅值不受摇摆频率变化的影响。

关键词 滚动轴承;转子系统;摇摆运动;偏心相位差;振动响应

中图分类号 TH133.33;O322

0 引言

海上航行的舰船不可避免地受到海风波浪等因素作用,发生姿态倾斜或者低频大幅度的周期性摇摆运动,使得舰船的涡轮动力装置在纵横摇摆变姿态环境下运行。滚动轴承作为舰船涡轮动力系统的關鍵支撑部件,在这种变姿态环境下的动力学特性将与无摇摆状态下的情形明显不同,尤其是重力载荷、陀螺力矩、刚度矩阵等性质的变化会导致转子系统的异常振动加剧,从而导致舰船的稳定性及抗倾覆性能降低,极易引发舰船安全事故。因此,在此类摇摆变姿态环境下,对滚动轴承转子系统的动力学特性进行深入分析显得尤为重要。

对于基础激励作用下轴承转子系统的研究, Han 等^[1]基于能量守恒和拉格朗日原理,建立了时变周期基础运动作用下柔性转子-轴承系统的有限元模型,采用离散状态转移矩阵方法对不稳定区域进行数值获取,详细讨论了转速、基础运动幅值和基础运动相位对主不稳定区和组合不稳定区的影响。Lee 等^[2]提出了一种基于平均速度概念的状态

空间 Newmark 方法,该方法采用直接时间积分格式,并将其应用于基础冲击作用下滑动轴承转子系统的瞬态响应研究中,用电磁激振器施加一系列半正弦波,在转子-轴承仿真系统的试验台上进行了试验,分析结果与试验结果相吻合。文献[3-4]采用数值模拟方法研究了转子转速、基础摆动频率及基础运动幅度等因素对滑动轴承-转子系统非线性动力学特性的作用规律。张恩杰等^[5]采用 Lagrange 法建立考虑不平衡质量、轴承油膜、密封流体及基础振动多激励共同作用的转子系统动力学模型,对比分析了基础振动对转子系统非线性动力学特性及失稳转速的影响,研究表明,基础振动使得系统稳定性降低,其对转子系统动力学响应的影响具有明确的方向性。张磊等^[6-8]分别研究了摇摆作用下椭圆瓦和错位瓦轴承转子系统的动力学特性,并对比了这两种转子轴承系统的安全性及稳定性。刘镇星等^[9]对舰船摇摆作用环境的滑动轴承-齿轮转子系统进行动力学建模和仿真,研究发现船体在摇摆环境下齿轮振动响应中会出现与摇摆相关的频率成分。刘树鹏^[10]对舰船摇摆运动环

* 国家自然科学基金资助项目(51875205);广西科技大学博士基金资助项目(校科博21z59);广西自然科学基金资助项目(2025GXNSFHA069192);广西高校中青年教师科研基础能力提升资助项目(2025KY0346)

收稿日期:2024-01-25;修回日期:2024-05-16

境转子系统振动进行研究,明确了滑动轴承支承环境转子失稳转速的影响规律。张鹏等^[11]建立了基础摆动条件下电磁轴承-柔性转子系统的有限元动力学模型,并利用Routh-Hurwitz准则和Floquet理论分别研究了基础恒定摆动和正弦摆动下转子系统的稳定性问题,得出了系统的稳定性边界条件。祝长生等^[12]建立了机动飞行时发动机转子系统的动力学统一模型,分析得出该工况下转子系统上会产生非周期性的附加外激励力以及附加刚度和阻尼。Chen等^[13-14]建立基础运动作用下挤压油膜阻尼器支承的轴承转子动力学模型,研究了径向偏心对转子系统动力学特性的作用规律。Han等^[15]建立了具有开放裂纹和呼吸裂纹的基激转子-轴承系统的有限元模型,研究了裂纹转子-轴承系统在时变基础运动(滚转、俯仰和偏航)下的动力响应。关于基础运动激励作用下的滚动轴承-转子系统的稳定性,及如何抑制其在摇摆作用下的振动稳定性尚未见报道。

本研究以滚动轴承支承的双盘转子系统为研究对象,考虑滚动轴承的非线性接触力、摇摆运动引起的附加刚度、阻尼及附加激励力和转盘的偏心相位差等因素,建立基础摇摆运动下滚动轴承-转子系统的动力学模型,研究系统在不同转速、摇摆参数及偏心相位差下的振动特性。

1 摇摆作用模型

纵摇是一种典型的船体摇摆形式^[16],为了研究转子系统在纵摇变姿态环境中的振动特性,建立如图1所示的滚动轴承-转子系统坐标系。

图1中包括3个坐标系: $O-xyz$ 为以船体重心为原点并且固结于船体的相对直角坐标系;

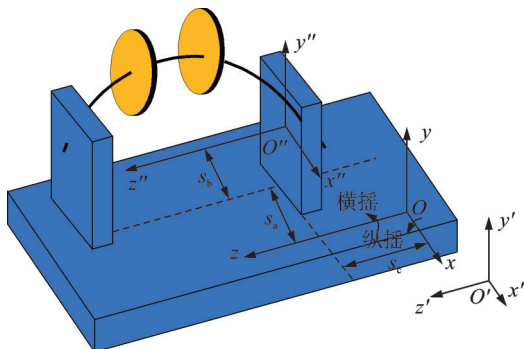


图1 滚动轴承-转子系统坐标系

Fig.1 Coordinate system of rolling bearing-rotor system

$O'-x'y'z'$ 为不受船体摇摆运动影响的全局坐标系; $O''-x''y''z''$ 为以轴承节点为原点并用来表征转子运动的相对直角坐标系。假设 s_a 、 s_b 、 s_c 分别为转子坐标系 $O''-x''y''z''$ 的各坐标轴相对于船体坐标系 $O-xyz$ 各坐标轴的间距。将整个舰船看成一个整体,其绝对位置可表示为 (x', y', z') ,绕船体坐标系的转角则表示为 $(\theta_x, \theta_y, \theta_z)$ 。如图1所示,横摇摆动是指船体绕坐标系 $O-xyz$ 的 z 轴作周期运动,该运动发生在 xy 平面内,因此转子系统只在 xy 平面产生振动。纵摇摆动是指船体绕坐标系 $O-xyz$ 的 x 轴作周期性运动,其特点是船体航速方向始终垂直于船体的纵向对称面。

为了研究方便,通常将摇摆运动视为简谐周期性运动,假设 $\varphi_{x,0}$ 、 f_x 、 $\theta_{x,\max}$ 、 θ_x 、 $\dot{\theta}_x$ 及 $\ddot{\theta}_x$ 依次为纵摇运动的初始相角、摇摆频率、摇摆幅值、角位移、角速度及角加速度,则纵摇运动的表达式为

$$\theta_x = \theta_{x,\max} \sin(2\pi f_x t + \varphi_{x,0}) \quad (1)$$

$$\dot{\theta}_x = \theta_{x,\max} 2\pi f_x \cos(2\pi f_x t + \varphi_{x,0}) \quad (2)$$

$$\ddot{\theta}_x = -\theta_{x,\max} (2\pi f_x)^2 \sin(2\pi f_x t + \varphi_{x,0}) \quad (3)$$

2 动力学建模

滚动轴承转子系统模型如图2所示,图中各轴段的转子参数如表1所示,滚动轴承基本参数如表2所示。转子总长为437.75 mm,弹性模量为 2.1×10^5 MPa,泊松比为0.3,材料密度为 $7\,850 \text{ kg/m}^3$ 。将转子离散化为由11个节点组成的10个轴单元,并分别在节点2和节点10处设置滚动轴承支撑。

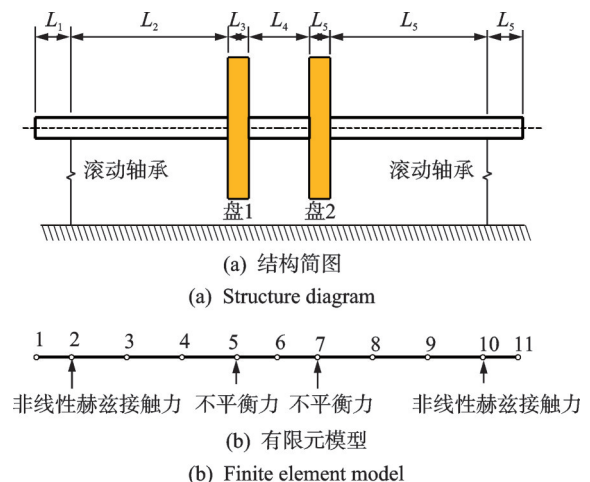


图2 滚动轴承转子系统模型

Fig.2 Rotor model supported by rolling bearing

表 1 转子参数

Tab.1 Rotor parameters

长度/mm	直径/mm
$L_1=12.5$	$d_1=10$
$L_2=137.25$	$d_2=10$
$L_3=25.5$	$d_3=40$
$L_4=74.5$	$d_4=10$
$L_5=25.5$	$d_5=40$
$L_6=137.5$	$d_6=10$
$L_7=30$	$d_7=10$

表 2 滚动轴承基本参数

Tab.2 Basic parameters of rolling bearing

参数	数值
接触刚度系数 $k_b/(\text{N} \cdot \text{m}^{-3/2})$	13.34×10^9
轴承间隙 $r_0/\mu\text{m}$	4
时变刚度频率系数 ϵ_{BN}	1.78
滚珠个数 N_b	8
内圈半径 r/mm	5
外圈半径 R/mm	17.5

2.1 摇摆作用转子系统动力学建模

任取第 i 个轴单元进行分析,轴单元广义坐标模型如图 3 所示。当不考虑轴向振动和扭转振动的影响时,假设单元两端的节点位移向量分别为 $\mathbf{q}_i = [x_i \ \theta_{y_i} \ y_i \ -\theta_{x_i}]^T$ 和 $\mathbf{q}_{i+1} = [x_{i+1} \ \theta_{y_{i+1}} \ y_{i+1} \ -\theta_{x_{i+1}}]^T$, 则单元的广义坐标为

$$\mathbf{q}_i^e = [x_i \ \theta_{y_i} \ y_i \ -\theta_{x_i} \ x_{i+1} \ \theta_{y_{i+1}} \ y_{i+1} \ -\theta_{x_{i+1}}]^T \quad (4)$$

式(4)中,各变量可由下式求得,即

$$\begin{cases} x_k = N\mathbf{q}_k \\ \theta_{y_k} = \frac{\partial x}{\partial z} = N'\mathbf{q}_k \\ y_k = N\mathbf{q}_k \\ -\theta_{x_k} = \frac{\partial x}{\partial z} = N'\mathbf{q}_k \end{cases} \quad (k=i, i+1) \quad (5)$$

其中: $\mathbf{N} = [n_1(z) \ n_2(z) \ n_3(z) \ n_4(z)]$, 为插值形函数矩阵。

矩阵 $\mathbf{N}$ 中的各元素为

$$\begin{cases} n_1(v) = \frac{1+f(1-v)-3v^2+2v^3}{1+f} \\ n_2(v) = lv \frac{2+f(1-v)-4v+2v^3}{2(1+f)} \\ n_3(v) = v \frac{f+3v-2v^2}{2(1+f)} \\ n_4(v) = lv \frac{f(1-v)-2v+2v^2}{2(1+f)} \end{cases} \quad (6)$$

其中: $v = z/l$; l 为轴单元的长度。

假设 τ 为剪切因子, G_s 为剪切模量, E 为弹性模量, η 为泊松比, S 为转子横截面面积, J_d 为直径惯性矩, 则剪切变形影响因子 φ 的表达式为

$$\varphi = \frac{12\tau EJ_d}{G_s S l^2} = \frac{12EJ_d(7+6\eta)}{6G_s S l^2(1+\eta)} \quad (7)$$

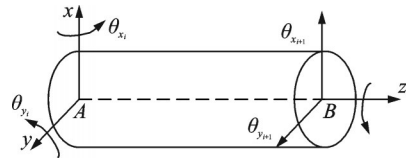


图 3 轴单元广义坐标模型

Fig.3 Generalized coordinate model of a shaft unit

单元质量矩阵 $\tilde{\mathbf{M}}_i^e$ 为

$$\tilde{\mathbf{M}}_i^e = \mathbf{M}_{iT}^e + \mathbf{M}_{iR}^e \quad (8)$$

其中: $\mathbf{M}_{iT}^e$ 为平动质量矩阵; $\mathbf{M}_{iR}^e$ 为转动惯性矩阵。

$\mathbf{M}_{iT}^e$ 与 $\mathbf{M}_{iR}^e$ 的表达式分别为

$$\mathbf{M}_{iT}^e = \rho S \int_0^l \mathbf{N}^T \mathbf{N} dz = \frac{\rho S l}{(1+\varphi)^2} \begin{bmatrix} m_1 & m_2 & m_3 & m_4 \\ m_2 & m_5 & -m_4 & m_6 \\ m_3 & -m_4 & m_1 & -m_2 \\ m_4 & m_6 & -m_2 & m_5 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{M}_{iR}^e = \rho J_d \int_0^l \mathbf{N}^T \mathbf{N} dz = \frac{\rho J_d}{l(1+\varphi)^2} \begin{bmatrix} m_7 & m_8 & -m_7 & m_8 \\ m_8 & m_9 & -m_8 & m_{10} \\ -m_7 & m_8 & m_7 & -m_8 \\ m_8 & m_{10} & -m_9 & m_9 \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中

$$\begin{bmatrix} m_1 & m_6 \\ m_2 & m_7 \\ m_3 & m_8 \\ m_4 & m_9 \\ m_5 & m_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{13}{35} + \frac{7\varphi}{10} + \frac{\varphi^2}{3} & -l^2(\frac{1}{140} + \frac{\varphi}{60} + \frac{\varphi^2}{120}) \\ \frac{11}{210} + \frac{11\varphi}{120} + \frac{\varphi^2}{24} & \frac{6}{5} \\ \frac{9}{70} + \frac{3\varphi}{10} + \frac{\varphi^2}{6} & l(\frac{1}{10} - \frac{\varphi}{2}) \\ -l(\frac{13}{420} + \frac{3\varphi}{40} + \frac{\varphi^2}{24}) & l^2(\frac{2}{15} + \frac{\varphi}{6} + \frac{\varphi^2}{3}) \\ l^2(\frac{1}{105} + \frac{\varphi}{60} + \frac{\varphi^2}{120}) & -l^2(\frac{1}{30} + \frac{\varphi}{6} - \frac{\varphi^2}{6}) \end{bmatrix} \quad (11)$$

单元刚度矩阵 K_i^e 为

$$K_i^e = \begin{bmatrix} k_{11,i} & k_{12,i} & k_{13,i} & k_{14,i} \\ k_{21,i} & k_{22,i} & k_{23,i} & k_{24,i} \\ k_{31,i} & k_{32,i} & k_{33,i} & k_{34,i} \\ k_{41,i} & k_{42,i} & k_{43,i} & k_{44,i} \end{bmatrix} = \frac{EJ_d}{l^3(1+\varphi)} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & (4+\varphi)l^2 & -6l & (2-\varphi)l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & (2-\varphi)l^2 & -6l & (4+\varphi)l^2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

根据动力学原理及公式简化,可得轴单元势能 V_i^e 和动能 T_i^e 的表达式分别为

$$V_i^e = \frac{1}{2} [\mathbf{q}_i^T \quad \mathbf{q}_{i+1}^T] \begin{bmatrix} \mathbf{K}_i^e & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{i+1}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_i \\ \mathbf{q}_{i+1} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

$$T_i^e = \frac{1}{2} [\dot{\mathbf{q}}_i^T \quad \dot{\mathbf{q}}_{i+1}^T] \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{iT}^e & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{i+1T}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_i \\ \dot{\mathbf{q}}_{i+1} \end{Bmatrix} + \Omega [\dot{\mathbf{q}}_i^T \quad \dot{\mathbf{q}}_{i+1}^T] \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 2\mathbf{M}_{iR}^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_i \\ \mathbf{q}_{i+1} \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \rho J_p \Omega^2 l \quad (14)$$

其中: Ω 为转子的旋转速度; J_p 为截面的极惯性矩,且满足 $J_p = 2J_d$ 。

将式(13)、(14)代入拉格朗日方程,即

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (15)$$

化简得到第 i 个单元的运动方程为

$$\mathbf{M}_i^e \ddot{\mathbf{q}}_i + \Omega \mathbf{G}_i^e \dot{\mathbf{q}}_i + \mathbf{K}_i^e \mathbf{q}_i = \mathbf{Q}_i^e \quad (16)$$

其中: $\mathbf{M}_i^e$ 、 $\mathbf{G}_i^e$ 、 $\mathbf{Q}_i^e$ 分别为单元的对称质量矩阵、反对称陀螺矩阵和广义力向量。

当船体发生摇摆运动时,转子系统也会跟随船体发生低频往复摆动,使转子系统的刚度和阻尼矩阵发生变化,假设 $\mathbf{K}_{ad,i}$ 、 $\mathbf{C}_{ad,i}$ 、 $\mathbf{F}_{ad,i}(t)$ 分别为因摇摆运动引起的附加刚度矩阵、附加阻尼矩阵、附加激励力矢量, F_x 、 F_y 为滚动轴承力,则考虑船体摇摆作用下的弹性轴段的动力学方程可由式(16)修正为

$$\mathbf{M}_i \ddot{\mathbf{q}}_i + (\mathbf{C}_i + \mathbf{C}_{ad,i}) \dot{\mathbf{q}}_i + (\mathbf{K}_i + \mathbf{K}_{ad,i}) \mathbf{q}_i = \mathbf{F}_{u,i}(t) + \mathbf{F}_{g,i}(t) + \mathbf{F}_{ad,i}(t) \quad (17)$$

其中: $\mathbf{K}_i = \begin{bmatrix} k_{11,i} & k_{12,i} \\ k_{21,i} & k_{22,i} \end{bmatrix}$; $\mathbf{q}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix}$; $\mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} m_i & 0 \\ 0 & m_i \end{bmatrix}$;

$$\mathbf{C}_{ad,i} = \begin{bmatrix} 0 & -2m_i \dot{\theta}_{J,z} \\ 2m_i \dot{\theta}_{J,z} & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{F}_{g,i}(t) = \begin{bmatrix} f_{g,x} + F_x \\ f_{g,y} + F_y \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{F}_{u,i}(t) = \begin{bmatrix} m_i e_i \Omega^2 \cos(\Omega t + \varphi_{i,0}) \\ m_i e_i \Omega^2 \sin(\Omega t + \varphi_{i,0}) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{K}_{ad,i} = \begin{bmatrix} -m_i(\dot{\theta}_{J,y}^2 + \dot{\theta}_{J,z}^2) & m_i(\dot{\theta}_{J,x}^2 - \dot{\theta}_{J,z}^2) \\ m_i(\dot{\theta}_{J,x} \dot{\theta}_{J,y} + \dot{\theta}_{J,z}) & -m_i(\dot{\theta}_{J,x}^2 + \dot{\theta}_{J,z}^2) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{F}_{ad,i}(t) = [\mathbf{F}_{ad,1} \quad \mathbf{F}_{ad,2}]^T;$$

$$\mathbf{F}_{ad,1} = -m_i(\ddot{x}' - \dot{\theta}_z \dot{y}' + \dot{\theta}_y \dot{z}') - m_i s_a(\dot{\theta}_y^2 + \dot{\theta}_z^2) - m_i s_b(\dot{\theta}_x \dot{\theta}_y - \ddot{\theta}_z) - m_i(z_i'' + s_c)(\dot{\theta}_x \dot{\theta}_z - \ddot{\theta}_y) + m_i e_i \sin(\Omega t + \varphi_{i,0})(\ddot{\theta}_z - \dot{\theta}_x \dot{\theta}_y) + 2m_i e_i \Omega \dot{\theta}_z \times \cos(\Omega t + \varphi_{i,0}) + m_i e_i \cos(\Omega t + \varphi_{i,0})(\dot{\theta}_y^2 + \dot{\theta}_z^2);$$

$$\mathbf{F}_{ad,2} = -m_i(\ddot{y}' - \dot{\theta}_z \dot{x}' + \dot{\theta}_x \dot{z}') + m_i s_a(\dot{\theta}_x \dot{\theta}_y + \ddot{\theta}_z) + m_i s_b(\dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_z^2) - m_i(z_i'' + s_c)(\dot{\theta}_y \dot{\theta}_z - \ddot{\theta}_x) - m_i e_i \cos(\Omega t + \varphi_{i,0})(\ddot{\theta}_z + \dot{\theta}_x \dot{\theta}_y) + 2m_i e_i \Omega \dot{\theta}_z \times \sin(\Omega t + \varphi_{i,0}) + m_i e_i \sin(\Omega t + \varphi_{i,0})(\dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_z^2)。$$

同理,考虑船体摇摆作用下的轮盘动力学方程

可修正为

$$\mathbf{M}_i \ddot{\mathbf{q}}_i + (\mathbf{C}_i + \mathbf{G}_i + \mathbf{G}_{ad,i}) \dot{\mathbf{q}}_i + (\mathbf{K}_i + \mathbf{K}_{ad,i}) \mathbf{q}_i = \mathbf{F}_{u,i}(t) + \mathbf{F}_{g,i}(t) + \mathbf{F}_{ad,i}(t) \quad (18)$$

其中:

$$\mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} m_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{d,i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{d,i} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{G}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Omega I_{p,i} \\ 0 & 0 & -\Omega I_{p,i} & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{F}_{g,i}(t) = \begin{bmatrix} f_{g,x} + F_x \\ f_{g,\theta_z} \\ f_{g,y} + F_y \\ f_{g,\theta_y} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{G}_{ad,i} = \begin{bmatrix} 0 & -2m_i \dot{\theta}_z & 0 & 0 \\ 2m_i \dot{\theta}_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2I_{d,i} \dot{\theta}_x \dot{\theta}_y \\ 0 & 0 & -2I_{d,i} \dot{\theta}_x \dot{\theta}_y & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{K}_{ad,i} =$$

$$\begin{bmatrix} -m_i(\dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_y^2) & m_i(\dot{\theta}_x \dot{\theta}_y - \ddot{\theta}_z) & 0 & 0 \\ m_i(\dot{\theta}_x \dot{\theta}_y + \ddot{\theta}_z) & -m_i(\dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_y^2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2I_{d,i}(\dot{\theta}_x \dot{\theta}_y + \dot{\theta}_x \dot{\theta}_y) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{K}_i = \mathbf{K}_i^e;$$

$$\mathbf{F}_{ad,i} = [\mathbf{F}_{ad,1} \quad \mathbf{F}_{ad,2} \quad \mathbf{F}_{ad,3} \quad \mathbf{F}_{ad,4}]^T;$$

$$\mathbf{F}_{ad,1} = -m_i(\ddot{x}' - \dot{\theta}_z \dot{y}' + \dot{\theta}_y \dot{z}') - m_i s_a(\dot{\theta}_y^2 + \dot{\theta}_z^2) - m_i s_b(\dot{\theta}_x \dot{\theta}_y - \ddot{\theta}_z) - m_i(z_i'' + s_c)(\dot{\theta}_x \dot{\theta}_z - \ddot{\theta}_y) + m_i e_i \sin(\Omega t + \varphi_{i,0})(\ddot{\theta}_z - \dot{\theta}_x \dot{\theta}_y) + 2m_i e_i \Omega \dot{\theta}_z \times$$

$$\begin{aligned}
& \cos(\Omega t + \varphi_{i,0}) + m_i e_i \cos(\Omega t + \varphi_{i,0})(\dot{\theta}_y^2 + \dot{\theta}_z^2); \\
F_{ad,2} = & -m_i(\ddot{y}' - \dot{\theta}_z \dot{x}' + \dot{\theta}_x \dot{z}') + m_i s_a(\dot{\theta}_x \dot{\theta}_y + \ddot{\theta}_z) + \\
& m_i s_b(\dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_z^2) - m_i(z_i'' + s_c)(\dot{\theta}_y \dot{\theta}_z - \ddot{\theta}_x) - \\
& m_i e_i \cos(\Omega t + \varphi_{i,0})(\ddot{\theta}_z + \dot{\theta}_x \dot{\theta}_y) + 2m_i e_i \Omega \dot{\theta}_z \times \\
& \sin(\Omega t + \varphi_{i,0}) + m_i e_i \sin(\Omega t + \varphi_{i,0})(\dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_z^2); \\
F_{ad,3} = & -I_d \ddot{\theta}_x - I_p \Omega \dot{\theta}_y - (I_d \ddot{\theta}_x \theta_y^2 + 2\dot{\theta}_x \dot{\theta}_y \theta_y); \\
F_{ad,4} = & I_p \Omega \dot{\theta}_x - I_d \ddot{\theta}_y + I_d \theta_y \dot{\theta}_x^2.
\end{aligned}$$

按照有限元节点的划分顺序依次组装各单元的质量、阻尼和陀螺力矩,得到横摇/纵摇作用下的转子系统动力学方程的一般表达式为

$$M\ddot{s} + (C + G + C_{ad})\dot{s} + (K + K_{ad})s = F_u(t) + F_g(t) + F_{ad}(t) \quad (19)$$

2.2 滚动轴承力

本研究所用的滚动轴承模型如图4所示。通过螺栓、销钉等固定装置将轴承安装在轴承座的定位圈内,轴承在工作时因其外圈与轴承座紧固在一起而处于静止状态;而轴承内圈与转子之间通过过盈配合进行安装,因此可与转子做同步旋转运动。

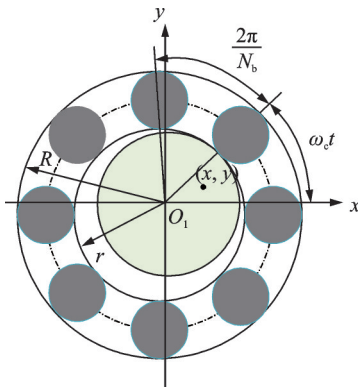


图4 滚动轴承模型

Fig.4 Model of rolling bearing

根据运动学关系可知,轴承内圈转速 ω_{in} 、外圈转速 ω_{out} 和保持架的转速 ω_c 之间满足

$$\omega_c = \frac{\omega_{in}r + \omega_{out}R}{r + R} \quad (20)$$

其中:轴承外圈与轴承座连接而使得其转速为0。

式(20)可简化为

$$\omega_c = \frac{\omega_{in}r}{r + R} \quad (21)$$

滚动轴承中滚珠通过负荷区时会引起系统刚度的周期性波动,其产生的时变刚度频率满足

$$\omega_{VC} = \omega_c N_b = \omega_{in} \epsilon_{BN} \quad (22)$$

其中: $\epsilon_{BN} = (rN_b)/(r + R)$,为时变刚度频率系数。

假设 θ_j 为 t 时刻第 j 个滚珠的接触位置角,则

$$\theta_j = \frac{2\pi}{N_b} (j-1) + \omega t \quad (j=1, 2, \dots, N_b) \quad (23)$$

沿坐标轴方向分解的轴承接触力分量 F_x 、 F_y 的计算式为

$$\begin{cases} F_x = \sum_{j=1}^{N_b} k_b \delta_j^{1.5} \cos \theta_j \\ F_y = \sum_{j=1}^{N_b} k_b \delta_j^{1.5} \sin \theta_j \end{cases} \quad (24)$$

其中: k_b 为表2中的轴承接触刚度系数。

δ_j 为滚珠的接触变形量,计算式为

$$\delta_j = (x_i \cos \theta_j + y_i \sin \theta_j - r_0) H(x_i \cos \theta_j + y_i \sin \theta_j - r_0) \quad (25)$$

其中: x_i 和 y_i ($i=2, 10$)分别为轴承内圈中心在 x 轴方向和 y 轴方向的径向位移。

$H(\phi)$ 为亥维赛函数(Haversine function), ϕ 为亥维赛函数的自变量,即

$$H(\phi) = \begin{cases} 1 & (\phi > 0) \\ 0 & (\phi \leq 0) \end{cases} \quad (26)$$

3 纵摇作用转子系统振动特性分析

当舰船处于纵摇状态时,转子系统所受的广义力包括重力和滚动轴承的非线性接触力,其中重力的 y 轴分量和 x 轴分量分别为 $f_{g,y} = Mg \cos \theta_{J,x}$, $f_{g,x} = 0$,滚动轴承力分量 F_x 、 F_y 可由式(24)计算得到。另外,船体摇摆还会使转子系统产生附加的刚度、阻尼及附加激励力,从而导致其运行姿态随时间变化,转速和摇摆参数(摇摆频率、幅值、初相位)变化都会对舰船动力装置中的滚动轴承转子系统的振动特性产生影响。为此,本研究采用Newmark数值积分法^[10]求解式(19),分别求解系统在不同转速和摇摆参数下的振动响应。

3.1 转速的影响

为深入探讨转速对纵摇状态下系统振动特性的作用规律,本节在分析过程中保持摇摆参数固定不变。具体参数设置为:纵摇频率 $f_x = 1$ Hz,幅值 $\theta_{x,max} = 10^\circ$,初相位 $\varphi_{x,0} = 0^\circ$ 。图5为纵摇工况下转子系统幅频特性曲线。

由图5可知,转速较低时,系统沿 y 向的振动响应幅值比 x 向的大;当转速超过35 Hz(即219.8 rad/s)时, x 向的响应幅值超过 y 向的响应幅值,并且都在70 Hz(即439.6 rad/s)附近达到最大值。

不同转速下盘1沿 x 向和 y 向的振动响应分别

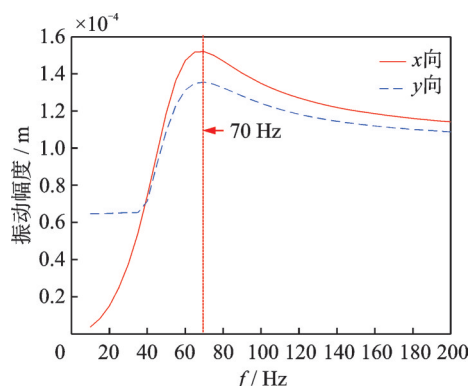
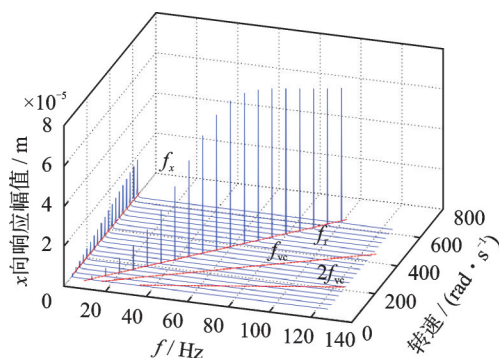


图5 纵摇工况下转子系统幅频特性曲线

Fig.5 Amplitude-frequency spectrum characteristic curve of rotor system under swing state

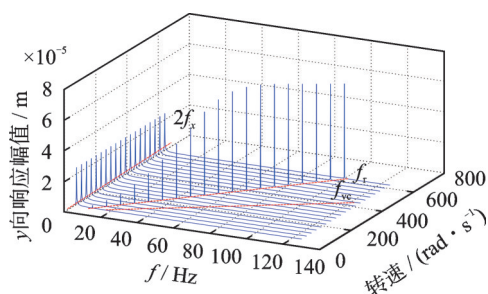
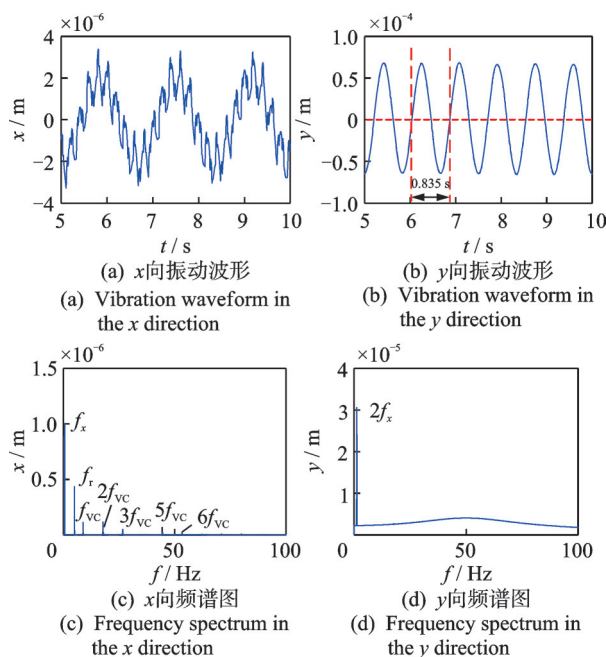
如图6、7所示。

由图6可知,盘1沿 x 方向的振动响应频谱图的特点是:①主要频率成分是摇摆频率 f_x 和基频 f_r ,变柔度(varying compliance, 简称VC)振动频率 f_{vc} 及其低幅值高次谐波(随转速升高,VC振动相关频率逐渐消失);②当转速低于62.8 rad/s时,摇摆频率幅值比基频大,当转速超过62.8 rad/s时,基频幅值超过摇摆幅值;③摇摆频率(f_x)的幅值随转速升高呈线性缓慢增大,而基频(f_r)幅值随转速升高迅速增大,且在439.6 rad/s(一阶临界转速)时达到最大值。

图6 不同转速下盘1沿 x 向振动响应Fig.6 Vibration response of disk 1 along x -direction at different rotational speeds

由图7可知,盘1沿 y 方向的振动响应频谱图的特点与图6相似,不同点在于:摇摆频率(f_x)的幅值在转速升高过程中几乎保持不变,而基频(f_r)幅值随转速升高迅速增大,且两者幅值之差在一阶临界转速附近达到最大值;当转速低于219.8 rad/s时,摇摆频率幅值比基频大,当转速超过219.8 rad/s时,基频幅值大于摇摆幅值。

图8为转速 $\Omega=31.4$ rad/s时盘1的振动响应。由图8(a)可知,转速较低时,盘1沿 x 方向的振动响

图7 不同转速下盘1沿 y 向振动响应Fig.7 Vibration response of disk 1 along y -direction at different rotational speeds图8 盘1的振动响应($\Omega=31.4$ rad/s)Fig.8 Vibration response of disk 1($\Omega=31.4$ rad/s)

应具有强非线性、非平稳特征,其对应的频谱图如图8(c)所示。由图8(c)可知,转速较低时,盘1沿 x 方向的振动响应频谱图中包含了摇摆频率 f_x 、转频 f_r 和因滚动轴承变刚度运动引起的变柔度振动频率 f_{vc} 及其高次谐波 $2f_{vc}$ 、 $3f_{vc}$ 、 $5f_{vc}$ 、 $6f_{vc}$ 等,且摇摆频率 f_x 的幅值最大、转频 f_r 的幅值次之、变柔度振动幅值最小且其各阶谐波幅值依次减小。由图8(b)可知,盘1沿 y 方向的振动响应具有周期性,且振动周期约为0.835 s(即1.2 Hz),这是由于重力的 y 向分量在一个纵摇周期内发生两次周期性变化的缘故。由图8(d)可知,盘1沿 y 方向的振动响应频谱图中只有摇摆频率的2倍频 $2f_x$,而转子的基频 f_r 和滚动轴承的变柔度振动频率 f_{vc} 都没有出现或受到抑制。上述分析表明,低转速时,纵摇作用对转子系统的响应特性有显著影响,且转子系统 x 方向的振动响应频谱成分更丰富。

图 9 为转子系统不发生摇摆即正常状态轴心轨迹图。图 10 为转子系统摇摆状态轴心轨迹图,此时的轴心轨迹图分布范围比正常状态时更宽,可看成是图 9 中对应转速工况下的椭圆形轴心轨迹沿垂直方向扩展延伸而形成的柱状图形。上述结果与文献[10]中线性支承条件下纵摇转子系统的轴心轨迹图特征相似,从而说明了本研究建模方法的有效性。

图 11 为盘 1 在正常状态下沿 x 向的 Poincaré 映射图。图 11(a) 是转速为 62.8 rad/s 时 Poincaré 映射图,图中显示了几个临近的离散点,说明在较低转速时系统做多周期运动。图 11(b)、(c)、(d) 分别是转速为 157、219.8 和 439.6 rad/s 时的 Poincaré 映射图,这些图中都只包含一个孤立点,说明在较高转速时系统做周期 1 运动。

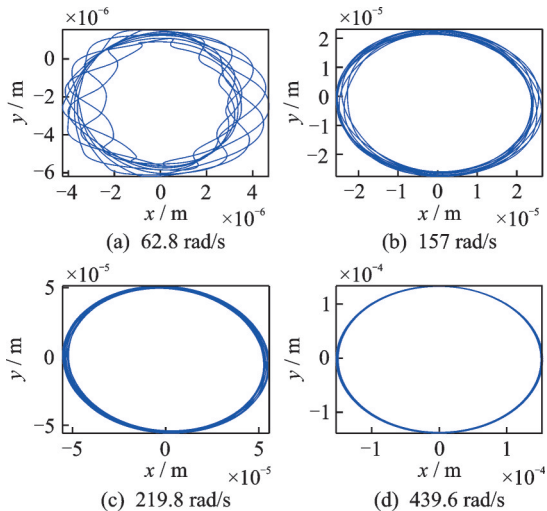


图 9 正常状态轴心轨迹图

Fig.9 Shaft center orbit diagram under normal condition

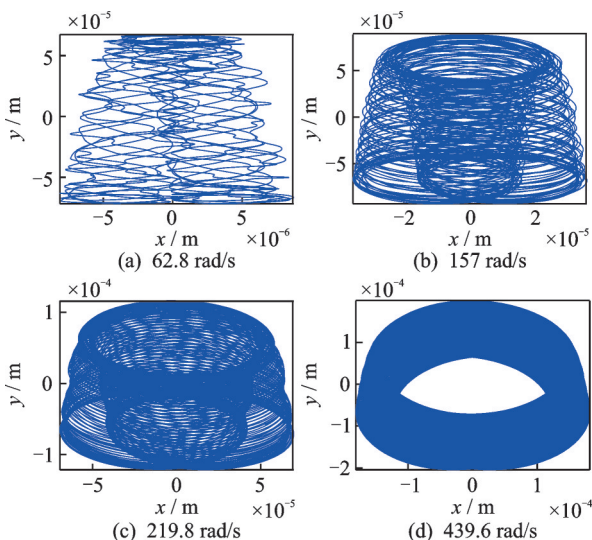


图 10 摇摆状态轴心轨迹图

Fig.10 Shaft center orbit diagram under swinging state

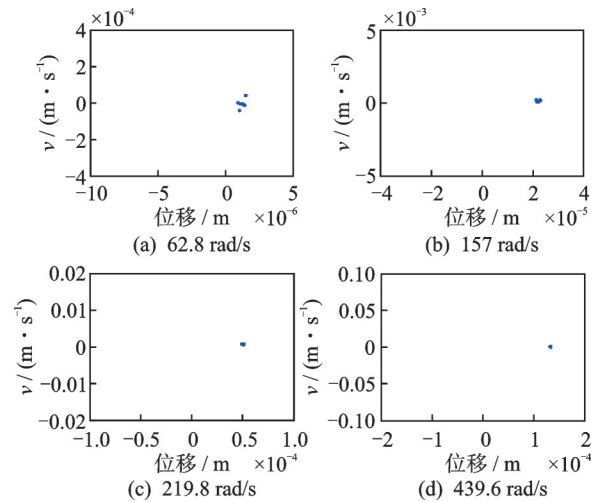


图 11 盘 1 在正常状态下沿 x 向的 Poincaré 映射图

Fig.11 Poincaré mapping of disk 1 under normal state along the x -axis

图 12 为盘 1 在纵摇状态下沿 x 向的 Poincaré 映射图。该图由许多离散点构成,且这些点分布范围比图 11 更宽。这说明纵摇作用会使得转子系统的运动状态变得更加复杂,在分析纵摇状态下转子系统振动特性时,摇摆作用引起的附加刚度、附加阻尼和附加激励力不容忽视。

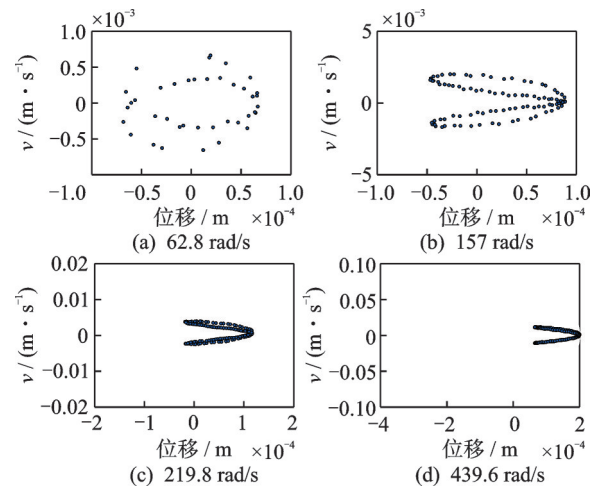


图 12 盘 1 在纵摇状态下沿 x 向的 Poincaré 映射图

Fig.12 Poincaré mapping of disk 1 under pitching state along the x -axis

3.2 偏心相位差的影响

为了分析偏心相位差对本研究所建立的纵摇姿态环境滚动轴承转子系统振动特性的影响,令盘 1 的初始相位 $\varphi_{d1}=0^\circ$ 、盘 2 的初始相位 $\varphi_{d2}=[0^\circ:45^\circ:180^\circ]$,此时偏心相位差 $\Delta\varphi=\varphi_{d2}-\varphi_{d1}$,取值为 $[0^\circ:45^\circ:180^\circ]$ 。采用四阶变步长龙格-库塔法^[14-15]分别求解式(19)在不同转速下的振动响应。限于篇幅,

本研究仅列出 $\Delta\varphi$ 分别为 45° 、 90° 和 135° 时系统在 x 向的三维频谱图。不同偏心相位差下转子系统的三维频谱图如图13所示。

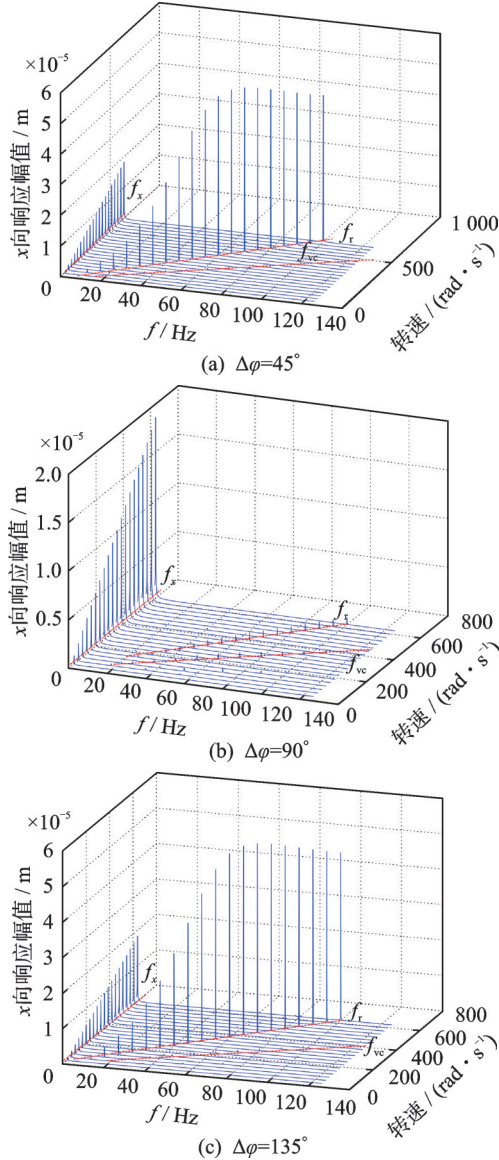


图13 不同偏心相位差下转子系统的三维频谱图

Fig.13 Three-dimensional spectral plot of the rotor system with different eccentric phase difference

由图13可知,转盘相位差对基频幅值有显著影响,且当偏心相位差 $\Delta\varphi=90^\circ$ 时,基频(f_r)的幅值受到了极大抑制,而摇摆频率的幅值不受影响。

转速为 62.8 rad/s 时,偏心相位差为 90° 时的轴心轨迹如图14所示。对比图10(a)可知,轴心轨迹图的纵摇特征更明显,且轴心轨迹图的 x 方向分布范围变得更窄,这是由于基频幅值受到抑制的缘故。

3.3 纵摇幅度和摇摆频率的影响

令转速 $\Omega=62.8 \text{ rad/s}$,初始相位 $\varphi_{x,0}=0^\circ$,摇摆

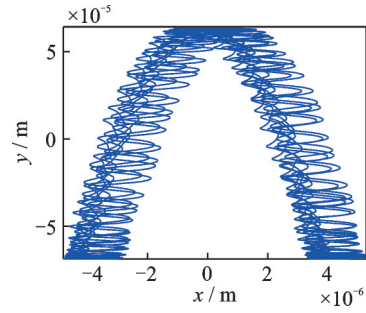


图14 偏心相位差为 90° 时的轴心轨迹(62.8 rad/s)

Fig.14 Shaft center orbit diagram when the eccentric phase difference is 90° (62.8 rad/s)

频率 $f_x=0.6 \text{ Hz}$,纵摇幅度 $\varphi_{x,m}=[0^\circ:3^\circ:30^\circ]$,不同纵摇幅值作用在 x 向、 y 向的三维频谱分别如图15、16所示。

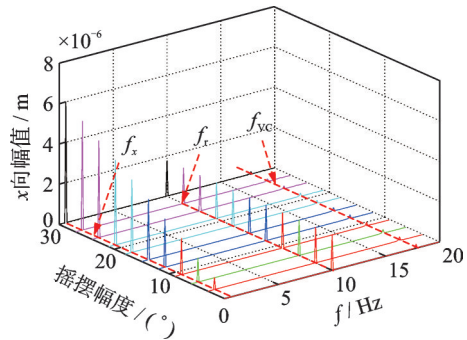


图15 不同纵摇幅值作用在 x 向的三维频谱

Fig.15 Three-dimensional spectral plot with different pitching amplitudes along the x -axis

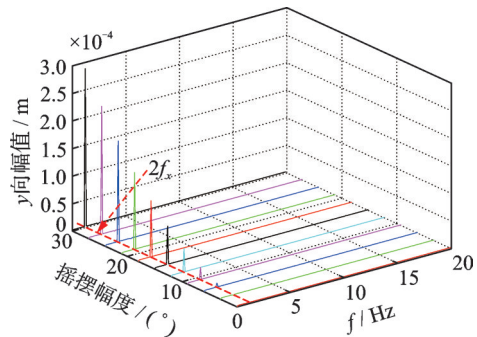


图16 不同纵摇幅值作用在 y 向的三维频谱

Fig.16 Three-dimensional spectral plot with different pitching amplitudes along the y -axis

由图可知:当不发生摇摆即摇摆频率为 0 时,频谱图中都只含基频(f_r)和变柔度振动频率(f_{vc});相反,当发生摇摆即摇摆频率不为 0 时,频谱图中除了基频(f_r)和变柔度振动频率(f_{vc})之外,还出现了与纵摇相关的频率($f_x, 2f_x$),且摇摆频率的幅值随纵摇幅度的增大而增大,并最终超过基频幅值,而基频幅值不受摇摆幅度变化的影响。

令转速 $\Omega=62.8 \text{ rad/s}$, 初始相位 $\varphi_{x,0}=0^\circ$, 摆动幅值 $\varphi_{x,m}=15^\circ$, 摇摆频率在 $0\sim 1 \text{ Hz}$ 范围内按 0.1 Hz 步长变化, 得到摇摆频率对系统响应的影响结果。

图 17、18 分别为不同摇摆频率作用下 x 向和 y 向三维频谱图。由图可知: 当不发生纵摇(摇摆频率为 0)时, 频谱图中只含基频(f_r)和 VC 振动频率(f_{vc}); 相反, 当发生摇摆即摇摆频率不为 0 时, 频谱图中除了基频(f_r)和 VC 振动频率(f_{vc})之外, 还出现了与纵摇相关的频率($f_x, 2f_x$), 并且 x 向频谱图中的摇摆频率幅值随纵摇幅度的增大而增大, 并最终超过基频幅值, 而基频幅值及 y 向频谱图中的摇摆频率 $2f_x$ 幅值不受摇摆频率变化的影响。

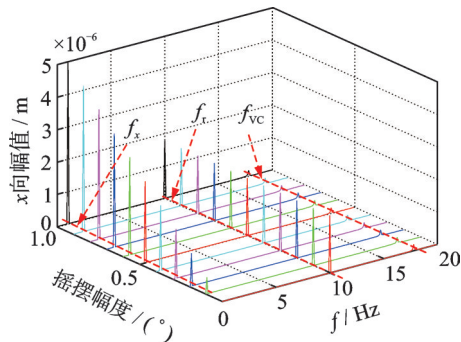


图 17 不同摇摆频率作用下 x 向三维频谱图

Fig.17 Three-dimensional spectral plot with different pitching frequencies along the x -axis

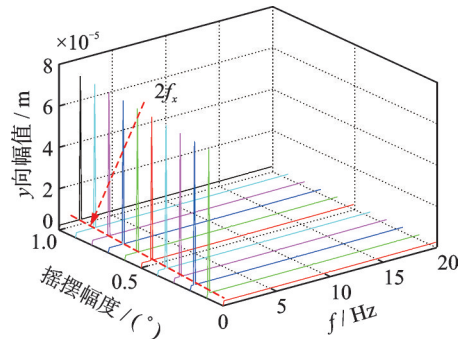


图 18 不同摇摆频率作用下 y 向三维频谱图

Fig.18 Three-dimensional spectral plot with different pitching frequencies along the y -axis

4 结 论

1) 纵摆摇作用会改变滚动轴承转子系统水平方向和垂直方向的响应幅值相对大小关系, 但对系统的一阶临界转速值并无影响。当转速较低时, 系统在垂直方向的振动响应幅值比水平方向的大; 当转速超过一定值时, 水平方向的响应幅值会超过垂直方向的响应幅值, 并且两者之差在临界转速附近达到最大值。相对于无摇摆状态, 纵摇状态下的转

子系统振动范围变得更宽。

2) 纵摆摇作用下滚动轴承转子系统的振动响应频谱图中会出现与摇摆运动相关频率($f_x, 2f_x$), 其中, 水平方向的摇摆频率等于摇摆运动频率(f_x), 垂直方向的摇摆频率为摇摆运动频率的两倍(即 $2f_x$)。

3) 对于纵摇状态双盘转子系统, 两转盘的偏心相位差对基频振动有显著的抑制作用, 且差值达到 90° 时, 基频振动抑制效果最佳, 而摇摆运动相关频率幅值不受偏心相位差的影响。

4) 当系统转速一定时, 摇摆运动相关频率($f_x, 2f_x$)的幅值随纵摇幅度的增大而增大, 并最终超过基频幅值, 而基频幅值不受摇摆幅度变化的影响。水平方向频谱图中的摇摆频率(f_x)幅值随纵摇频率的增大而增大, 并最终超过基频幅值, 而基频幅值及垂直方向频谱图中的摇摆频率($2f_x$)幅值不受摇摆频率变化的影响。

参 考 文 献

- [1] HAN Q K, CHU F L. Parametric instability of flexible rotor-bearing system under time-periodic base angular motions [J]. Applied Mathematical Modelling, 2015, 39(15): 4511-4522.
- [2] LEE A S, KIM B O, KIM Y C. A finite element transient response analysis method of a rotor-bearing system to base shock excitations using the state-space Newmark scheme and comparisons with experiments[J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 297 (3/4/5): 595-615.
- [3] 张文卓, 李明, 韩永超. 低频大摆幅基础运动对滑动轴承-转子系统动力学特性的影响[J]. 振动与冲击, 2021, 40(7): 81-88.
ZHANG Wenzhuo, LI Ming, HAN Yongchao. Effects of low frequency and large swing base motion on dynamic characteristics of sliding bearing-rotor system[J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40 (7): 81-88. (in Chinese)
- [4] 张文卓. 船体垂荡和纵摇耦合作用下转子-轴承系统的非线性动力学特性研究[D]. 西安: 西安科技大学, 2020.
- [5] 张恩杰, 焦映厚, 陈照波, 等. 基础振动作用下转子-轴承-密封系统动力学分析[J]. 振动工程学报, 2021, 34(6): 1169-1176.
ZHANG Enjie, JIAO Yinghou, CHEN Zhaobo, et al. Dynamic analysis of rotor-bearing-seal system excited by base vibration[J]. Journal of Vibration Engineering, 2021, 34(6): 1169-1176. (in Chinese)
- [6] 张磊, 裴世源, 徐华, 等. 摇摆工况下椭圆轴承转子系

- 统动力学特性研究[J]. 机械设计与制造, 2018(7): 100-103.
- ZHANG Lei, PEI Shiyuan, XU Hua, et al. Research on dynamic characteristics of rotor system support by elliptic bearing under swinging condition [J]. Machinery Design & Manufacture, 2018(7): 100-103. (in Chinese)
- [7] 张磊, 裴世源, 徐华, 等. 摇摆工况下错位瓦轴承支撑的转子系统动力学特性[J]. 中国机械工程, 2017, 28(18): 2161-2170.
- ZHANG Lei, PEI Shiyuan, XU Hua, et al. Dynamics characteristics of rotor system supported by offset bearings under rolling conditions [J]. China Mechanical Engineering, 2017, 28(18): 2161-2170. (in Chinese)
- [8] 张磊, 裴世源, 徐华. 摇摆工况下两种舰船转子轴承系统的安全性与稳定性研究[J]. 中国科学: 技术科学, 2018, 48(4): 369-381.
- ZHANG Lei, PEI Shiyuan, XU Hua. Safety and stability of two kinds of ship rotor bearing system under rolling condition [J]. Scientia Sinica (Technologica), 2018, 48(4): 369-381. (in Chinese)
- [9] 刘镇星, 刘占生, 于香宇, 等. 舰船摇摆作用下滑动轴承-齿轮副系统动力学分析[J]. 机械工程学报, 2018, 54(17): 226-234.
- LIU Zhenxing, LIU Zhansheng, YU Xiangyu, et al. Dynamic analysis of journal bearing-gear system under swing movement of the ship [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(17): 226-234. (in Chinese)
- [10] 刘树鹏. 舰船纵横倾作用下转子轴承系统动力学特性研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2011.
- [11] 张鹏, 祝长生. 基础摆动条件下主动电磁轴承-柔性转子系统的稳定性[J]. 机械工程学报, 2023, 59(5): 167-179.
- ZHANG Peng, ZHU Changsheng. Stability of active magnetic bearing flexible rotor system under base swing condition [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2023, 59(5): 167-179. (in Chinese)
- [12] 祝长生, 陈拥军. 机动飞行时发动机转子系统动力学统一模型[J]. 航空动力学报, 2009, 24(2): 371-377.
- ZHU Changsheng, CHEN Yongjun. General dynamic model of aeroengine's rotor system during maneuvering flight [J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(2): 371-377. (in Chinese)
- [13] CHEN X, GAN X H, REN G M. Effects of journal static eccentricity on dynamic responses of a rotor system under base motions using FDM inertia model [J]. Journal of Sound and Vibration, 2022, 519: 116591.
- [14] CHEN X, GAN X H, REN G M. Nonlinear responses and bifurcations of a rotor-bearing system supported by squeeze-film damper with retainer spring subjected to base excitations [J]. Nonlinear Dynamics, 2020, 102(4): 2143-2177.
- [15] HAN Q K, CHU F L. Dynamic response of cracked rotor-bearing system under time-dependent base movements [J]. Journal of Sound and Vibration, 2013, 332(25): 6847-6870.
- [16] 史阳旭, 李明, 杜晓蕾. 艏摇运动下船用转子系统的非线性动力学特性[J]. 振动、测试与诊断, 2022, 42(6): 1189-1197.
- SHI Yangxu, LI Ming, DU Xiaolei. Nonlinear dynamics of marine rotor-bearing system under yawing motion [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2022, 42(6): 1189-1197. (in Chinese)



第一作者简介:郭明军,男,1991年6月生,博士、讲师。主要研究方向为轴承转子动力学、旋转机械故障诊断。曾发表《基于深度融合策略的转子轴心轨迹识别研究》(《振动、测试与诊断》2021年第41卷第6期)等论文。

E-mail: scutgmj@163.com